

CONFORM 连续挤压变形过程的 刚粘塑性有限元模拟^①

彭颖红 彭大暑 左铁镛

(中南工业大学材料科学与工程系, 长沙 410083)

阮雪榆

(上海交通大学材料工程系, 上海 200030)

摘 要

基于刚粘塑性有限元法的基本理论, 对有限元法模拟金属塑性成形过程的一系列技术处理方法做了深入研讨, 并采用这些技术处理方法对 CONFORM 连续挤压的非稳态变形过程进行了数值模拟, 数值模拟的结果与实验结果吻合。

关键词: CONFORM 连续挤压 有限元 数值模拟

CONFORM 连续挤压是本世纪七十年代出现的一种加工超长线材和管材的新型金属挤压技术^[1]。近十多年来, CONFORM 连续挤压技术在国内、外有色金属加工领域内发展十分迅速, 不仅已广泛应用于铝及铝合金盘管、铝、铜及其合金的中小型材和电线电缆等生产上, 而且在颗粒材料的成形和双金属材料成形方面亦有很好的应用前景。然而至今, 关于 CONFORM 连续挤压过程的变形力学分析方面的研究报道却很少, 这无疑对 CONFORM 连续挤压工艺的制订、工模具的设计以及产品质量的控制与提高十分不利。

应力场、应变场及温度场是分析塑性变形过程的基础。由于金属塑性加工大变形场问题本身的难度大, 加之 CONFORM 连续挤压工艺本身复杂, 用传统的工程近似法和滑移线场方法均难以解决。而场问题的数学描述一般采用微分方程的形式, 有限元法是求解微分方程的一种十分有效的数值方法。故本文采用刚粘塑性有限元法对 CONFORM 连续挤压的非稳态形

变过程进行模拟。刚粘塑性有限元法发展至今其理论本身已趋完善, 但目前对非稳态塑性流动过程的数值模拟水平还不高。根本原因在于有限元模拟技术中的一系列技术处理方法还不完善。这些技术处理方法包括: 变形体边界与模具边界的自动识别技术、接触边界摩擦条件的处理、初始速度场的确定、畸变网格的再划分技术。为此, 本文对这些技术处理问题进行了深入的研究, 并采用这些技术处理方法对 CONFORM 连续挤压变形过程进行了数值模拟, 模拟的结果得到了实验的验证。

1 刚粘塑性有限元法基本理论

在等温度条件下, 设变形体的体积为 V , 力面和速度面分别为 S_r 和 S_v 。那么该变形体塑性变形时应满足下列方程:

(1) 平衡衡量方程(不计体积力):

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad (1)$$

① 国家教委博士点基金资助课题; 于 1992 年 9 月 27 日收到初稿

(2) 几何方程:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i})/2 \quad (2)$$

(3) 本构方程:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\sigma}'_{ij}}{\sigma'} / (2\bar{\sigma}) \quad (3)$$

(4) 体积不变条件:

$$\dot{\varepsilon}_{kk} = 0 \quad (4)$$

(5) 边界条件:

$$\left. \begin{array}{l} S_t \text{ 上: } \sigma_{ij} n_j = F_i \\ S_v \text{ 上: } v_i = \bar{v}_i \end{array} \right\} \quad (5)$$

用四节点四边形等参单元将变形体离散化, 并采用罚函数法引入不可压缩条件, 则单元 e 的泛函为:

$$\Pi^e = \int_{V^e} \bar{\sigma} \dot{\varepsilon} dV + \frac{\alpha}{2} \int_{V^e} \dot{\varepsilon}^2 dV - \int_{S_f^e} F_i v_i dS \quad (6)$$

式中 α 为惩罚因子

根据 Markov^[2]变分原理, 当变形体泛函对速度的变分为零时得到真实解。并采用摄动法消除塑性变形过程的物理非线性, 用 Newton-Raphson 迭代法求解关于速度增量 Δv 的线性方程组便可解出相关的力学场量。

对单元 e 有:

$$\frac{\partial \Pi^e}{\partial \{v\}^e} = ([P]_{n-1} + [M]) \{\Delta v\}_n + [H]_{n-1} + [M] \{v\}_{n-1} - \{f\} \quad (7)$$

