

金属矿山岩移预计的损伤力学模型^①

尹德潜 曾卓乔 寇新建

(中南工业大学)

摘要

矿山开采引起的岩层与地表移动是一个复杂的力学过程。根据地质采矿特点，把金属矿山的岩体看作经过变形、受过破坏的地质体，将岩层移动看作因开采产生再变形、再破坏的过程，提出了一个岩移预计的损伤力学模型，编制了考虑损伤的平面有限元程序，研究了金属矿山的岩移机制和规律；并在工程实用中取得了令人满意的结果。

关键词： 岩层移动 损伤力学 有限元

早在十九世纪末，采矿引起的覆岩移动和破坏就引起了国内外的普遍关注，特别是近几十年来在建筑物下、水体下及铁路下采煤的客观需要，一些研究工作者已总结出一整套预计岩层和地表移动的理论与方法，并使之成为“三下”采煤的有效依据，成功地解决了大量实际开采课题^[1]。然而，广泛应用的一些方法基本上还属于半经验性的非连续介质力学范畴。有不少学者曾用连续介质弹性有限元法来计算地表移动，但都未获得有实际意义的成果^[2]。

金属矿山的岩层移动问题几乎具有与煤矿同等的重要性。迄今为止，国内外的有关研究都没有获得突破性的进展，特别是在理论预计方法的研究上，可以说基本上还是空白^[3~5]，其原因主要是地质及成矿条件复杂、岩性坚硬、裂隙发育；矿体形态千差万别，使采空区形状非常复杂，连续延展性很不明显。由于这种地质采矿条件，使岩层移动过程很长而且具有不连续的性质，所设置的岩层移动观测站不如煤矿那样能够求得最终结果，难以归纳出具有普遍意义的规律，并使之数学模型化^[4, 5]。但是，从所获观测结果，也窥知了金属矿山岩

移过程有如下特点：一是残余构造应力的影响，特别是地表水平移动的分布规律与煤矿有重大差别。这在地表出现塌陷坑时最为明显，也为德国及前苏联的观测结果所证实^[5, 6]；另一是十分发育的裂隙对岩移过程具有控制作用，特别是在较坚硬的覆岩下开采时如此。综合以上分析可以认为：由于地质采矿条件的迥异，金属矿山的岩移问题不大可能归纳出如煤矿那样的一些规律并建立数学模型。又由于岩层移动观测的困难，研究适用于金属矿岩层移动计算的理论和方法具有更为重要的意义。这种理论预计方法必须考虑采空区的形状及岩体的结构、残余地应力和岩石性质，特别是裂隙组的影响。而要满足这些要求，最好是采用连续介质有限元。但传统的弹性或弹塑性有限元法无法考虑裂隙的影响，而且已被证明它用于岩层移动计算达不到理想的结果。如果采用节理单元用计算机单独模拟这些裂隙组，不仅工作量浩大，而且将因计算机的容量限制使之成为不可能。损伤力学则能较好地处理这类介质。

损伤力学被引入岩体力学虽然还是近十来

^①本课题属高等学校博士学科点专项基金资助项目；本文于1992年4月25日收到

年的事, 但已引起越来越多的国内外岩石力学工作者的重视^[7, 8]。该方法的特点是将岩体中的断续裂隙看作是一种宏观损伤, 将含非贯通裂隙的岩体看作是一种含有“微损伤场”的“连续”介质, 把裂隙的形成、生长、传播和贯通看作是“损伤演变”的过程。现在, 损伤岩体力学已开始试用于地下工程及大坝的稳定性分析, 并解决了一些具体工程问题。但这方面的工作还只是刚刚起步^[7], 有待探索的问题还很多。

本文将损伤力学引入金属矿山岩移领域, 把岩体看作经过变形、受过破坏的地质体的一部分, 将岩移看作因开采影响而产生再变形、再破坏的过程; 编制了考虑损伤的平面有限元程序; 并选择矿岩坚硬而裂隙较发育的金属矿山, 对其岩移过程进行了模拟计算, 所得结果与现场观测数据吻合较好。用损伤力学模型来模拟金属矿山岩层移动过程, 在国内外还是第一次尝试, 但初步显示, 它是一种新的、有效的岩移预计方法。

