

采选冶系统动态回收率最优控制模型^①

勒晓阳 周婷俐 沃廷枢^② 李松仁 贾春霖

(中南工业大学)

摘 要

将冶金工业的三个相互独立、制约和依赖的生产部门：采矿、选矿、冶金，组成一个大系统，研究了矿产资源利用这一非线性系统，讨论了系统的动态金属平衡关系，建立了动态金属量投入产出模型。用系统中各部门的投入与产出金属量描述回收率，建立了采、选、冶系统动态回收率最优控制模型(DROCMPS)，开发了通用程序包。DROCMPS适用于单金属和多金属伴生矿山冶炼系统，具有多种用途。最后，在某有色金属公司应用 DROCMPS 研究了铜生产系统。

关键词：回收率 投入产出 最优控制

随着人类生产的不断发展，人们对矿产资源的需求越来越大。然而自然界所能提供的矿产资源有限，如何合理使用这有限的矿产资源，就成为决策部门和从事矿物经济研究人员所关心的问题，也是当今国内外重要的研究课题。回收率是矿业工程重要的技术经济指标，由于其为非线性系统，建立回收率优化模型较困难。这正是为什么目前从文献上尚未见到回收率优化模型研究的论文的原因。综合运用矿物工程、经济学、投入产出理论、系统工程、计算机科学、应用数学和模糊数学等多学科知识，用采、选、冶各部门金属投入与产出描述回收率，建立了一个动态金属量投入产出模型。在动态金属量投入产出模型的基础上，建立了采、选、冶系统动态回收率最优控制模型(DROCMPS)。

1 动态金属量投入产出模型

不存在联合生产是 Leontief 投入产出模型的基本假设^[1]。在社会实践中，许多系统诸如矿业工业、化工工业等都不满足基本假设。作

者引入生成数与相关生成数两个新概念，建立了没有基本假设限制的投入产出模型^[2, 3]。

进行任何一种物质生产活动，一方面必须有必要数量的生产要素的投入。另一方面生产活动的结果是一定数量达到使用要求的产品被加工出来。设联合生产系统有 n_0 个生产部门，生产 n 种产品，外购 l 种外部资源， m 项固定成本和增值，则 $n_0 \leq n$ ，当且仅当系统满足基本假设时，等号成立。

动态联合生产型投入产出综合平衡关系见表 1，其方程为

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}(k) + \sum_{j=1}^n \Delta S_{ij}(k) + l_i Y_i(k) = l_i X_i(k) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

式中 $x_{ij}(k)$ 为时期 k 产品 i 对产品 j 的投入； $X_i(k)$ 为时期 k 产品 i 的总产出； $S_{ij}(k)$ 为时期 k 产品 j 生产所使用的产品 i 作为生产基金的数量； $Y_i(k)$ 为时期 k 产品 i 最终产品； l_i 为产品 i 的生成数； $x_{ij}(k)$ 、 $S_{ij}(k)$ 、 $X_i(k)$ 和 $Y_i(k)$ 均为金属量。

$$\text{直接消耗系数 } a_{ij}(k) = \frac{x_{ij}(k)}{X_j(k)} \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

