

冷拉拔对 Al-Zr-(RE)合金硬度的影响及人工神经网络预测

臧冰¹, 易丹青^{1,2}, 孙顺平¹, 王斌¹, 刘欢¹, 柳公器³

- (1. 中南大学 材料科学与工程学院, 长沙 410083;
2. 中南大学 教育部有色金属材料科学与工程重点实验室, 长沙 410083;
3. 金杯电工股份有限公司, 长沙 410083)

摘要: 通过维氏硬度测量和透射电镜(TEM)观察研究冷拉拔对 Al-Zr-(RE)合金组织与性能的影响。结果表明: 铝锆合金中 Sc、Er 的添加可以有效细化晶粒, 改善第二相的析出, 且析出的弥散 Al₃(Sc, Zr)相能够抑制再结晶, 钉扎在冷拉拔过程中产生的位错阻碍位错运动, 提高材料的硬度。在实测得到的维氏硬度值的基础上, 采用误差反向传播(BP)算法训练人工神经网络, 建立以变形量和稀土元素添加量为输入参数和维氏硬度为目标函数的网络。网络训练值与实验值较吻合, 相关系数 R 达到 0.992 1, 用建立的网络进行仿真, 仿真的相关系数为 0.979 3, 证明了网络的可靠性与良好的泛化推广能力。

关键词: Al-Zr-(RE)合金; 冷拉拔; 人工神经网络; 维氏硬度; 显微组织

中图分类号: TG359

文献标志码: A

Effect of cold drawing on Vickers hardness of Al-Zr-(RE) alloys and artificial neural network prediction

ZANG Bing¹, YI Dan-qing^{1,2}, SUN Shun-ping¹, WANG Bin¹, LIU Huan¹, LIU Gong-qi³

- (1. School of Materials Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China;
2. Key Laboratory of Nonferrous Metal Materials Science and Engineering, Ministry of Education, Central South University, Changsha 410083, China;
3. Gold Cup Electric Apparatus Co., Ltd., Changsha 410083, China)

Abstract: The effects of cold drawing on the microstructure and properties of Al-Zr-(RE) alloys were studied by the Vickers hardness measurement and transmission electron microscope (TEM) observation. The results show that the elements Sc and Er have the ability of refining grains and promote the precipitation of the Al₃(Sc, Zr) particles. This dispersed precipitates can pin the dislocations forming during cold drawing and hinder the movement of dislocations, thereby improve the hardness of alloys. By measuring the Vickers hardness of different alloys under different deformations, an artificial neural network (ANN) based on the error back propagation is built to find the relationship of them. The results of ANN model have a good agreement with the experimental values. The correlation coefficient of observed values and training ones is 0.992 1, and the correlation coefficient of observed values and simulation ones is 0.979 3, showing a good generalization ability and outreach capacity.

Key words: Al-Zr-(RE) alloys; cold drawing; artificial neural network; Vickers hardness; microstructure

Al-Zr 合金是一种具有重要前景的热稳定析出强化铝合金, 时效过程可析出与基体共格的 L1₂ 结构

Al₃Zr 相。研究发现, 在 Al-Zr 合金中添加部分过渡族元素可以减小 Al 基体与 Al₃Zr 等析出相界面晶格常数

的错配度,从而减小析出相的粗化率,得到更好的晶格稳定性,因而,研究人员开始重视 Al-Zr 合金中 Sc、Yb、Er、Ti 等合金元素的添加^[1-2]。随着研究的进一步深入,发现 Zr 与 Sc 同时添加在铝合金中,形成与 Al₃Zr 结构性质相似的 Al₃(Sc, Zr)粒子^[3-6],这种粒子抑制了 Al₃Zr 相的长大,强化效果更佳。另一方面,稀土元素 Er 在铝合金中的行为也开始受到人们的关注,研究人员认为 Er 在铝合金的作用与 Sc 的极为相似,且 Er 的价格相对低廉,已渐渐发展成为一种替代 Sc 的重要的合金化元素。

工业生产中常用冷拉拔的方法制作铝合金线材,添加锆元素的铝合金线材由于其较好的力学性能、电学性能和耐热性能,在我国城网增容改造、变电站建设以及一般线路上具有良好优势。工业纯铝和一些铝合金在冷拉拔过程中的组织和性能变化已经被讨论,不过有关铝合金冷拉拔工艺与性能之间关系的模拟研究还很少见。事实上,冷变形的变形量与铝锆合金的微观组织有着密切的联系,而且也直接或间接的影响着材料的性能,因此,如何确定它们之间的关系成为该合金研究领域中的一个重要课题。

人工神经网络(Artificial neural networks, ANN)是一种通过模仿高等动物神经行为,进行并行信息处理的模型。它是以实验数据为基础,通过无定义公式的有限次迭代,得到一个反映实验数据内在规律的神经网络,在国内外得到广泛的应用^[7-10]。周古为等^[11]利用神经网络研究 7055 铝合金二次实效过程中热处理参数对时效性能的影响。MOHANTY 等^[12]以元素添加量、冷变形量等为输入变量,以屈服强度等为输出变量,建立了无间隙原子钢(IF 钢)冷变形量和性能的神经网络。

本文作者研究冷拉拔对 Al-Zr-(RE)的显微组织和性能的影响,并建立冷变形量、稀土元素 Sc、Zr 和 Er 添加量与材料性能之间的人工神经网络关系,找到输入与输入之间最优的关系,为实现合金性能预测和合金设计提供了有效的方法。