1 考虑损伤的岩移预计模型

1.1 岩体损伤张量及其物理修正

损伤的基本概念来源于 Работнов 的损伤因子^[7], 其定义为, 一个代表性体积元素的某斜截面分布裂隙所占总面积 A_w 与该截面面积 A 之比, 即 $\Omega = A_w / A$ 。作用于物体上的力与其横截面上的实际有效承载面积 A_{ef} ($A = A_w + A_{ef}$) 之比被定义为有效应力 σ^* , 即 $\sigma^* = P / A_{ef}$ 。由此, 可得有效应力与柯西(Cauchy)应力之间的关系为:

$$\sigma^* = \sigma(I - \Omega)^{-1} \quad (1)$$

为了考虑其方向性, Murakami 和 Ohno 提出了采用一个二阶张量来描述损伤变量, 即

$$\Omega = \Omega(n \otimes n) \quad (2)$$

式中 n 为单位法向矢量; \otimes 表示张量积

显然, 损伤张量实际上表示了裂隙方向及密度这两方面的内容。

把岩体看作由许多基本块体单元组成, 并含有许多可沿单元界面扩展的裂隙系。设基本单元有代表性体积 v , 该体积为相对于裂隙系平均间距 l 所分单元块, 即 $v = l^3$, 则岩体损伤张量可表示为:

$$\Omega = l \sum_{k=1}^n S^k (n^k \otimes n^k) / V \quad (3)$$

式中 V 为包含 N 个裂隙的岩体体积, S^k 、 n^k 分别为第 k 个裂隙面的面积和单位法向矢量。

要测出所有裂隙面的 S 和 n 是不可能的, 但我们可通过现场调查, 将裂隙分组, 从平均意义上求出各组裂隙的损伤张量

$$\Omega = \bar{l} / V \cdot \bar{S} \bar{n} (\bar{n} \otimes \bar{n}) \quad (4)$$

然后对各组裂隙求和得岩体损伤张量

$$\Omega = \sum_i \Omega_i \quad (5)$$

式中 Ω_i 为第 i 组裂隙的损伤张量

上述损伤张量在定义中仅仅考虑了裂隙的几何特征而没有顾及其裂隙的物理特征, 有效应力的计算公式也是假定裂隙面完全张开没有任何应力传递的前提下导出来的。事实上, 由于岩体中裂隙在诸多物理性质方面的差异以及在不同性质应力作用下引起的闭合、滑动等特征仍可导致其有效面积实际衰减程度的差异。一般认为, 岩体中裂隙面不能承受法向拉应力但能承受一定的压应力和剪应力。因此对有效面积的衰减, 在拉应力状态下 Ω 全部起作用, 而在压应力和剪应力状态下, Ω 的作用是部分的。若用 C_n 、 C_t ($0 < C_n < 1$, $0 < C_t < 1$) 代表裂隙的传压率和传剪率, 在三种应力状态下, 其有效面积率分别为 $(I - \Omega)$ 、 $(I - C_n \Omega)$ 和 $(I - C_t \Omega)$, 为此, 岩体中的有效应力表达式须做如下修正:

$$\begin{aligned} \sigma^* = T' &\{ [\sigma'_n (I - C_n \Omega')^{-1} + \\ &\sigma'_t [H < \sigma'_n > (I - \Omega')^{-1} + \\ &H < -\sigma'_n > (I - C_n \Omega')^{-1}] \} T \end{aligned} \quad (6)$$

式中 T 为 Ω 的对角代张量, 即 $\Omega' = T \Omega T'$;

$$\sigma' = T \sigma T', \quad \sigma'_n = \sigma' I, \quad \sigma'_t = \sigma - \sigma n';$$

