

水平电偶极子源的阻抗等效电阻率¹⁾

汤井田 何继善

(中南工业大学)

摘 要

讨论了水平电偶极子源的阻抗等效电阻率的定义及其迭代算法。对其渐进特性的分析表明,阻抗等效电阻率在波区收敛于卡尼亚电阻率,在近区收敛于用近区公式计算的视电阻率;在中间区则随电距离的变化从波区特性自适应均匀地变化到近区特性。相位曲线具有相似的特性。因此,等效电阻率可以很好地校正卡尼亚电阻率的非波区效应。大量的数值计算,三维模型上和实际应用表明该方法具有良好的应用前景。

关键词: 阻抗 等效电阻率 相位差 电磁测深 中间区 非波区效应

非波区效应是 CSAMT 法中重要的理论和实际问题,它严重影响 CSAMT 法观测数据的解释^[1]。有很多学者讨论了非波区效应的校正问题,并提出了许多校正方法^[2-4],但都有一定的不足。本文在提出等效电阻率法的基础上,讨论了阻抗等效电阻率的具体定义及其迭代算法,并分析了部分计算结果。

1 阻抗等效电阻率的定义及其迭代算法

1.1 基本公式

均匀半空间表面水平电偶极子源产生的电磁场分量为^[1,5]

$$E_z = \frac{I d L}{2\pi r^3} \rho [3\cos^2\varphi - 2 + e^{ikr}(1 - ikr)] \quad (1)$$

$$H_z = -\frac{I d L}{4\pi r^2} [\sin^2\varphi(6I_1 K_1 + ikr(I_1 K_0 - I_0 K_1)) - I_0 K_1] - 2\cos^2\varphi I_1 K_1 \quad (2)$$

$$\text{令 } C_L = 3\cos^2\varphi - 2 + e^{ikr}(1 - ikr) \quad (3)$$

$$C_H = [\sin^2\varphi(6I_1 K_1 + ikr(I_1 K_0 - I_0 K_1)) - 2\cos^2\varphi I_1 K_1] kr \quad (4)$$

则有

$$Z_{\text{视}} = \frac{E_z}{H_z} = 2\sqrt{\mu_0 \rho} \frac{C_L}{C_H} e^{-\frac{\pi}{4}} \quad (5)$$

定义

$$\rho_{\text{等效}}^Z \equiv \frac{1}{4\mu_0} \left| \frac{E_z C_H}{H_z C_L} \right|^2 \quad (6a)$$

$$\varphi_{\text{等效}}^Z = \arctan \left[\frac{\text{Im} \left(\frac{E_z C_H}{H_z C_L} \right)}{\text{Re} \left(\frac{E_z C_H}{H_z C_L} \right)} \right] - \frac{\pi}{4} \quad (6b)$$

以上各式中, I_1 , I_0 , K_1 和 K_0 分别为第一和第二类虚宗量贝塞尔函数,下标 0 和 1 表示阶数, k 为波数, $k^2 = i\omega\mu / \rho$ 。

显然, (6) 式等号右边也含有地电阻率参数,对此,可以采取迭代的方式求解。迭代过程如下:

(1) 给出等效电阻率初值 $\rho^{(0)}$, 此初值是任

意的, 可选为相应的波区视电阻率;

(2) 将 $\rho^{(0)}$ 代入(3)、(4)式, 并进而求得第一次迭代视电阻率值 $\rho^{(1)}$;

(3) 判断下式是否成立:

$$\left| \frac{\rho^{(1)} - \rho^{(0)}}{\rho^{(0)}} \right| \leq \varepsilon \quad (7)$$

式中 ε 为给定的正的小数。若(7)式成立, 计算相应的相位值, 并停止迭代。若(7)式不成立, 令 $\rho^{(0)} = \rho^{(1)}$, 返回第(2)步, 直至(7)式成立。

1.2 渐近特性

(1) 波区特性($P \gg 1$)

利用幂级数和贝塞尔函数展开式可得:

$$\lim_{P \gg 1} C_E = 3\cos^2 \varphi - 2 \quad (8)$$

$$\lim_{P \gg 1} C_E = 2i(3\cos^2 \varphi - 2) \quad (9)$$

代入(6a)式, 得到:

$$\lim_{P \gg 1} \rho_e^{z_{xy}} = \mu\omega |Z_{xy}|^2 \quad (10)$$

可见, 在波区, 阻抗等效电阻率收敛于卡尼亚电阻率。

(2) 近区特性($P \ll 1$)