1 实验

Al-Zr-(RE)合金得到名义合金成分如表 1 所列。实验合金分别采用高纯铝(99.99%)、铝-锆(2.78%,质量分数)中间合金、铝-钪(2%,质量分数)中间合金、铝-铪(10%,质量分数)中间合金配制,在可控温的电阻炉采用石墨坩埚进行熔炼,用混合盐覆盖,六氯乙烷除气,铁模浇铸,铝锭的尺寸为 d 50 mm×200 mm。

铸锭在 470 °C、13 h 均匀化退火后,热挤压成 d 10 mm 的圆杆,随后经过 6 道次的冷拉拔最终得到 d 4.0 mm 的铝线。

表 1 实验合金的名义化学成分

Table 1 Composition of experimental alloys

Alloy	Mass fraction/%			
	Zr	Sc	Er	Al
A1	0.30	—	—	Bal.
A2	0.15	0.15	—	Bal.
A3	0.15	—	0.15	Bal.
A4	0.10	0.10	0.10	Bal.

维氏硬度值在 HV-5 型小载荷维氏硬度计上测定,加载载荷为 20 N,加载时间为 15 s,每个样品取 5 个不同点进行测量,最后取平均值。透射电镜薄膜试样首先采用机械减薄至 0.08 mm 左右,再在 MT-PI 型双喷电解减薄仪上进行双喷减薄,双喷电压为 15~20 V,工作电流控制在 50 mA 左右,双喷液采用 25%(体积分数)硝酸+75%(体积分数)甲醇混合溶液,减薄过程中使用液氮控制减薄温度在-25 °C 以下,试样穿孔后乙醇清洗 1 min。采用 TecnaiG²20AEM 型透射电子显微镜进行显微组织观察,加速电压为 200 kV。

2 Al-Zr-(RE)合金硬度和组织分析

2.1 Al-Zr-(RE)合金硬度

金属拉拔时,常以压缩率(又称截面减缩率)来衡量其变形量,

$$Q = (d_0^2 - d_k^2) / d_0^2 \times 100\% \quad (1)$$

式中: Q 为总压缩率; d_0 为冷变形前铝线材直径; d_k 为第 k 道次冷变形后铝线材直径。

图 1 所示为不同合金在不同变形量下的维氏硬度。由图 1 可看出,随着变形量的增加,合金硬度逐渐增大,说明冷变形提高了材料的硬度。在 A2 合金中,经过 6 次的拉丝硬度达到最大值,为 55.8 HV。4 种合金在变形量为 0.2~0.5 时,硬度变化最大,加工硬化效果最明显。变形量为 0.6~0.8 时,硬化效果不明显,暗示着 Al-Zr-(RE)合金随着变形量的增大,硬化作用趋于平缓,进一步增大变形量对提高合金强度的作用甚微,甚至可能会产生起皮、孔洞等缺陷,对材料的性能不利。

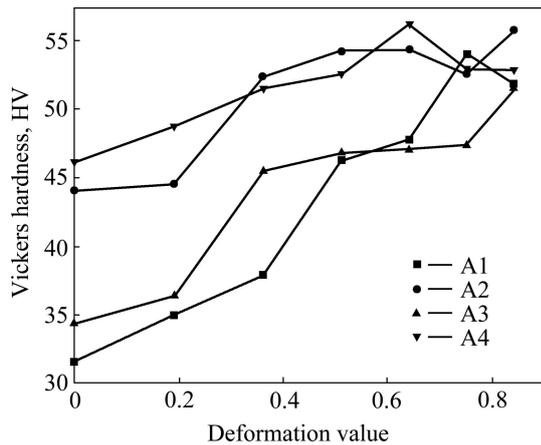


图 1 合金维氏硬度与变形量的关系

Fig. 1 Relationship between deformation value and Vickers hardness of alloys

从图 1 可以看到, 硬度值由大到小顺序为 A4、A2、A3、A1, 添加稀土元素的 A2、A3、A4 号合金的挤压态硬度都大于 A1 号合金, 说明稀土 Sc、Er 与 Zr 元素的复合添加有助于提高合金的硬度。而且也注意到, A2 合金的硬度大于 A3 合金的, 这表明在元素添加量一定的条件下, 稀土 Sc 对铝铝合金硬度的改善作用要优于 Er 的。随着变形量的增大, 4 种合金硬度的差距越来越小, 在拉拔 5 道次之后, 硬度基本一致。

2.2 冷变形对合金组织的影响

图 2 所示为冷变形前(热挤压)合金显微组织。从图 2 中可看出, 冷变形前的 Al-Zr-(RE)合金组织为明显的再结晶组织, 未添加稀土的合金再结晶晶粒约为 2 μm, 添加稀土元素 Sc、Er 的合金晶粒变小, 晶粒尺寸约为 1 μm。由于热挤压过程中的回复和再结晶作