$H < \cdot >$ 为一二阶张量算子, 定义为

$$H < x > = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

1.2 考虑损伤的有限元模型

根据损伤理论中的“等效应变”假定思想, 考虑损伤的材料本构关系可由无损材料的本构关系得到, 但要把其中的柯西应力张量换成有效应力张量 σ^* , 如

$$\sigma^* = D \cdot \varepsilon \quad (7)$$

经曲理论中用于柯西应力的虚功方程为

$$\int \sigma^* \delta \varepsilon dV = \int t^\circ \delta u dS + \int f \delta u dV \quad (8)$$

$$\text{设 } \sigma = \sigma^* - \Psi \quad (9)$$

将(9)式代入(8)式得损伤体的虚功方程

$$\int \sigma^* \delta \varepsilon dV = \int t^\circ \delta u dS + \int f \cdot \delta u dV + \int \Psi \delta \varepsilon dV \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{式中 } \Psi &= T' \{ \sigma'_t (\Phi_t - I) + \sigma'_n [H < -\sigma'_t > \Phi + H < -\sigma'_n > (\Phi_n - I)] \} T \\ &\quad \Phi = (I - \Omega')^{-1}, \\ &\quad \Phi_t = (I - C_t \Omega')^{-1}, \\ &\quad \Phi_n = (I - C_n \Omega')^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

在此 Ψ 表示了损伤的力学效应

方程(10)的有限元离散形式为

$$[K]\{u\} = \{F_e\} + \{F_e^*\} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{式中 } [K] &= \int [B][D][B] dV \{F_e\} \\ &= \int [N]' \{t^\circ\} dS + \int [N]' \{f\} dV \quad (13) \\ \{F_e^*\} &= \int [B]' \{\Psi\} dV \quad (14) \end{aligned}$$

式中 附加力矢量 $\{F_e^*\}$ 表示损伤的机械效应

由损伤理论进行开挖分析按如下过程进行

(1) 原岩应力状态下求解 $\{u_o\}$, 并计算柯西应力 $[\sigma_o]$, $[\sigma_o]$ 即是第一步开挖时的初应力。在此基础上, 便可进行模拟开挖计算;

(2) 由初始柯西应力或上一步开挖后的柯西应力计算开挖的等效节点力向量 $\{F_e\}$

$$\{F_e\} = \sum_{i=1}^M (\int [B]' [\sigma_i] dV - \int [N]' \{f\} dV) \quad (15)$$

式中 M 为开挖单元的单元数目

(3) 解联立方程, 得无损状态下的位移

$$\{u'\}$$

$$[K]\{u'\} = \{F_e\} \quad (16)$$

(4) 借助本构关系, 由 $\{u'\}$ 计算柯西应力

$$[\sigma] = [B][D]\{u'\} \quad (17)$$

其中 $[\sigma]$ 将是下一步开挖时的初应力

(5) 把 σ 和 Ω 代入(6)式求得 σ^* , 再由(11)式计算附加力矢量 $\{F_e^*\}$

(6) 解方程 $[K]\{u''\} = \{F_e^*\}$ 得损伤影响产生的附加位移 $\{u''\}$ 。这样, 开挖引起的位移为

$$\{u\} = \{u'\} + \{u''\} \quad (18)$$

重复(2)至(6)便可进行开挖过程的模拟。

1.3 开采影响下的岩移分析

地下开采引起的岩层与地表移动过程从本质上讲是岩体内应力平衡遭破坏后, 岩层不断产生移动与变形以达到新的平衡状态的过程。岩移与以稳定性测定为最终目标的岩体力学有一定距离。岩移不但关心矿岩是否崩落及崩落如何发展, 而且还关心整个上覆岩层的动态即其移动变形规律。岩移预计不但要定性而且要定量预计崩落高度、崩落范围、各岩层的破坏情况及岩层与地表移动变形的大小和范围。