式中

$$[P]_{n-1} = \frac{2}{3} \int_{V^e} \left(\frac{\bar{\sigma}_{n-1}}{\varepsilon_{n-1}} [K] + \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\bar{\sigma}}{\varepsilon} \right) \right) |_{n-1} \times \frac{1}{\varepsilon_{n-1}} [K] \{v\}_{n-1} \{v\}_{n-1}^T [K]^T dV$$

$$[H]_{n-1} = \frac{2}{3} \int_{V^e} \frac{\bar{\sigma}_{n-1}}{\varepsilon_{n-1}} [K] \{v\}_{n-1} dV$$

$$[K] = [B] \cdot [B]^T$$

$$[M] = \int_{V^e} \alpha [B]^T \{c\} \{c\}^T [B] dV$$

$[B]$ —应变矩阵。

将(7)式组集代入变分原理便得到刚粘塑

性有限元求解的整体矩阵方程组:

$$[S]_{n-1} \{\Delta v\}_n = \{R\}_{n-1} \quad (8)$$

式中 流动应力采用 Backofen^[3]的拟粘塑性模型: $\bar{\sigma} = \frac{c}{\dot{\varepsilon}^m}$, 其中 c 、 m 为材料常数

2 塑性有限元技术处理

2.1 变形体边界与模具边界的自动识别技术

金属塑性成形是金属材料在外力作用下, 通过模具型腔的约束而发生塑性流动最终达到产品的物理、几何要求。因此, 要想真实地模拟金属非稳态塑性变形过程必须解决变形体边界与模具边界的自动识别技术。识别过程包括: 模具型腔的描述、边界节点的触模判别、接触节点的脱模判别。

2.1.1 模具边界构形的数学描述

对于轴对称问题与平面问题, 模具的构型以模具的边界曲线来表示。而一般模具的边界总可以用直线、圆弧以及样条曲线的组合来描述, 本文用直线与弧的组合来描述模具的几何构形, 这种描述与一般的模具加工情况相吻合而且能满足工程精度。从全面地反映模具对金属塑性成形过程的约束特性角度出发, 本文开发的模拟系统对模具构形采用分段式描述。由于直线和圆弧的方程简单避免了复杂的数学描述, 这种以直线与圆弧的组合式来描述模具边界几何构形的方法, 不仅能够达到满意的边界拟合精度以及保证模型腔各部分间的光滑过渡, 而且在变形体边界节点可能出现速度方向突变的位置上, 模具段间相应采用小圆弧来过渡, 能够十分方便地解决速度奇异性问题, 无需对奇异点做复杂的处理。表1为模具构形信息表。图1为 CONFORM 连续挤压模具(对称面边界)构形描述的实例, 整个模具边界由10

表1 模具构形信息表

线	型	运动速度	起点坐标	终点坐标	圆	心	半	径	走	向
直	线	V_{dx}, V_{dy}	$(x_1 \ y_1)$	$(x_2 \ y_2)$	/	/	/	/	/	/
圆	弧	V_{dx}, V_{dy}	$(x_1 \ y_1)$	$(x_2 \ y_2)$	$(x_0 \ y_0)$	R				逆时针为“+”

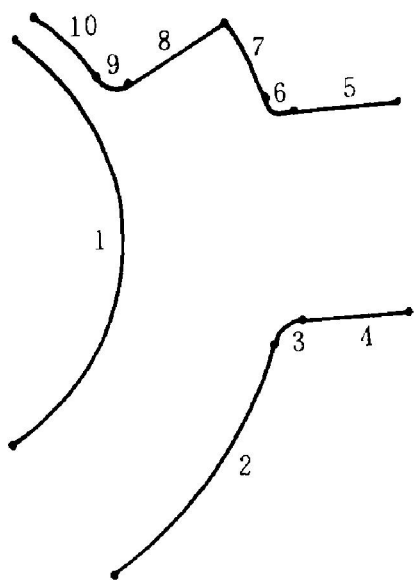


图1 CONFORM 连续挤压模具构形

条线素组成。

2.1.2 边界节点的触模判别及算法

在塑性变形过程中, 变形体边界节点是否触模是由变形体与模具的相对运动性质所决定的。如图2, 设变形体边界节点*i*的坐标为(x_i , y_i); 速度为(v_{ix} , v_{iy}); 模具边界的方程为: $y = F(x)$; 运动速度为(v_{dx} , v_{dy})。那么, 触模时间 Δt 可由下列参数方程组确定:

$$\begin{cases} x = x_i + \Delta v_x \cdot \Delta t \\ y = y_i + \Delta v_y \cdot \Delta t \\ y = F(x) \end{cases} \quad (9)$$