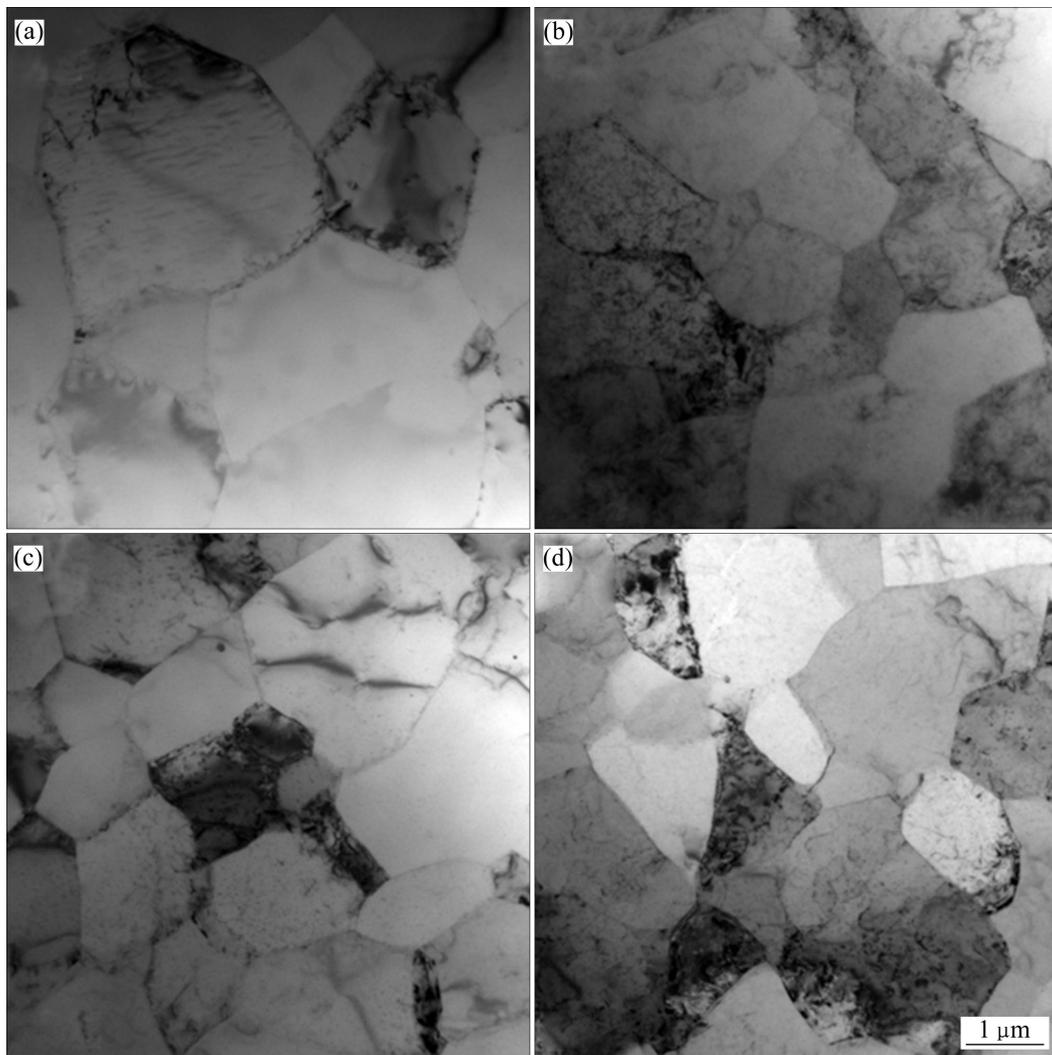


图 2 冷变形前合金显微组织

Fig. 2 Microstructures of alloys before cold deformation: (a) Al-0.3Zr; (b) Al-0.15Zr-0.15Sc; (c) Al-0.15Zr-0.15Er; (d) Al-0.1Zr-0.1Sc-0.1Er