1.3.1 失稳准则

选择岩体失稳准则时, 重要的是要考虑岩体中的作用应力及其破坏形式。当采出一定范围的矿石时, 上方岩体通常有如下应力分布状况: 暴露面附近的垂直应力 σ_z 是拉应力, 随着向岩体内部的深入, 该应力转化为压应力。处于这种应力状态下的上覆岩体, 除了可能产生拉裂破坏外, 还可能发生剪切型破坏。拉裂破坏判据可采用

$$F = \sigma_i - R_i > 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (19)$$

式中 σ_i 为主应力分量; R_i 为单轴抗拉强度剪切破坏可采用如下判据

$$\tau > [\tau_o] \sigma_a \operatorname{tg}\psi \quad (20)$$

式中 τ, σ_a 分别为切应力和正应力; τ_o, ψ 分别为岩体的内聚力和内摩擦角。用主应力 σ_x 和 σ_y 表示该条件, 则有

$$\tau = (\sigma_x \cdot \cos\beta - \sigma_y) / 2 \cdot \sin^2\alpha$$

$$\sigma_a = \sigma_x \cdot \cos\beta \cdot \sin^2\alpha + \sigma_y \cdot \cos^2\alpha \quad (21)$$

式中 β 为偏离矿体走向的裂隙组走向方位

角; α 为剪切面和最大压应力向量方向的夹角。

根据这一准则, 计算所有裂隙组的剪切应力和维持应力, 可确定岩体最可能沿那组裂隙实现剪切破坏^[9]。

1.3.2 崩落判据

当岩体中某些点的应力达到强度值时, 岩块可能发生失稳破坏。但稳定性判断条件不能判断岩体是否会在自重作用下发生崩落。下面简单讨论岩块发生自然崩落的条件。

首先肯定, 处于弹性状态下的岩体将保持稳定。岩块受拉破坏后, 将产生张裂缝和位移, 从而脱离残余应力场的影响。被裂缝割裂的临空岩块能否崩落则决定于其自重引起的下滑力和下滑的摩擦阻力。如果前者大于后者, 岩块将下滑直至发生崩落。

岩块受剪破坏后, 它仍处于残余应力场之中。其下部临空岩块, 由自重和残余应力在破坏面方向的分量的矢量和构成下滑力; 自重的法向分量和残余应力场的法向分量构成的摩擦力矢量和形成抗滑力, 如果下滑力大于抗滑力, 则单元崩落。

1.3.3 崩落发展过程的模拟

将崩落单元视作开挖单元, 运用“等效释放荷载”将应力转移, 能较好地模拟崩落的发展过程, 其步骤如下:

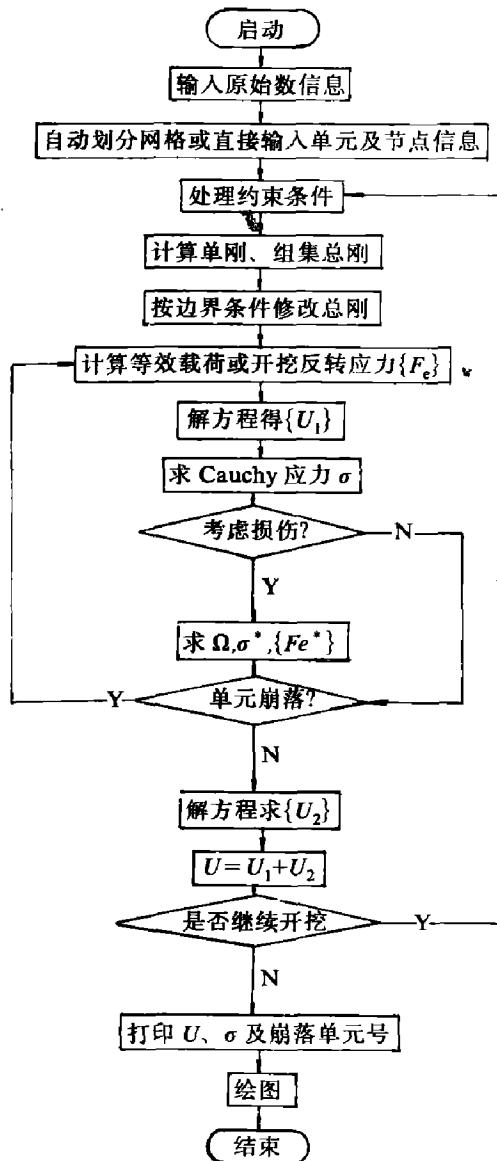
(1) 在某一开挖状态下求得有效应力 σ^* ; (2) 利用 σ^* 判定单元是否发生崩落; (3) 对失稳岩块判定其是否发生崩落; (4) 将崩落单元自动转换成开挖单元, 将等效带点载荷反转加于新的空区边界, 求出该步崩落后各节点的位移和单元的应力状态。