式中 $\Delta v_x = v_x + v_{ix} - v_{dx}$; $\Delta v_y = v_y + v_{iy} - v_{dy}$

求解方程组(9), 便可得到 Δt 。如果求出的 $\Delta t < 0$, 说明该节点*i*永不会与模具接触; 如果 $\Delta t \geq 0$, 说明该节点*i*有可能与模具接触。但是否触模还要根据下列不等式来判别:

$$\begin{cases} \Delta t > \Delta t, & \text{在此步内不接触} \\ \Delta t \leq \Delta t, & \text{在此步内接触} \end{cases}$$

其中 Δt 为规定的时间增量步长

在判断触模后应以 Δt 对各场变量进行替换同时对接触节点施加速度约束:

$$v_{in} = v_d \cdot n_i \quad (10)$$

式中 v_{in} —*i*节点的速度在模具表面法向上的投影; n_i —*i*节点处模具表面单位法向矢量。

这样的约束能够保证接触节点*i*只能沿模

具表面运动而不会穿透模具或脱离模具。

另外, 当按照时间增量步长替换节点位置和模具位置后, 接触节点的运动可能出现图3的情况: 节点*i*沿模具表面切向运动到*i'*点。此时需要将*i'*点修正到*i''*点, *i''*是*i'*点向模具表面垂线与模具边界的交点。由于时间增量步长很小, 可以认为*i''*是*i*节点替换后的正确位置。

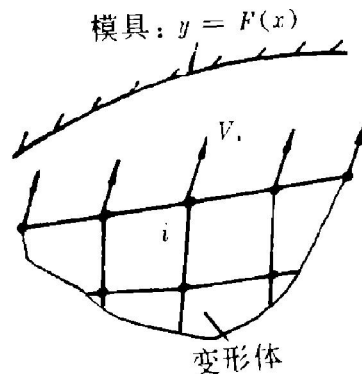


图2 接触算法示意图

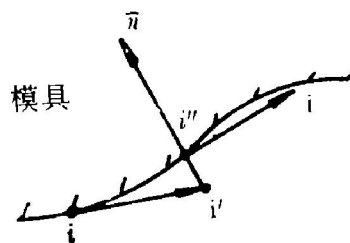


图3 接触节点的修正

2.1.3 接触节点脱模判别

塑性变形过程中, 原来的接触节点可能脱离模具表面成为自由边界节点。接触节点的脱模判别不是根据变形体与模具的相对运动情况来判别, 因为这样不能保证解的唯一性, 而是根据接触节点的受力状态来判别, 即如果接触节点的节点力或节点应力在模具表面法向的投影小于零:

$$F_{in} < 0 \text{ 或 } \sigma_{in} < 0$$

则该节点*i*仍与模具接触。因为这表明模具表面作用于节点*i*的是压力(或压应力)。否则, 该节点脱离模具成为自由节点。节点*i*脱模后应立刻解除速度约束条件。

2.2 接触边界摩擦条件的处理

金属塑性成形过程中的摩擦问题十分复杂,目前还不能对变形体与模具的接触面间的摩擦磨损机理给出准确的解释。人们常常是通过一系列简化来处理摩擦边界条件。常用的方法有常摩擦因子模型和库仑定律。库仑定律在有限元分析中将导致刚度矩阵的非对称性,故在刚粘塑性有限元模拟中不采用。常摩擦因子模型的使用有很大的局限性,对于存在变形体与模具接触面相对运动速度中性点时,摩擦力的方向将发生突变从而导致矩阵方程组(8)式成为病态方程组,而通常在非稳态塑性成形过程中中性点的位置是无法预知的。