当 $P \ll 1$ 时, 利用幂级数和贝塞尔函数展开式, 可得到:

$$\lim_{P \ll 1} C_E = 3\cos^2 \varphi - 1 \quad (11)$$

和

$$\lim_{P \ll 1} C_H = (1 - 2\cos^2 \varphi)kr \quad (12)$$

故有

$$\lim_{P \ll 1} \rho_e^{z_{xy}} = \frac{r}{2} |Z_{xy}| \cdot \left| \frac{2\cos^2 \varphi - 1}{3\cos^2 \varphi - 1} \right| \quad (13)$$

即: 近区的阻抗等效电阻率收敛于用近区公式计算的视电阻率。

在中间区, 阻抗等效电阻率随电距离 P 的变化, 由波区特性向近区特性变化。

1.3 C_H 的计算

均匀半空间表面磁场水平分量有两个表达式, 根据唯一性定理可知, 它们是恒等的, 故得

$$\begin{aligned} & 6I_1 K_1 + ikr(I_1 K_0 - I_0 K_1) \\ & = 2r \left[\int_0^\infty \frac{m}{m + m_1} J_1(mr) dm \right. \\ & \quad \left. + r \int_0^\infty \frac{m}{m + m_1} J_0(mr) dm \right] \quad (14) \end{aligned}$$

$$I_1 K_1 = r \int_0^\infty \frac{m}{m + m_1} J_1(mr) dm \quad (15)$$

2 计算结果分析

大量的理论模型计算表明, 不论在波区、中间区, 还是在近区, 阻抗等效电阻率都表现出良好的特性, 可以客观地反映地电断面的变化。限于篇幅, 此处只给出部分结果。

除特别注明外, 以后的计算讨论中, 收发距都为 4 km。图中实线为等效电阻率或相位差, 虚线为卡尼亚电阻率或相位差, 而且模型参数是: 二层 D 型地电断面为 $\rho_1 = 100 \Omega m$, $\mu_2 = 0.1$, $h_1 = 500$ m; 二层 G 型地电断面则为 $\rho_1 = 100 \Omega m$, $\mu_2 = 10$, $h_1 = 500$ m; 三层 K 型地电断面则为 $\rho_1 = 100 \Omega m$, $\mu_2 = 10^4$, $\mu_3 = 0.1$, $h_1 = 500$ m, $v_2 = 0.2$ 。

图 1 是不同地电断面上阻抗等效电阻率及其相位曲线对比。在均匀半空间上, 卡尼亚电阻率及其相位在过渡带和近区存在明显的畸变, 但阻抗等效电阻率及相位则在所在频率上都收敛于均匀半空间上的值(100 Ωm 和 785 mrad)。在二层 D 型地电断面上, 等效电阻率较好地反映了地电断面的变化规律, 且和大地电磁测深(MT 法)的正演结果无法分辨。在相位曲线上, 等效相位 Φ_e 也较客观地反映出地电断面的变化, 且在低频趋于 785 mrad。和 MT 法相位相比, Φ_e 的极值更大, 但向低频方向移动了; 在二层 G 型地电断面上, 等效电阻率也很好地校正了卡尼亚电阻率的畸变, 且比 MT 法卡尼亚电阻率更早地反映到下伏的高阻层。从相位曲线上可以得出相同的结论。由于这类断面上场的复杂特性, 相位曲线会出现尖锐的变化, 校正后的结果虽不很令人满意, 但也客观地反映了地电断面的变化规