重复以上步骤, 直至单元不再崩落, 即应变场已达到新的平衡状态, 便获得每一开挖阶段的崩落发展情况及其最终的崩落范围。

通过失稳准则和崩落判据, 可从应力角度确定岩移“三带”: 最终的崩落范围为崩落带; 失稳破坏但未发生崩落的破坏区为裂缝带; 发生移动但仍未失稳的岩体属整体弯曲带。

2 TDED-1(Two-Dimension Elastic Damage)程序

2.1 程序总框图



2.2 程序功能

根据前面所提模型, 运用 Fortran-77 编制了能考虑损伤的二维线弹性有限元程序 TDED-1。该程序采用一维动态存贮方式, 线性方程组采用高斯消去法直接求解。程序调试和计算全在 SIEMENS 7570 上进行, 具体功能如下:

(1) 自动剖分单元和形成单元, 自动计算节点坐标; (2) 自动形成计算节点等效载荷;

- (3) 模拟崩落过程及开挖过程对岩移的影响;
 (4) 圈定崩落区边界, 计算崩落高度, 划定裂隙带范围, 计算整体移动带的位移及变形大小, 计算移动角和边界角; (5) 以图形方式输出结果。

3 工程实例及结论

根据上述原理及方法对中条山有色金属公司铜矿峪铜矿自然崩落法开采的岩移规律进行了模拟计算, 获得了满意的结果。铜矿峪铜矿共有 7 个较大的矿体, 其主矿体为变质斑岩型, 呈透镜状, 走向长 980 m、高 120~1061 m, 平均厚度 115 m。矿岩节理裂隙较为发育, 矿石储量大而品位低, 故采用自然崩落法。拉底层设于 810 m 水平, 阶段高 120 m。

拉底前, 已在 870 m 及 930 m 平巷中布置了高精度的岩移监测导线网, 用精密几何水准法测量高程, 用 ZEISS NI004 型水准仪和 2 m 钢尺观测岩移。目前已实施多期观测, 并在 870 m 水平获得一批有价值的数据。主要岩石弹模^[10]为 3.2×10^4 MPa, $\mu = 0.23$, 内聚力为 3.7 MPa, 内摩擦角为 42.8°, 容重为 2.76 t/m³。原岩应力 $\sigma_1 = 13.3$ MPa, 方位角和倾角分别为 240° 和 0°; $\sigma_2 = 5.4$ MPa, 方位角为 150°, 倾角为 0°; $\sigma_3 = 1.1$ MPa, 倾角 90°。根据文献[11]可整理出该矿二组优势裂隙面的几何参数(表 1)。

表 1 铜矿峪矿优势裂隙面的几何参数

组别	n_1	n_2	n_3	a / m	$N : V_L / m^{-3}$	l / m
I	-0.4298	-0.5684	0.6293	4.14	0.2235	0.23
II	0.4632	0.4980	0.5878	4.00	0.2109	0.26

表中 n_1 、 n_2 、 n_3 分别表示裂隙面单位法向矢量的三个分量, a 为裂隙面的平均直径, $N : V_L$ 为单位体积内裂隙面个数, l 为裂隙面间距。为了与实测数据比较, 取整体坐标系的 130° 方位角为计算模型的 x 方向。转换到计算模型所在坐标系后, 两组裂隙面的单位法向