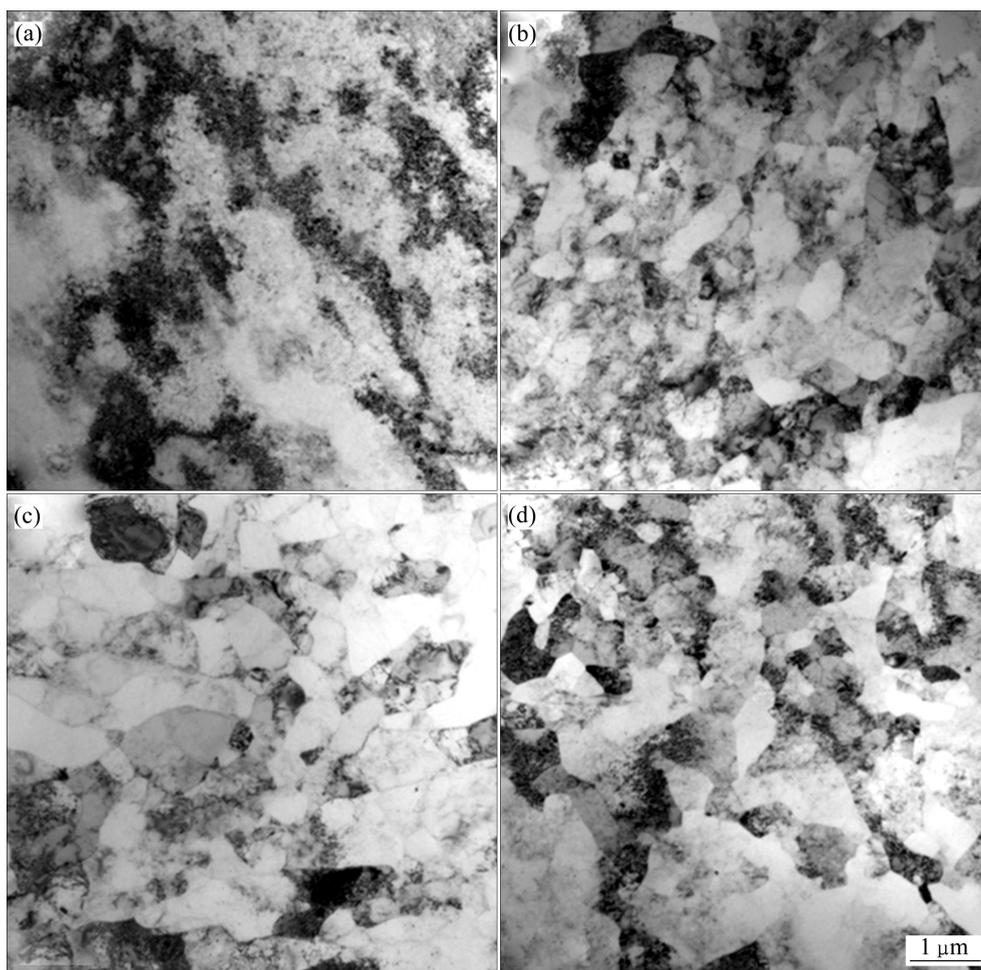


图3 冷变形后(变形量为84%)的合金显微组织

Fig. 3 Microstructures of alloys after deformed at cold deformation of 84%: (a) Al-0.3Zr; (b) Al-0.15Zr-0.15Sc; (c) Al-0.15Zr-0.15Er; (d) Al-0.1Zr-0.1Sc-0.1Er

用, 晶内较干净, 没有大量位错。

图3所示为冷变形84%后的合金显微组织。由图3可看出, 未加稀土的合金变形后组织发生了明显的变化, 位错密度大幅增加, 且位错分布不均匀, 这表明位错已经开始向胞状组织转变, 强变形导致晶界不清晰, 晶粒位相差明显^[13]。添加稀土的合金并没有胞状转变的特点, 晶粒为亚晶, 晶界清晰, 原始的再结晶晶粒沿着变形方向伸长。冷拉拔使再结晶组织得到细化, 平均晶粒尺度小于0.5 μm。

对比图2和3可知, 冷变形后晶粒的尺寸减小, 由初始的1~2 μm变为小于0.5 μm。冷变形减小合金的晶粒尺寸, 根据Hall-petch公式, 晶粒越细, 材料的硬度越高。经过84%冷变形后, 添加稀土的合金晶粒尺寸基本一致, 细晶强化的效果相当, 硬度值相近。

冷变形过程除了细化晶粒以外, 还伴随着位错密度的增加。对于具有第二相粒子的合金, 位错可以通过切割机制和Orowan机制与第二相粒子产生交互作用, 从而提高材料的硬度。图4所示为冷变形前合金透射组织及其选取电子衍射。由图4可看出, 冷变形前的组织晶内有很多弥散分布的第二相, 通过衍射斑点标定发现是 $Al_3(Zr, Sc)$ 。他们属于 $L1_2$ 型金属间化合物, 空间群为 $Pm\bar{3}m$, 晶格参数 a 与Al基体的接近, 与基体呈共格态^[14-15]。

图5所示为冷变形后的合金透射电镜组织。由图5可看出, 经过84%冷变形的合金晶内出现很多缠绕的位错线, 位错线通过与第二相质点的交互作用, 提高材料的力学性能。未添加稀土的合金没有明显的第二相, 冷变形产生的位错线沿着变形方向, 没有强化效果。未冷变形的合金主要强化方式是细晶强化, 稀

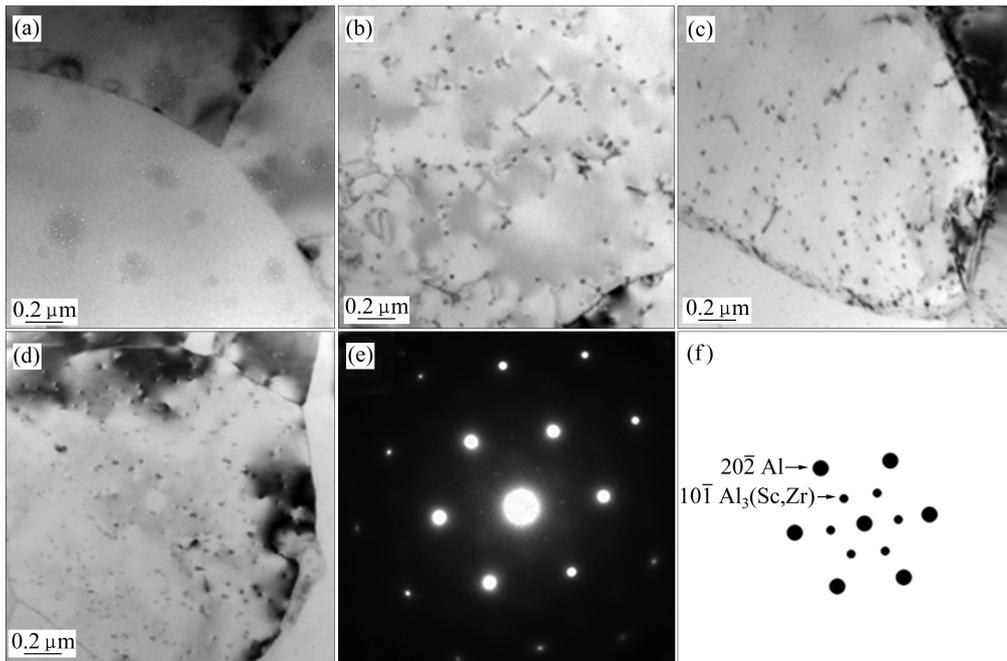


图 4 冷变形前合金透射电镜组织及其选取电子衍射

Fig. 4 TEM microstructures of alloys before cold deformation and SAED: (a) Al-0.3Zr; (b) Al-0.15Zr-0.15Sc; (c) Al-0.15Zr-0.15Er; (d) Al-0.1Zr-0.1Sc-0.1Er; (e) SAED of (b); (f) Indexation of SAED