为此,本文采用 Chen 和 Kobayashi^[4]提出的反正切摩擦模型来处理接触边界的摩擦条件。该模型假设摩擦力 f 为相对滑动速度的反正切函数:

$$f = -mk \left\{ \frac{2}{\pi} \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{v_s}{v_0} \right] \right\} \quad (11)$$

式中 v_s — 接触表面上变形体与模具的相对滑动速度; v_0 — 比模具速度小几个数量级的正数

采用反正切模型后, (7) 式中的 $\{f\}$ 是关于 Δv 的函数, 它将对 (8) 式中 $[s]$ 阵和 $[R]$ 有所贡献。

对 $[S]$ 阵的贡献:

$$\frac{\partial^2 \pi_f}{\partial v_i \partial v_j} = \int_{s_f} mk \frac{2}{\pi} N_i N_j \frac{v_0^2}{v_0^2 + v_s^2} ds \quad (12)$$

对 $[R]$ 阵的贡献:

$$\frac{\partial \pi_f}{\partial V_i} = \int_{s_f} mk \cdot \frac{2}{\pi} \cdot N_i \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{v_s}{v_0} \right) ds \quad (13)$$

(12)、(13) 式中, N_i 、 N_j 为单元节点的形函数

该方法能自动处理中性点问题, 对处理任意曲线接触边界的摩擦条件十分方便。

2.3 初始速度场的确定

初始速度场的构造对 Newton-Raphson 迭代过程的收敛性及收敛速度有重要的影响, 因此构造一个满足速度边界条件的优化初始速度场是有限元分析的一个难点。

通常, 人们采用人工假设法、利用上限法或滑移线法的解作为初始速度场, 泛函求解法。前两种方法只适用于简单的变形过程, 后

一种方法引入了新的泛函使计算工作量大大增加不能起到提高计算速度的作用。

本文采用直接迭代法^[5]自动生成速度场。即假设 $\bar{\sigma}/\dot{\epsilon}$ 为常数 C_0 , 那么对 (6) 式变分并进行组集后有:

$$\delta \pi = \sum_{e=1}^M \left\{ \int_{V^e} C_0 [K] \{v\}^e dV + [M] \{v\}^e - \{f\} \right\} = 0 \quad (14)$$

(14) 式为一线性方程组。用同样的迭代法解此线性方程组便可得到满足边界条件的初始速度场。

这种初始速度场自动生成方法, 不受具体问题的限制而且数学上保证了其迭代过程始终具有收敛的趋势。本文在分析象 CONFORM 连续挤压这样复杂的变形过程时, 直接迭代在 10 次内收敛, 转入 Newton-Raphson 迭代后也具有良好的收敛性和收敛速度。

2.4 畸变网格的再划分技术

对于塑性成形(非稳态)这类大变形大位移问题, 常常出现等效应变大于 2 的情况。在 Euler 坐标系中观察有限元变形网格, 将会看到网格系统发生了严重的畸变。随着变形量的增加网格的畸变将导致有限元分析无法继续进行下去, 这时需要重新定义一套新的网格系统, 即网格的重新生成。因此, 畸变网格的再划分问题已成为有限元模拟复杂的非稳态塑性成形过程的关键。一个完善的网格再划分处理系统应包括: 畸变网格的判别、合理的新网格系统的生成、新旧网格的包含测试以及新的网格系统间的信息传递。

2.4.1 畸变判据

大变形过程中网格畸变到一定程度将导致有限元计算的失真甚至无法继续计算。对于四节点四边形等参单元, 等参变换要求其具有外凸特性。这就要求等参变换的 Jacobin 矩阵的 $J > 0$ 。如 $J < 0$, 单元节点将由右手坐标系变成左手坐标系, 使节点排列混乱; 如 $J = 0$, 将不能确定微分变换 $dx dy = J d\xi d\eta$ 。所以, 畸变的判据可定义为: $J > 0$ 。 J 的大小实际反映四边形单元的面积, 即为两边矢量的叉积:

$$J = |a \times b| = ab \sin \theta \quad (15)$$

根据上面定义的畸变判据, 要求内角 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ 。在实际计算中定义为 $0^\circ + \Delta\theta < \theta < 180^\circ - \Delta\theta$ 且 $\Delta\theta \approx 1^\circ \sim 3^\circ$ 。否则认为网格需要重新划分。