矢量为

第 I 组: -0.7761 0.0407 0.6293

第 II 组: 0.7913 -0.1682 0.5878

利用(4)和(5)式求得岩体损伤张量为

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0.8483 & -0.1136 & -0.0174 \\ 0.1136 & 0.0504 & -0.0504 \\ -0.0714 & 0.0504 & 0.5121 \end{bmatrix}$$

显然, 裂隙对 x 方向影响最大, 对 y 方向影响最小。对计算剖面, 损伤张量为

$$\Omega = \begin{Bmatrix} 0.8483 & -0.0174 \\ -0.0174 & 0.5121 \end{Bmatrix}$$

计算模型中, 不考虑损伤延展, 并认为裂隙面只传递压应力, 而不传递剪应力和拉应力, 即 $C_t = 1$, $C_n = 0$ 。计算模型范围包括 x 方向 950 m, 约为拉底范围计算的 8 倍; z 方向从 670 m 一直到地表。模型共有 2400 个单元, 2511 个节点, 计算分二组方案, 一组不考虑损伤, 另一组考虑损伤。每组方案均模拟六步开挖, 分别模拟拉底推进 20、40、60、80、100 和 120 m 的情况。所得结果直接由 SIEMENS 7570-C 机 CAD 以图形方式给出(图 1 至图 5)。纵观计算结果, 容易分析得出:

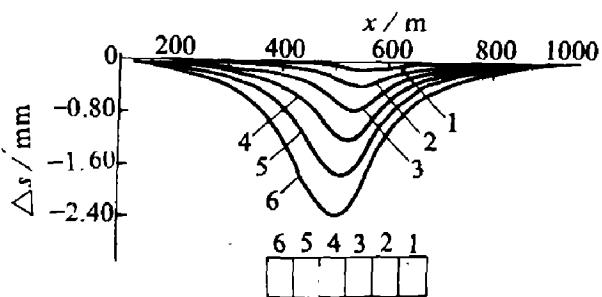


图 1 不考虑损伤的 870 m 六步拉底下沉曲线

(1) 考虑损伤时, 岩层下沉值约为常规有限元的 5 倍。这说明对岩移来说, 裂隙的影响是非常显著的。这也是金属矿山岩移的一大特点。与煤矿相比, 金属矿山除围岩较硬, 矿石形态变化复杂和硬度较大外, 另一明显区别就是其构造破坏及裂隙更为发育。研究金属矿山岩移规律, 不能不考虑非贯通裂隙的影响;

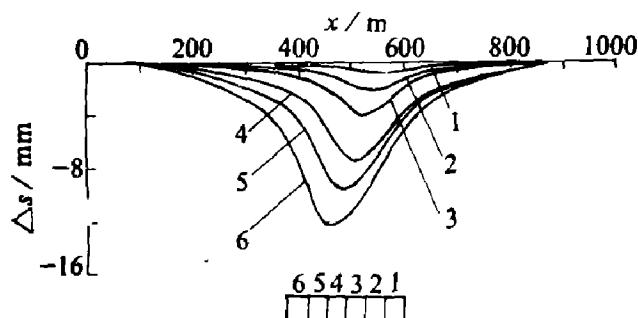


图2 考虑损伤的870 m六步拉底
下沉曲线

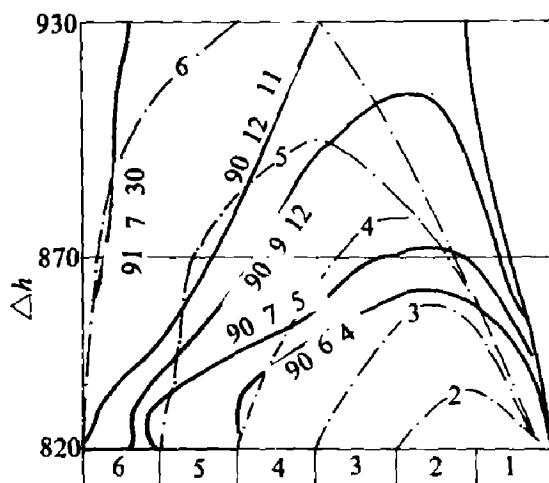


图5 崩落发展与实测对照

实线—观测值; 点划线—计算值; □—拉底面积;
1~12—拉底顺序; $\triangle h$ —崩落高度

向异性。充分显示了损伤有限元的优越性;