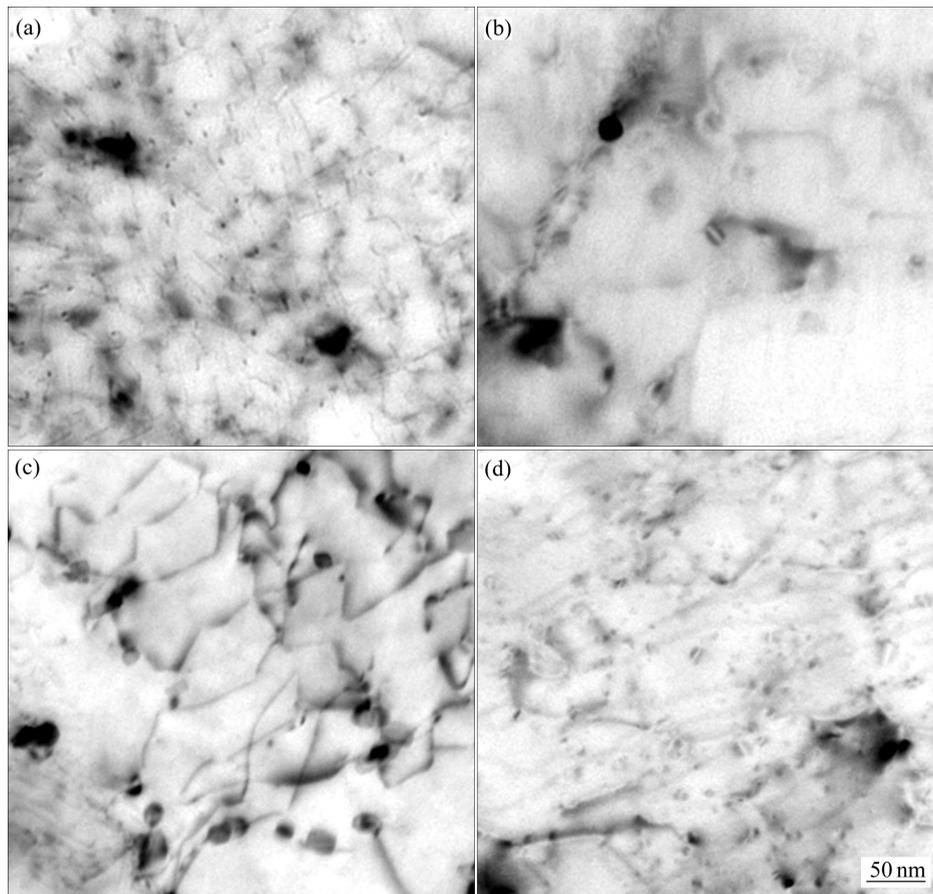


图 5 冷变形后(变形量为 84%)的合金透射电镜组织

Fig. 5 TEM microstructures of alloys after cold deformed at cold deformation of 84%: (a) Al-0.3Zr; (b) Al-0.15Zr-0.15Sc; (c) Al-0.15Zr-0.15Er; (d) Al-0.1Zr-0.1Sc-0.1Er

土元素的添加减小了再结晶晶粒的大小,从而提高了合金的硬度。冷变形之后,合金的主要强化方式是细晶强化和第二相强化,变形之后的晶粒破碎,晶粒尺度远小于变形之前的;第二相通过与位错线的缠绕作用,达到第二相强化的效果。

3 Al-Zr-(RE)冷变形金属维氏硬度神经网络预测

3.1 BP神经网络算法

人工神经网络是一个“黑箱子”方法,在不知道输入量和输出量之间相互关系情况下,能够通过网络训练捕获输入量和输出量之间潜在的非线性关系^[16-18]。

为了模拟硬度与冷变形工艺的关系,以合金元素和冷变形量为输入量,硬度为输出量。建立的神经网络中,训练样本由一个4维矢量构成: $\mathbf{X}=[x_1, x_2, x_3, x_4]$, x_1, x_2, x_3, x_4 分别代表 Zr 含量、Er 含量、Sc 含量和冷变形量。采用试错法优化隐含层神经元的数目,当隐含层神经元为 10 时,网络性能较好。因此,神经网络的结构选定为 4-10-1,如图 6 所示。