直接投资系数

① 本课题属高等学校博士基金资助课题，本文于 1992 年 9 月 25 日收到；

② 中国有色金属工业总公司

表1 动态金属量联合生产投入产出综合平衡衡量表

投 入		产 出						总产出	
		内部消耗		投资产品		最终产品			
						外销	储备		合计
		1	2...n	1	2...n				
生成数		l_1	$l_2 \dots l_n$	l_1	$l_2 \dots l_n$				
内 部 资 源	1	x_{11}	$x_{12} \dots x_{1n}$	Δs_{11}	$\Delta s_{12} \dots \Delta s_{1n}$			Y_1	X_1
	2	x_{21}	$x_{22} \dots x_{2n}$	Δs_{21}	$\Delta s_{22} \dots \Delta s_{2n}$			Y_2	X_2
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$			$\vdots$	$\vdots$
	n	x_{n1}	$x_{n2} \dots x_{nn}$	Δs_{n1}	$\Delta s_{n2} \dots \Delta s_{nn}$			Y_n	X_n
外 购 资 源	1	h_{11}	$h_{12} \dots h_{1n}$						
	2	h_{21}	$h_{22} \dots h_{2n}$						
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$						
	l	h_{l1}	$h_{l2} \dots h_{ln}$						
固 定 成 本	1	c_{11}	$c_{12} \dots c_{1n}$						
	2	c_{21}	$c_{22} \dots c_{2n}$						
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$						
	m	c_{m1}	$c_{m2} \dots c_{mn}$						

$$b_{ij}(k) = \frac{S_{ij}(k)}{X_j(k)} \quad i, j, = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

(1) 式写成矩阵形式为

$$A(k)X(k) + B(k) dX(k)/dt + G_m Y(k) = G_n X(k) \quad (4)$$

式中 $A(k)$ 、 $B(k)$ 分别为时期 k 直接消耗和投资系数矩阵; $X(k)$ 、 $Y(k)$ 分别为时期 k 金属量总产出和最终产品向量; $G_m = \text{diag}\{l_1, l_2, \dots, l_n\}$ 为生成矩阵。这就是动态金属量投入产出模型。

完全消耗系数是系统物质完全消耗的量化, 由直接消耗系数矩阵 $A(k)$ 得到完全消耗系数矩阵

$$C(k) = [I - A(k)]^{-1} - I$$

2 采、选、冶系统回收率最优控制模型

采矿、选矿和冶炼回收率代表矿产资源的利用水平, 它们是一组重要的技术经济指标。假设规划周期为 T , 在 DROCMPs 中我们讨论在现有生产条件下根据系统规划期的变化信息

如何制定规划期各年生产方案, 使得最大限度地利用矿产资源。

2.1 状态方程及初始条件

方程(4)可改写为

$$X(k) - G_m^{-1} A(k) X(k) - G_m^{-1} B(k) [X(k) + 1 - X(k)] = Y(k)$$

用控制变量 $U(k)$ 表示新增生产能力, 它是 k 年所采用的技术和政策等措施的结果。则得到控制论中的标准型^[4, 5]

$$\left. \begin{aligned} X(k+1) &= A_1 X(k) + B_1 U(k) \\ Y(k) &= C_1 X(k) + D_1 U(k) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中 $A_1 = I$; $B_1 = I$; $C_1 = I - G_m^{-1} A(k)$; $D_1 = -G_m^{-1} B(k)$ 。当 C_1 和 D_1 为常系数矩阵时, 系统结果 $A_1 = I$, $B_1 = I$, $C_1 = I - G_m^{-1} A(k)$, $D_1 = -G_m^{-1} B(k)$ 。当 C_1 和 D_1 为常系数矩阵时, 系统结构见图 1。

以规划期基年金属量总产出作为状态变量 $X(k)$ 的初始条件。

2.2 控制约束

(1) 生产能力

假设 $X_{cap,i}(k)$ 为 k 年部门 i 的设计能力, g_i^0 、 g_i^1 为基年部门 i 投入和产出矿物品位, 则有方程

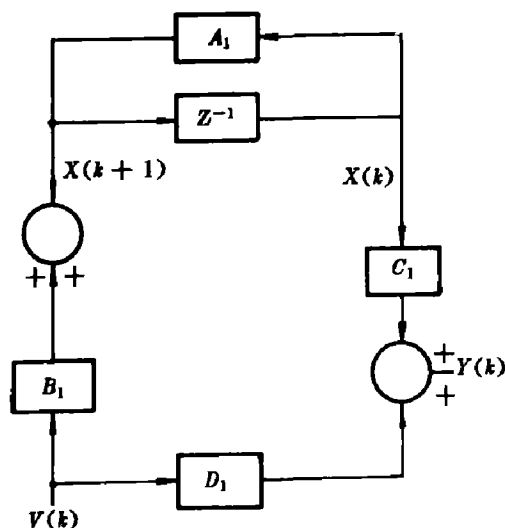


图1 系统结构框图

$$\begin{cases} (g_i^0)^{-1} X_i^0(k) \leq X_{\text{cap}_{i-1}}(k) \\ (g_i^1)^{-1} X_i^1(k) \leq X_{\text{cap}_i}(k) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