2.4.2 生成合理的新网格系统

如何生成合理的新网格系统是网格再划分技术中难度最大的环节, 不少学者为此做了努力^[6,7], 但至今仍然没有一种具有普遍意义的生成方法, 都只能针对具体的变形条件建立相应的新网格系统。新的网格系统都应满足: (1) 保证变形体边界构形不变以真实地反映变形过程; (2) 新单元的形态应尽量接近母单元以减少再划分的次数; (3) 尽量使半带宽减小以减少计算工作量。本模拟系统针对 CONFORM 连续挤压局部变形严重的特点, 采用区域再划分与局部节点调整的方法生成新的网格系统。这种生成新网格的方法容易实现半带宽优化, 且对于局部区域的划分能充分保证边界节点原有特性。

2.4.3 新、旧网格的包含测试

为了实现新旧网格系统之间的信息传递, 首先必须知道新网格系统的节点位于旧网格系统的什么位置。包含测试的方法很多^[6], 本文提出一种十分便于程序设计的方法。如图4, 单元节点的局部编号按逆时针方向进行, 那么若点 $P(x, y)$ 落在该单元内, 则必有:

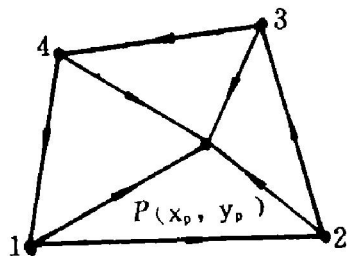


图4 包含测试

$$\psi_i = \begin{vmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_{i+1} & y_{i+1} & 1 \\ x_p & y_p & 1 \end{vmatrix} \geq 0 \quad (16)$$

其中 $i = 1, 2, 3, 4$ 。

如 $i = 4$, 定义 $i + 1 = 1$, 如 $\psi_i = 0$, 则 P 点刚好落在由节点 i 和 $i + 1$ 所决定的边界上,

而这条边界可能为两个单元公有, 且经过由单元形心向节点的转换以后, 等效应变也在整个工件内已减为连续的场量。故究竟将 P 点归入哪个单元已无关紧要。

2.4.4 新旧网格系统间的信息传递

对于旧网格中已知场量为节点值时(如速度 v_i , 温度 T_i), 场量按下列转换传递:

$$\begin{cases} v_j = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{4} (1 + \xi_i \xi_j) (1 + \eta_i \eta_j) v_i \\ T_j = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{4} (1 + \xi_i \xi_j) (1 + \eta_i \eta_j) T_i \end{cases} \quad (17)$$

式中 v_j, T_j —新节点处的速度和温度; v_i, T_i —旧网格的节点值; ξ_j, η_j —新节点在旧单元内的局部坐标; ξ_i, η_i —旧单元的节点局部坐标

对于降阶积分的情况, 场量(如单元应变)以旧单元形心值为已知, 此时必须先将旧单元形心处的场量传递给新网格节点, 再由节点插值到新单元形心。由旧形心到新节点的传递采用面积加权平均法^[4], 如图5。

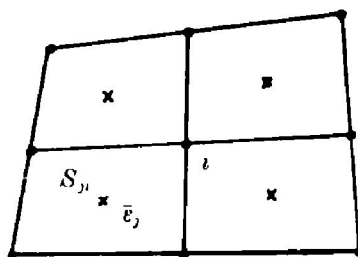


图5 信息传递

设节点 i 为 m 个单元包围, 节点 i 的等效应变值可由下式求得:

$$\bar{\epsilon}_i = \sum_{j=1}^m \bar{\epsilon}_j S_j / \sum_{j=1}^m S_j \quad (18)$$

式中 $\bar{\epsilon}_j$ —围绕节点 i 的单元的形心处的等效应变值; S_j —第 j 个单元对节点 i 的面积所作的贡献。

3 CONFORM 连续挤压变形过程数值模拟结果

应用前面提出的技术处理方法, 本文对

CONFORM 连续挤压变形过程进行了模拟, 图6(a)、(b)分别为实验模型的变形网格与等效应变图; 图7(a)、(b)为实际 CONFORM 连续挤压的变形网格与等效应变; 图8为模拟实验的 u 场、 v 场 Morie 云纹照片。图6与图7表明, 两种模拟结果具有相同的力学特性。图8表明, 数值模拟结果与实验结果基本吻合。同时这亦说明, 这种实验模型能够反映 CONFORM 连续挤压的变形力学机制。