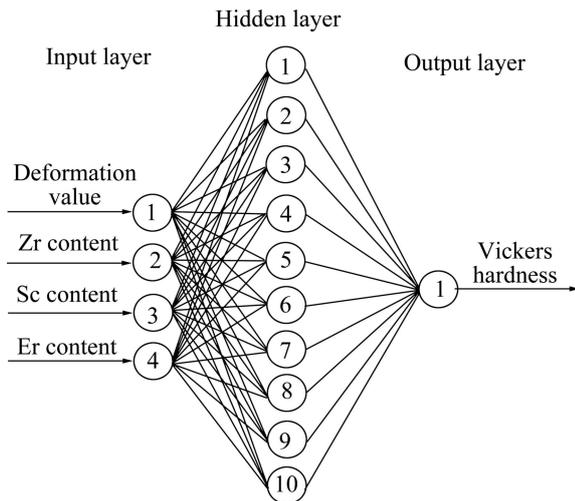


图 6 BP神经网络结构

Fig. 6 Structure of back-propagation neural network

实验数据共 28 组,其中 24 组用于网络训练,其余 4 组用于测试训练网络的性能。为了改善网络的训练效率,所有的输入和输出变量被归一化到 $[-1, 1]$ 之间,归一化公式如下

$$x_{\text{nor}} = 2\left(\frac{x - x_{\text{min}}}{x_{\text{max}} - x_{\text{min}}}\right) - 1 \quad (2)$$

式中: x_{nor} 是 x 的归一化值; x 是输入变量和输出变量

的初始值; x_{max} 和 x_{min} 分别为 x 的最大值和最小值。

在完成神经网络的训练和仿真以后,必须将仿真的数据进行反归一化,反归一化采用如下公式

$$x = 0.5(x_{\text{nor}} + 1)(x_{\text{max}} - x_{\text{min}}) + x_{\text{min}} \quad (3)$$

神经网络的具体结构以及学习过程中的各训练参数列于表 2 中。

表 2 BP 人工神经网络的网络结构和训练参数

Table 2 Architecture and training parameters used in BP artificial neural network

Neural network parameter	Selected value
Number of layers	3
Number of neuron on the layers	4-10-1
Initial weights and biases	Randomly between -1 and +1
Activation functions between input and hidden layer	Log-sigmoid
Activation functions between hidden and output layer	Pure-linear
Training parameters learning rule	Back-propagation
Initial learning rate	0.1
Momentum constant	0.9
Number of iteration	7 247
Acceptable mean squared error	0.005

神经网络的预测能力可以通过一些统计参数进行评估,如均方差(M_{SE})和相关系数(R),这些参数可通过下式计算:

$$M_{\text{SE}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (t_i - y_i)^2 \quad (4)$$

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^N (t_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^N (t_i - \bar{y})^2}} \quad (5)$$

式中: i 为样本序号, N 为样本总数, \bar{y} 为预测值的平均值, t_i 为第 i 个样本的实测值, y_i 为第 i 个样本的预测值。

3.2 计算结果与误差分析

在训练过程中,均方差随循环次数的增加而减小。如图 7 所示,在 7 247 次循环后达到了期望的收敛误差。

图 8 所示为网络训练过程中预测值与实验值的关

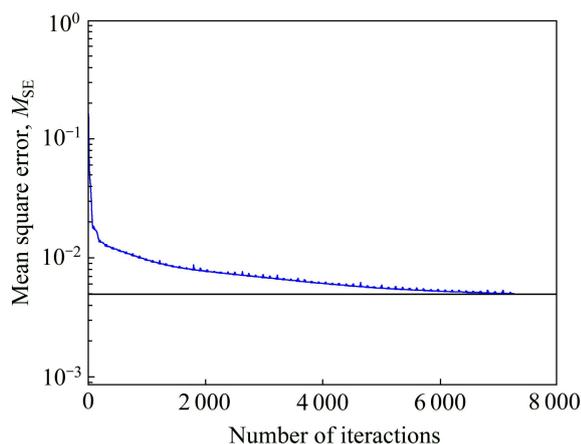


图 7 迭代误差图

Fig. 7 Neural network fitting error after calculation

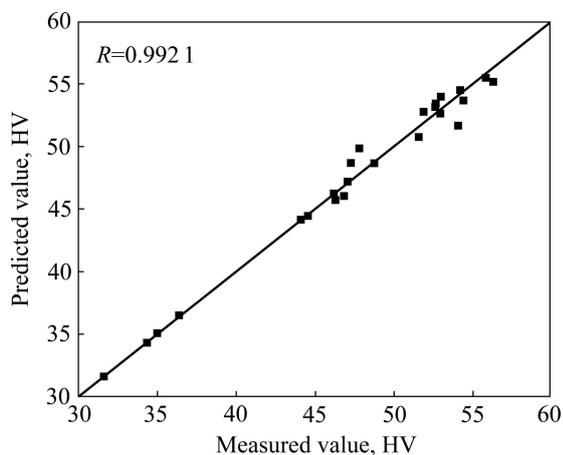


图 8 网络训练过程中实测值与预测值的比较

Fig. 8 Comparison between measured and predicted hardness by neural network method using trained data

系。由图 8 可看出, 实测值与预测值几乎完全重合, 实测值与模拟值的相关系数 R 达到 0.9921。

好的训练结果是仿真的前提, 鉴定一个网络的优劣, 最终需要看仿真的结果。将训练好的网络保存, 以剩余 4 组数据进行网络的仿真, 得到仿真值与实验值的关系, 如图 9 所示, 4 组参与仿真的硬度值相关系数为 0.9793。