写成矩阵形式

$$\begin{cases} (G^0)^{-1} X^0(k) \leq X_{\text{cap}'}(k) \\ (G^1)^{-1} X^1(k) \leq X_{\text{cap}}(k) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

(2) 外购资源

设 $X_{\text{ext}_i}(k)$ 为 k 年外购资源 i 的最大供应量, 由表1得外购资源约束

$$\begin{cases} H(k)X'(k) \leq X_{\text{ext}}(k) \\ k = 1, 2, \dots, T \end{cases} \quad (9)$$

(3) 物料平衡

这是一组由方程或不等式组成的约束, 它们反映了各生产部门金属量的变化规律。这组约束由计量经济模型和矿物机理模型组成。记 $X = \{x | x \text{ 同时满足约束 (1)、(2) 和 (3)}\}$

(10)

则控制约束区域为

$$U = \{u | u = x - y, x \in X, y \in X\} \quad (11)$$

2.3 性能指标

系统的目标函数为

$$\max(z) = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^T \prod_{i=1}^n \varepsilon_i(k)$$

式中 $\varepsilon_i(k)$ 为 k 年部门 i 的回收率。因为部门 i 的回收率是矿产资源经过部门 i 加工处理后金属的利用量值, 所以

$$\varepsilon_i(k) = \frac{X_i^1(k)}{X_i^0(k)} \quad i = 1, 2, \dots, T$$

式中 $X_i^1(k)$ 、 $X_i^0(k)$ 为 k 年部门 i 的金属投入和产出量。一个部门金属产出量不一定等于下一部门的金属投入量。例如当冶炼厂外购精矿时, 系统的选矿精矿量小于冶炼精矿量。因此采、选、冶系统回收率目标为

$$\max(z) = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^T \prod_{i=1}^n \frac{X_i^1(k)}{X_i^0(k)} \quad (12)$$

故性能指标为

$$J = k[X(T+1), T+1] + \sum_{k=1}^T F[X(k), U(k), k] \quad (13)$$

式中 $k[X(T+1), T+1] = 0$, $F[X(k), U(k), k] = \frac{1}{T} \prod_{i=1}^n \frac{X_i^1(k)}{X_i^0(k)}$ 。

采、选、冶系统动态回收率的最优控制模型(DROCMPS), 由状态方程、初始条件、控制约束以及性能指标等组成, 其性能指标取最大值。

3 模型的功能

DROCMPS 的输入数据为规划期基年动态金属量投入产出综合平衡表和矿物品位, 各年规划目标、生产能力、外观资源单位消耗及最大供应量、物料平衡关系等。它具有多种用途, 主要功能有:

- (1) 分析系统动态平衡关系;
- (2) 动态模拟和预测采、选、冶系统金属生产过程;
- (3) 确定规划期各年每个部门的最佳回收率和品位, 制定使规划期最优利用矿产资源的方案;
- (4) 计算挖潜系数, 确定系统影响矿产资源利用的关键部门, 给出挖潜方案;
- (5) 对系统生产参数进行灵敏度分析, 给出其允许变化范围和参数变化后优化方案的修改;
- (6) 在挖潜系数基础上, 运用模糊数学方