4 结束语

本文论述的技术处理方法对有限元模拟非稳态金属塑性成形过程起着至关重要的作用。

变形体边界与模具边界的自动识别技术处理, 能够真实地模拟金属的变形过程与流动规律, 同时对模具的设计及 CAD/CAM 具有指导意义。

反正切摩擦模型, 从反映摩擦特性的最本

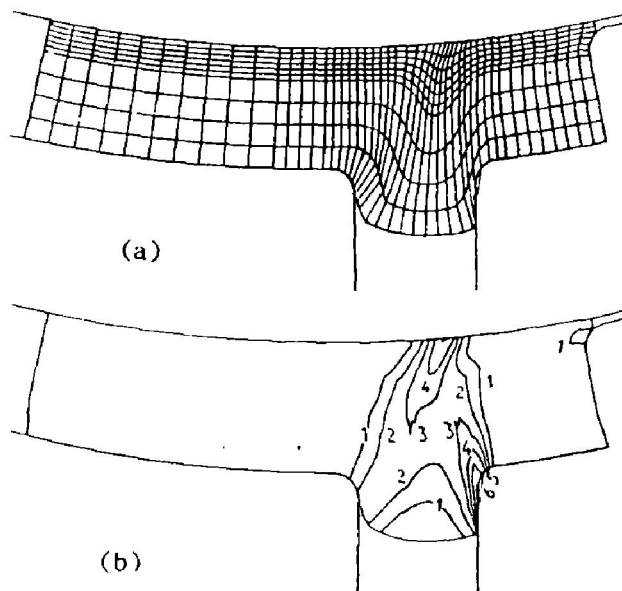


图7 conform 过程变形网格和等效应变

$$\epsilon_{\max} = 1.7531825838;$$

$$\epsilon_{\min} = 0.0029715781$$

$$1-0.2529988361; 2-0.5030260940;$$

$$3-0.7530622519; 4-1.0030806991;$$

$$5-1.2531078678; 6-1.5031351257$$

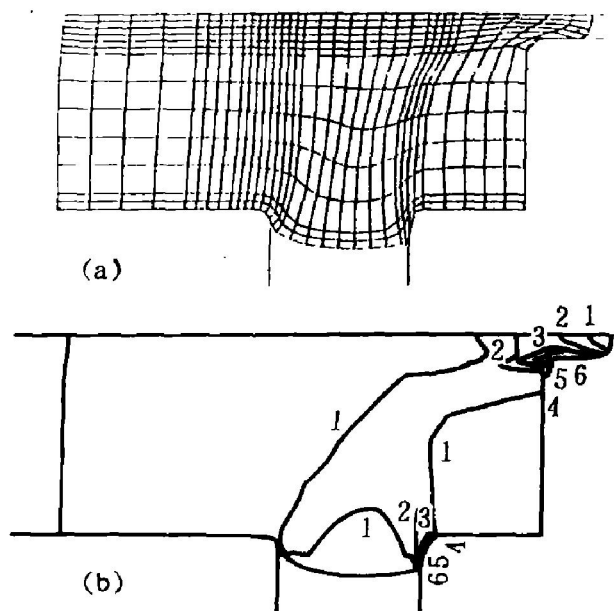


图6 实验模型的变形网格和等效应变

(a)—变形网格; (b)—等效应变;