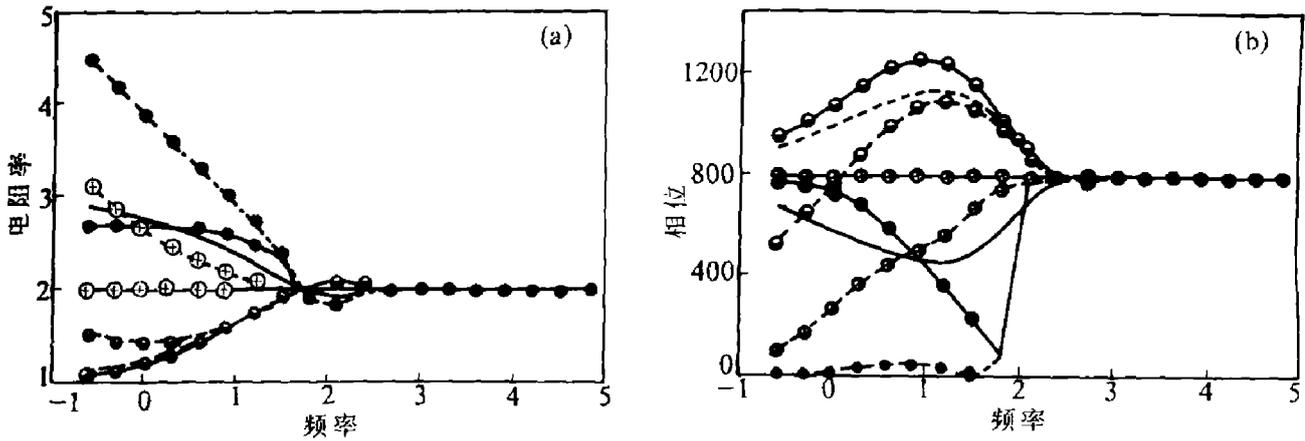


图1 不同地电断面上阻抗等效电阻率及相位差曲线对比

(a)——视电阻率; (b)——相位差

⊕—均匀半空间; ●—二层 D 型地电断面; ●—二层 G 型地电断面;

——MT 法卡尼亚电阻率(D 型断面); ——MT 法卡尼亚电阻率(G 型断面)

律, 且在低频段也趋于 785 mrad, 这和 MT 法的结果是相一致的。另外, 可以看出, 相位差对场的分区也更为灵敏。

图 2 是高阻薄层上(三层 K 型地电断面)几种视电阻率的曲线对比。收发距为 10 km。可以看出, 卡尼亚电阻率放大了电场视电阻率的假极小值。磁场视电阻率和 MT 法卡尼亚电阻率一样, 对高阻薄层没有任何反映, 而电场视电阻率只反映了高阻层本身, 对其下伏的电性没有反映。在卡尼亚电阻率曲线上也不能直观地看出高阻层下伏的电性变化, 但从相应的等效电阻率曲线上却可以明显地看出高阻层下低阻基底的存在, 说明等效电阻率的应用是成功的。

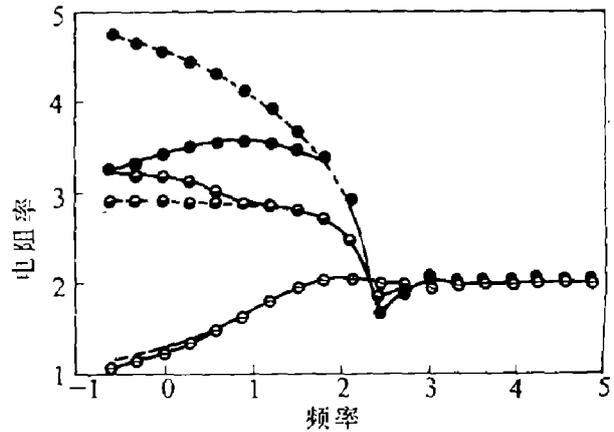


图2 高阻薄层上视电阻率曲线对比

●—阻抗电阻率; ●—电场电阻率;

⊕—磁场电阻率; ——MT 法卡尼亚电阻率

3 等效电阻率的进一步应用

3.1 多层介质上的等效电阻率

图 3 是五层 HKH 型断面上各种曲线对比。收发距为 6 km, 层参数为 $\rho_1 = 100 \Omega m$, $\mu_3 = 0.01$, $\mu_3 = 1$, $\mu_4 = 0.001$, $\mu_5 = 0.1$, $h_1 = 500$, $v_2 = 0.2$, $v_3 = 1$, $v_4 = 0.2$ 。

图 3(a)的卡尼亚电阻率曲线存在强烈的假极小值和畸变。等效电阻率校正了这种畸变, 反映出地电断面的变化趋势。在图 3(b)的相位

差曲线上, 等效相位和 MT 法相位都可反映断面的变化规律, 但等效相位反映更明显。

3.2 三维模型上等效电阻率的应用

图 4 是三维模型上计算结果。三维模型为 $10 \Omega m$ 的长方体, $x \times y \times z$ 为 $1000 m \times 500 m \times 100 m$, 埋深为 100 m, 围岩为 $100 \Omega m$ 均匀半空间。测深点位于模型在地表投影的中心点。从图中看出, 当收发距不同时, 卡尼亚电阻率表现出不同的过渡带畸变, 等效电阻率则