法,定量评价系统规划期各年目标管理和同类矿物的不同采、选、冶联合生产企业的经营管理。

4 应用

在某有色金属公司,以1981年为基年对其铜采、选、冶系统的经济规律进行研究和分析。

4.1 动态金属量投入产出模型

该有色金属公司的七种主要内部资源是备采区域地质储量、出矿量、选矿处理量、铜精矿、冶炼入炉铜精矿、冰铜和粗铜,七种主要外购资源是炸药、黄药、松油、钢球、水、电和外购铜精矿。修改基年直接消耗系数矩阵得到规划期各年直接消耗系数矩阵如下

$$A(g) = \begin{Bmatrix} 0 & a_{12} & & & & & \\ & 0 & a_{23} & & & & \\ & & 0 & a_{34} & & & \\ & & & 0 & a_{45} & & \\ & & & & 0 & a_{56} & \\ & & & & & 0 & a_{67} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

A(g)	a ₁₂	a ₂₃	a ₃₄	a ₄₅	a ₅₆	a ₆₇
1982	1.043	1.089	1.131	0.318	1.074	1.025
1983	1.047	1.094	1.137	0.359	1.070	1.022
1983	1.146	1.284	1.105	0.398	1.051	1.023
1985	1.199	1.012	1.190	0.386	1.072	1.022

投资矩阵是除第七行元素外均为零的矩阵,各年投资矩阵第七行分别为

$$\alpha(1982) = (0.000\ 00, 0.117\ 45, 0.000\ 00, 0.008\ 70, 0.001\ 20, 0.001\ 00, 0.001\ 04)$$

$$\alpha(1983) = (0.000\ 00, 0.136\ 41, 0.000\ 00, 0.010\ 15, 0.002\ 02, 0.001\ 44, 0.001\ 44, 0.001\ 50)$$

$$\alpha(1984) = (0.000\ 00, 0.138\ 36, 0.000\ 00, 0.011\ 93, 0.002\ 85, 0.002\ 00, 0.002\ 04)$$

$$\alpha(1985) = (0.000\ 00, 0.179\ 31, 0.000\ 00, 0.012\ 74, 0.006\ 14, 0.004\ 38, 0.004\ 47)$$

动态金属量投入产出模型为

$$(I - A(k))X(k) - B(k) dX(k)/dt = Y(k), \quad k = 1982, 1983, 1984, 1985(\text{年}) \quad (18)$$

运用方程组(18)我们能够:(1)根据合同量制定规划期各年生产计划;(2)当市场变化时及时准确地修改生产方案;(3)计算各部门的直接回收率和完全回收率。

完全回收率是由投入产出理论引入的概念,是指经过若干生产环节之后获得的成材金属数量与已在整个过程中投入金属总量之比。

4.2 优化生产方案

在该有色金属公司的 DRCOMPS 中有变量 276 个,约束方程 124 个。以实际回收率为规划目标, DRCOMPS 算出了规划期各年回收率优化生产方案。1982、1983、1984、1985 年系统回收率分别为 71.36%、69.78%、78.95% 和 61.85%。如果该公司按照优化方案生产,在原有生产条件下,规划期各年可分别提高系统回收率 5.68%、7.10%、4.63%、3.15%。

4.3 挖潜方案

比较优化回收率与实际回收率方案,得知系统各部门铜矿产资源利用的潜力。规划期采矿综合挖潜系数为 0.022 83,选矿综合挖潜系数为 0.041 0,冰铜冶炼挖潜系数为 0.008 1,粗铜冶炼挖潜系数为 0.008 1。由此可知该公司在铜矿产资源利用方面大有潜力,必须把重点放在矿山,尤其是选矿厂,而冶炼厂相比之下铜矿产资源利用较好。

4.4 灵敏度分析

该公司 DRCOMPS 有 3 472 个系统生产参数。求得模型的最优解后,给出了这些参数的允许变化范围。系统生产参数的实际可能变化区间均包含在允许变化范围之内,这说明最优解不受模型参数的统计误差等因素的影响,具有良好的稳定性和适应性。