$$\epsilon_{\max} : 1.8333886111;$$

$$\epsilon_{\min} : 0.0083532820$$

$$1-0.2690722862; 2-0.5297912903;$$

$$3-0.7905102945; 4-1.0512292986;$$

$$5-1.3119483028; 6-1.5726673069$$

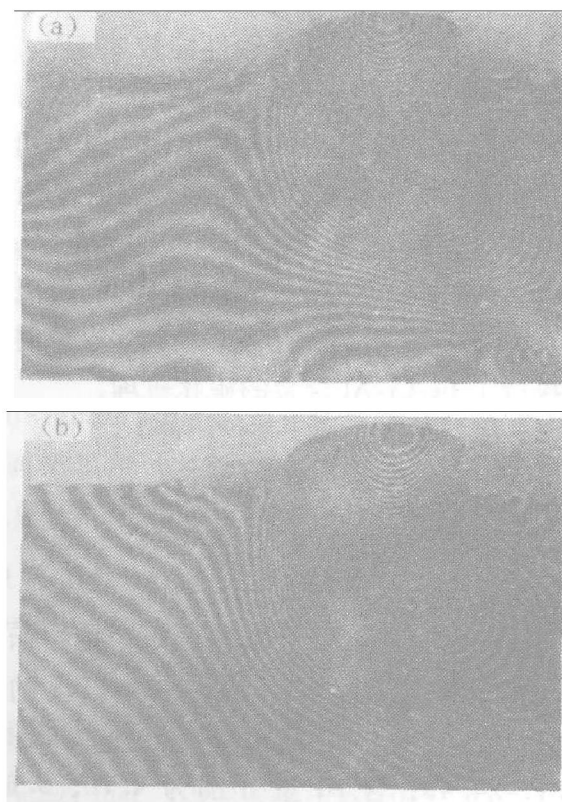


图8 实验模型位移场云纹图

(a)— u 场; (b)— v 场

(下转第63页)

研究有待深入的内容之一。

4 结 论

(1) T_{79} PCVD 和 T_{79} CVD 涂层表面均含有大量的氧和碳;经 Ar^+ 溅射 50 min 后,均降至正常值。

(2) 涂层表面主要由 TiN 和 TiO_x 组成,其次是 CoO。

(3) T_{79} PCVD 表面硬度低于 CVD 的主要原因是前者的 TiN 有强烈的 {200} 织构,表面含有较高的 CoO。其次是涂层为粗柱晶组织,而 CVD 涂层由细等轴晶组成。

(4) T_{79} PCVD 涂层过程中,离子轰击基材表面优化了沉积环境,且界面无脆性相和孔洞存在,这是 PCVD 涂层结合力优于 CVD 的主要

原因。

(5) 必须克服 X 射线测定 Ti(C, N) 宏观应力上的困难,精确测出该相应力,才能正确评价界面应力梯度对 T_{79} 涂层硬质合金界面结合强度的影响程度。

参考文献

- 1 刘国纯等. 硬质合金, 1991, 8(2): 20—23.
- 2 周建坤等, 金属学报, 1990, 26(2): B130—B134.
- 3 Tomellini M. Thin Solid films, 1991, 202, 227—234.
- 4 Fabian L *et al*, Режимы Циклруенты, 1979, (10): 5—16.
- 5 庄伟哲. 硬质合金, 1991, 8(2): 1—9.
- 6 Sarin V K *et al*. Journal of the electrochemical Society, 1979, 126(7): 1281—1287.
- 7 刘长清等. 金属学报, 1990, 26(1): B27—B31.

(上接第 47 页)

质参量即相对运动速度出发,能有效地解决接触摩擦边界的中性点问题,而且对任意曲线边界的处理也十分方便。

直接迭代法确定初始速度场,不仅收敛特性好,而且不受具体问题的限制。

再划分问题的解决,使完整地模拟复杂的非稳态塑性流动问题成为可能。

因此,目前技术处理功能强弱已成为评价一个模拟系统质量的重要因素。本文采用的技术处理方法对 CONFORM 连续挤压变形过程的模拟,证明这些技术处理方法是行之有效的。

参考文献

- 1 彭大暑. 轻合金加工技术, 1990, (1): 33—39.
- 2 陈如欣等. 塑性有限元法及其在塑性成形中的应用. 重庆: 重庆大学出版社, 1988, 146.
- 3 阿尔坦·T 等编[美], 陆索(译). 现代锻造. 北京: 国防工业出版社, 1982, 135.
- 4 Kobayashi S, Oh S, Altan T. Metal Forming And The Finite Element Method. London: Oxford Univ Press, 1989, 119—121.
- 5 Oh S. Int J Mech Sci, 1982, 24: 479.
- 6 赵国群等. 模具技术, 1991, (2): 1—7.
- 7 Kikuchi N. Computer Method in Applied Mechanics and Engineering, 1986, 55: 129.