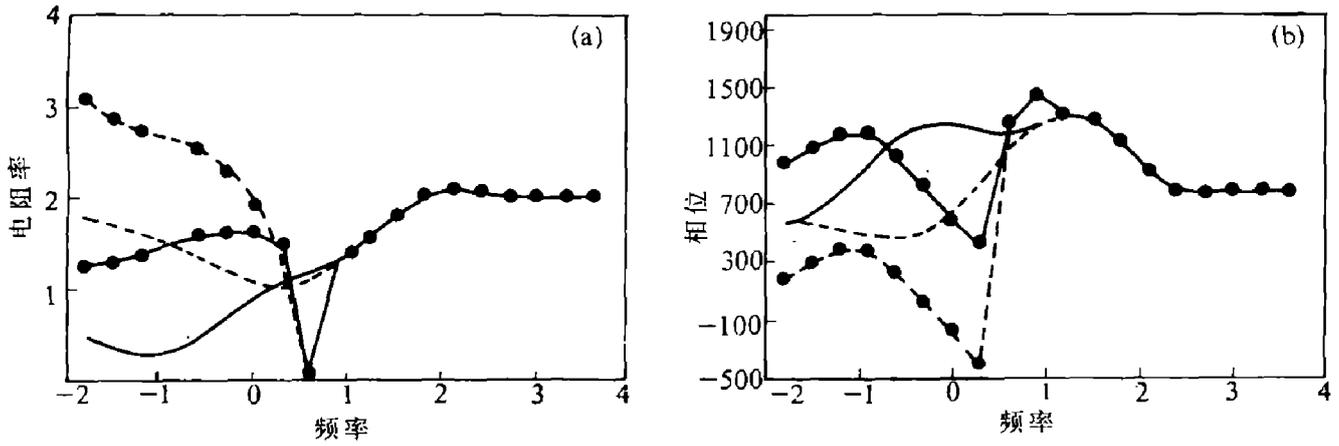


图3 五层 HKH 型地电断面上阻抗等效电阻率及相位差曲线对比

(a)—视电阻率；(b)—相位差

●—阻抗电阻率及相位；——MT 法电阻率及相位(含第四层低阻)；- - -MT 法电阻率及相位(无该层低阻)

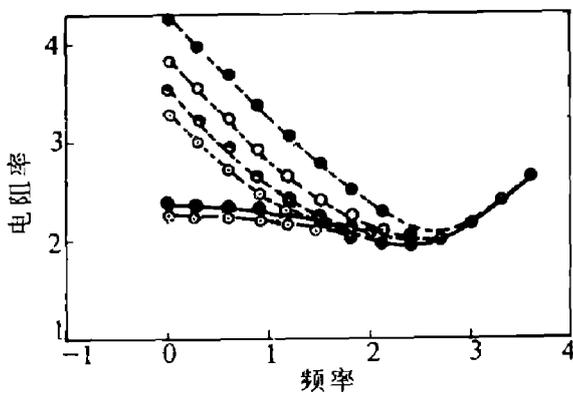


图4 不同收发距时三维模型上的等效电阻率

●— $r=1$ km；○— $r=2$ km；●— $r=3$ km；○— $r=4$ km

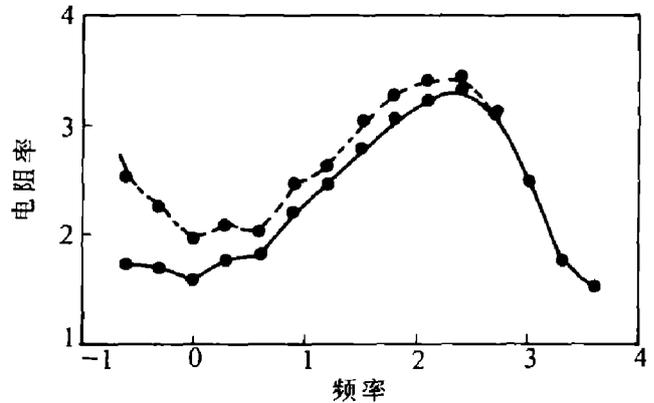


图5 安徽某地 CSAMT 法数据的等效电阻率

$r=4$ km；- - -等效电阻率；——液区电阻率

基本一致，很好地校正了卡尼亚电阻率畸变。

图5是安徽某地 CSAMT 法数据的电阻率曲线对比。收发距为 4km。可以看出，等效电阻率较好地校正了卡尼亚电阻率在中间区和近区的畸变。

综上所述，水平电偶极子源的阻抗等效电阻率对校正 CSAMT 法中非波区效应有很好的应用前景。

参考文献

- 1 何断善编译. 可控源音频大地电磁法. 长沙: 中南工业大学出版社, 1990.
- 2 河北省地矿局物探大队. 磁偶源频率测深法(专报). 北京: 地质出版社, 1985.
- 3 Bartel L C and Jacobson R D. Geophysics, 1987, 52: 665-667.
- 4 殷长春, 朴化荣. 物探与化探, 1991, 15(4): 290-299.
- 5 朴化荣. 电磁测深法原理. 北京: 地质出版社, 1990.