3.3 计算结果验证

在上面建立的神经网络中, 选取了 28 组数据中的 24 组进行训练, 剩余的 4 组数据进行测试, 数据的选择完全遵守随机选择的原则, 这样才能体现网络的可用性和可推广性。事实上, 本网络能够随机选择任何几组数据作为测试样本去验证和评估网络的性能。为了验证神经网络在解决该类问题上的有效性, 从上面

的训练样本的 24 组中选取 4 组作为新的测试样本, 剩余的 24 组数据作为新的训练样本, 重复上面的工作, 建立一个新的神经网络。图 10 所示为合金硬度的新神经网络实验值和预测值的对比图。比较图 10、图 9 和图 8, 能够清晰地看到实验值和预测值之间的一致性。

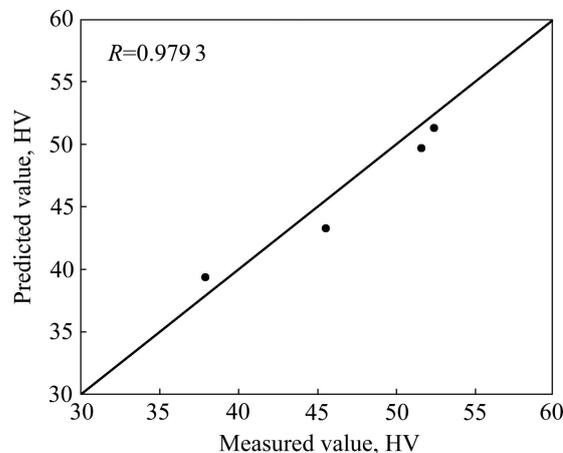


图 9 网络仿真过程中实测值与预测值的比较

Fig. 9 Comparison between measured and predicted hardness by neural network method using tested data

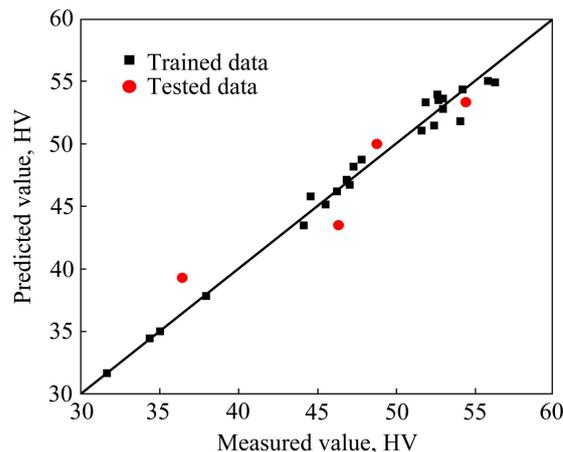


图 10 第二组数据建立的网络实验值与其计算值的对比图

Fig. 10 Comparison between experiment and calculated values by neural network method for second team using

ANN 的准确性和可靠性还可以通过交互验证的方法进行研究, 这里我们采用的是留一法(LOO)。留一法的思想是从数据样本中选取一组数据, 用其余的数据作为训练样本建立网络, 然后用训练得到的网络预测所选取的数据点, 这个过程多次重复, 直到所有的数据点被预测一次, 得到相应的交互验证的结果。图 11 所示为 BP 神经网络留一法交互验证的结果, 实验值和预测值吻合较好, 相关系数达到 0.9779。

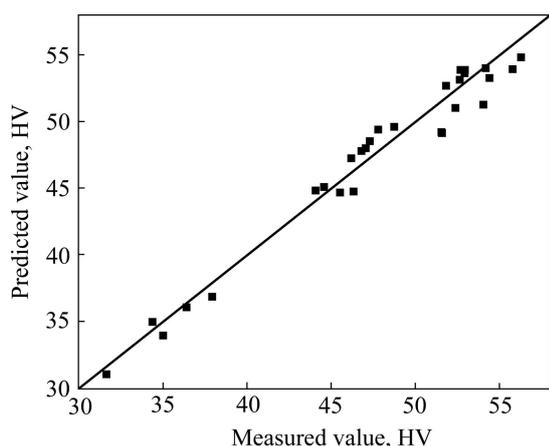


图 11 留一法交互验证的结果

Fig. 11 Validation results obtained using leave-one-out (LOO) analysis

合金元素添加量、冷变形量与合金的性能息息相关，单纯的公式不能将其关系较好地表达出来，通过神经网络的方法可以弥补这个不足。本研究得到的网络模拟结果和仿真结果与实测值吻合，说明人工神经网络在预测合金的硬度方面完全可行。通过建立神经网络，可以定量地分析元素添加量、变形量与硬度的关系，从而能够设计针对不同需求的新合金。神经网络是有限次迭代得到的结果，通过网络并不能从本质上解释输入数据和输出数据的关系，只有结合组织分析才能解决这个问题。另外，网络中的输入参量是冷拉拔的性能，适用于铝合金线材，对于管材和板材的适用性还待验证。

4 结论

1) 稀土 Sc、Er 与 Zr 元素的复合添加有助于提高铝锆合金的硬度。当稀土元素添加量相同时，Sc 对铝锆合金硬度的改善作用要优于 Er 的。随着变形量的增大，4 种合金硬度的差距越来越小，在 5 道次的拉拔之后，硬度基本一致。

2) Al-Zr-(RE)合金变形前的组织为再结晶组织，冷变形将再结晶晶粒破碎，晶粒尺度减小，材料的力学性能提高。在冷变形过程中，变形前已析出的第二相通过与变形过程中增殖的位错线产生交互作用，提高合金的硬度。