4.5 矿产资源利用目标管理评价

采矿、选矿、冰铜和粗铜冶炼的矿产资源利用目标管理权系数为 0.1、0.4、0.3、0.2, k 年目标管理评价值为

$$P(k) = 0.1P_1(k) + 0.4P_2(k) + 0.3P_3(k)$$

$$+ 0.2P_4(k), \quad k = 1982, 1983, 1984, 1985$$

式中 $P_1(k)$ 、 $P_2(k)$ 、 $P_3(k)$ 、 $P_4(k)$ 分别为 k 年采矿、选矿、冰铜和粗铜冶炼的挖潜系数,其中 $P_1(1982)$ 为 0.007 549, $P_2(1983)$ 为 0.006 454, $P_3(1984)$ 为 0.002 978, $P_4(1985)$ 为 0.002 912。所以在矿产资源利用目标管理方面,1985 年最好,1984 年较好,1983 年次之,1982 年不理

想。

6 结 论

(1) 建立了动态金属量投入产出模型;

(2) 回收率是一个非线性系统, 用采、选、冶系统各部门金属投入与产出表示回收率, 在动态金属量投入产出模型的基础上, 建立了采、选、冶系统动态回收率最优控制模型, 开发了通用程序包。它是一个通用管理决策模型, 具有多种功能;

(3) 在某有色金属公司应用采、选、冶系统动态回收率最优控制模型研究铜生产系统。

(上接 82 页)

均保持较高的强度和良好塑性, 这就在较宽范围内保证了工艺的稳定性。电镜观察表明, 167℃时效 16 h, 析出相仍保持细小分散的片状(图 4(b))这正是维持较高强度和良好塑性的原因。

4 结 论

(1) 相对于传统工艺, 较大幅度地延长 LD10 合金的固溶保温时间, 增加固溶体合金元素浓度, 并使之均匀化, 能提高时效析出的形核率, 沉淀相更加细小、弥散, 使合金的强度明显提高。最佳淬火温度为 $500 \pm 5^\circ\text{C}$, 保温时间为 300 min;

(2) 在 152℃、6 h 传统时效条件下, LD10 合金为部分时效状态, 微观结构具有 GP 区的特征, 强化效果不明显, 强度水平低。在 167℃、6~10 h 和 175℃、4 h 时效条件下, LD10 合金为完全时效状态, $\sigma_{0.2} \geq 450 \text{ MPa}$, $\sigma_b \geq 490 \text{ MPa}$,

$\delta \leq 10\%$, 明显超过了经传统工艺处理的性能指标。另外, 167℃时效与 175℃时效相比较, 因温度适中, 析出形核率高, 沉淀相的结构和尺寸稳定性好, 可在较宽的时间范围内保持较高的强度和塑性水平。所以最佳时效制度为 167℃, 6~10 h;

(3) LD10 合金采用热处理新工艺后, 纵向机械性能 σ_b 、 $\sigma_{0.2}$ 、 δ 分别为 490~500 MPa, 450~490 MPa, 10~12%, 和国家标准相比, 强度提高了 20~30%, 塑性提高了 30~40%。

参考文献

- 1 有色金属及其热处理编写组编著. 有色金属及其热处理. 北京: 国防工业出版社, 1981. 36~51.
- 2 诺维柯夫 И И(著), 王子右(译). 金属热处理理论. 北京: 机械工业出版社, 1987. 277~316.
- 3 Shercliff H R, Ashby M F. Acta Metallurgica, 1990, 38(10): 1789~1802.

参考文献

- 1 伍兹 J E(著). 代定一等译. 数理经济学. 北京: 中国展望出版社. 1987, 5-121.
- 2 勒晓阳. 矿物经济学研究, 中南工业大学出版社, 1993.
- 3 勒晓阳等. 系统工程, 1991, 8(6): 15-18.
- 4 Block K. Chapter 13, Mineral processing, their analysis, optimization and control. Eds. Mular A L and Bull W R, U. B. C. 1975.
- 5 Brogan W L. Modern control theory, New Jersey: Prentice-Hall Inc. 1985.
- 6 Eppen C D, Gould F J. Quantitative Concepts for management, Prentice-Hall Inc, 1979, 1-794.