(3) 考虑损伤的有限元模型计算值与现场数据吻合较好, 它克服了数值计算方法只能定性不能定量的致命缺点。这充分证明了损伤力学在金属矿岩移预计方面的可行性和有效性。

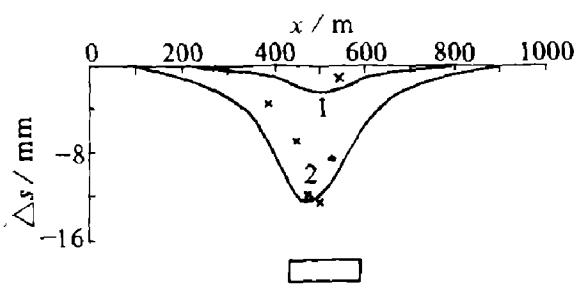


图3 二方案下沉位移曲线

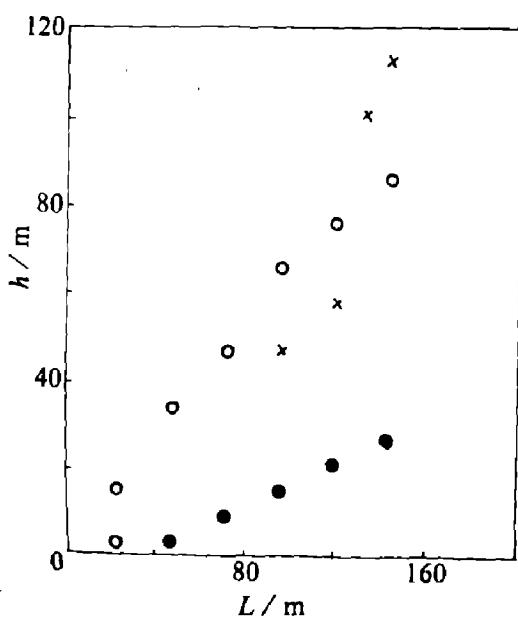


图4 二方案崩落高度对照

x—实测值; ○—考虑损伤计算值;
●—不考虑损伤的计算值; Δh —崩落高度

(2) 裂隙使岩移下沉曲线出现偏态, 考虑损伤的有限元模型能很好地显现裂隙影响的各

参考文献

- 北京煤科院(编). 煤矿地表移动与覆岩破坏规律及其应用. 北京: 煤炭工业出版社, 1981. 12.
- 克拉茨 H(著), 马伟民等(译). 采动损害及其防护. 北京: 煤炭工业出版社, 1984. 4.
- Whittaker B N, Riddish D J. Subsidence Occurrence, Prediction and Control. Elsevier Science Publishers B V, 1989.
- Кузнецов М. А. Идр. Сдвижение Горных Пород На Рудных Месторождениях. Москва: Недр, 1971.
- Вукринский В А Идр. Сдвижение Горных Породы Эзмной Поверхности При Подземных Разработках. Недра, 1984.
- 寇新建, 尹德潜. 矿山测量, 1991, (93): 17~20.
- 郝松林, 陈铸曾. 国防科技大学学报, 1984, (2): 1~36.
- Kawamoto T, Ichikana Y, Kyoya T. Int J for Num an Anal, Methods in Geomech, 1988, 12(1): 1~30.
- 克拉皮温 B H 等. 国外金属矿山, 1991, 2: 7~9.
- 尹德潜, 硕士学位论文. 中南工业大学, 1990.
- 王李管, 硕士学位论文. 中南工业大学, 1988.