3) 以实验结果作为神经网络的训练样本，通过对神经网络的结构优化、建立、训练到仿真，建立了

Al-Zr-(RE)合金维氏硬度与变形量和元素添加量的神经网络，对合金的硬度值进行预测，预测结果与实验结果吻合较好，而且网络具有较强的推广能力。

REFERENCES

- [1] KNIPLING K E, DUNAND D C, SEIDMAN D N. Precipitation evolution in Al-Zr and Al-Zr-Ti alloys during isothermal aging at 375–425 °C[J]. *Acta Materialia*, 2008, 56(1): 114–127.
- [2] KNIPLING K E, DUNAND D C, SEIDMAN D N. Precipitation evolution in Al-Zr and Al-Zr-Ti alloys during aging at 450–600 °C[J]. *Acta Materialia*, 2008, 56(6): 1182–1195.
- [3] FULLER C B, MURRAY J L, SEIMAN D N. Temporal evolution of the nanostructure of Al(Sc, Zr) alloys (Part I): Chemical compositions of $Al_3(Sc_{1-x}Zr_x)$ precipitates[J]. *Acta Materialia*, 2005, 53(20): 5401–5413.
- [4] LEFEBVRE W, DANOIX F, HALLEM H, FORBORD B, BOSTEL A, MARTHINSEN K. Precipitation kinetic of $Al_3(Sc, Zr)$ dispersions in aluminum[J]. *Journal of Alloys and Compounds*, 2009, 470(1/2): 107–110.
- [5] TOLLEY A, RADMILOVIC V, DAHMEN U. Segregation in $Al_3(Sc, Zr)$ precipitates in Al-Sc-Zr alloys[J]. *Scripta Materialia*, 2005, 52(7): 621–625.
- [6] DESCHAMPS A, LAE L, GUYOT P. In situ small-angle scattering study of the precipitation kinetics in an Al-Zr-Sc alloy[J]. *Acta Materialia*, 2007, 55(8): 2775–2783.
- [7] MUTHUKRISHNAN N, DAVIMB J P. Optimization of machining parameters of Al/SiC-MMC with ANOVA and ANN analysis[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2009, 209(1): 225–232.
- [8] TOROS S, OZTURK F. Flow curve prediction of Al-Mg alloys under warm forming conditions at various strain rates by ANN[J]. *Applied Soft Computing*, 2011, 11(2): 1891–1898.
- [9] 覃银江, 潘清林, 何运斌, 李文斌, 刘晓艳, 范曦. 基于人工神经网络的 ZK60 镁合金热压缩变形行为[J]. *中国有色金属学报*, 2010, 20(1): 17–23.
QIN Yin-jiang, PAN Qing-lin, HE Yun-bin, LI Wen-bin, LIU Xiao-yan, FAN Xi. Hot compression deformation behavior of ZK60 magnesium alloy based on artificial neural network[J]. *The Chinese Journal of Nonferrous Metals*, 2010, 20(1): 17–23.
- [10] SUN S P, YI D Q, JIANG Y, WU C P, ZANG B, LI Y. Prediction of formation enthalpies for Al_2X -type intermetallics using back-propagation neural network[J]. *Materials Chemistry and Physics*, 2011, 126(3): 632–641.
- [11] 周古为, 郑子樵, 李海. 基于人工神经网络的 7055 铝合金二次时效性能预测[J]. *中国有色金属学报*, 2006, 16(9): 1583–1588.
ZHOU Gu-wei, ZHENG Zi-qiao, LI Hai. Predicting properties

- for secondary aging of 7055 Al alloy based on artificial neural networks[J]. *The Chinese Journal of Nonferrous Metals*, 2006, 16(9): 1583–1588.
- [12] MOHANTY I, BHATTACHARJEE D, DATTA S. Designing cold rolled If steel sheets with optimized tensile properties using ANN and GA[J]. *Computational Materials Science*, 2011, 50(8): 2331–2337.
- [13] 宋 旻, 贺跃辉. Er 和 Yb 元素对二元 Al-Mg 合金位错分布组态的影响[J]. *中国有色金属学报*, 2011, 21(1): 66–71.
SONG Min, HE Yue-hui. Effects of Er and Yb elements on dislocation distributions in binary Al-Mg alloy[J]. *The Chinese Journal of Nonferrous Metals*, 2011, 21(1): 66–71.
- [14] FULLER C B, SEIDMAN D N, DUNAND D C. Mechanical properties of $Al_3(Sc, Zr)$ alloys at ambient and elevated temperatures[J]. *Acta Materialia*, 2003, 51(16): 4803–4814.
- [15] GUO J Q, OHTERA K. An intermediate phase appearing in $L1_2-Al_3Zr$ to $DO_{23}-Al_3Zr$ phase transformation of rapidly solidified Al-Zr alloys[J]. *Materials Letters*, 1996, 27(6): 343–347.
- [16] ROJAS R. *Neural networks: A systematic approach*[M]. Springer-Verlag, Berlin: Deutschland, 1996.
- [17] HAYKIN S. *Neural networks: A comprehensive foundation*[M]. New Jersey: Upper Saddle River, 1999.
- [18] SHAO H M, ZHENG G F. Convergence analysis of a back-propagation algorithm with adaptive momentum[J]. *Neurocomputing*, 2011, 74(5): 749–752.

(编辑 李艳红)