

粉末烧结材料塑性变形过程 的有限元分析^①

卫原平 阮雪榆

(上海交通大学塑性成形工程系, 上海 200030)

摘 要

根据多孔材料的塑性理论, 推导了分析多孔材料塑性变形和致密化过程的有限元公式。编制了有限元分析程序。通过对粉末烧结圆柱体锻造过程的有限元分析, 说明了多孔体锻造过程的变形特性和致密化过程。证实了有限元公式和有限元程序的正确性。

关键词: 有限元 多孔材料 致密化

随着粉末冶金工业的发展, 粉末冶金技术日益得到广泛的应用。目前, 许多硬度高、耐磨性好、导电导磁高、耐高温的性能独特的零件都采用粉末冶金技术来生产。相应的塑性加工工艺如锻造、挤压、等静压等在烧结制品的生产中变得越来越重要^[1, 2]。烧结多孔材料的性能主要由其最终的微观结构决定, 而微观结构受制坯工序和后继的成形过程的影响。塑性变形工序主要用来使烧结体致密化, 改变内部微观组织结构, 获得相应的形状和机械性能。

自本世纪六十年代开始, 国外一些学者就开始了多孔材料塑性理论的研究, 研究结果在文献[3]中得到了很好的总结。国内在这方面的研究起步较晚, 华林和赵仲治^[4]对烧结铜的屈服理论进行了研究。任学平等^[5]用薄管复合加载的方法研究了粉末体的屈服准则。国外学者还采用不同的方法对多孔材料的成形过程进行了理论分析。Im^[6]最早推导出了用于分析烧结粉末金属锻造的有限元公式, 并将此部分并入了通用的有限元软件 DEFORM 中, 用此软件对轴对称和平面问题进行了分析。日本学者 Mori 和 Osakada 对粉末烧结体的正挤成形

过程进行了稳态和非稳态分析^[7]。Duszczuk^[8]对多孔金属的屈服准则作了进一步的研究, 用上限元法对多孔金属冷态等静压压实过程和挤压过程进行了分析。国内对多孔金属成形过程的理论分析还未见有报道。

本文根据前人提出的粉末烧结体的塑性理论, 将多孔体假设为“可压缩连续体”, 导出了分析其塑性变形和致密化过程的塑性有限元公式。通过对粉末烧结圆柱体锻造过程的模拟, 说明了粉末烧结体的变形和致密体变形的区别, 指出了粉末烧结体锻造成形过程的变形特点和致密化过程。

1 多孔材料的应力-应变关系

致密金属应力-应变关系中的一个基本假设, 是工件的体积在塑性成形过程中保持不变。对于多孔体, 这一假设不适用, 也就是说多孔体在塑性成形过程中体积是变化的。

在本研究中, 我们采用由 Doraivelu, Gegel 等人^[3]提出的应力-应变关系。这里假设多孔体的性能是各向同性的, 且塑性变形不产生各

① 收稿日期: 1993年9月29日; 修回日期: 1993年11月15日

向异性。多孔材料的屈服应力可表示为:

$$F = AJ_2' + BJ_1^2 = Y_R^2 = \delta Y_0^2 \quad (1)$$

式中 A 、 B 和 δ 均为相对密度的函数, 并且 $A = 3(1 - B)$; Y_R —材料单向压缩的屈服应力; Y_0 —基体致密金属的屈服应力; J_2' 、 J_1 —分别为应力张量不变量。

$$J_2' = 1/2 \sigma_{ij}' \sigma_{ij}' \quad (2)$$

$$J_1 = \sigma_{kk} \quad (3)$$

式中 σ_{ij} 是应力张量分量。应力偏张量分量可表示为:

$$\sigma_{ij}' = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_{kk}/3 \quad (4)$$

(4) 式中重复的下标表示求和, δ_{ij} 是 Kronecker delt 符号。

由(1)式给出的屈服函数, 根据塑性势理论, 有如下应力-应变关系式:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\dot{\varepsilon}_R}{2\sigma_R} [A\sigma_{ij}' + \frac{2}{3}(3 - A)J_1\delta_{ij}] \quad (5)$$

式中 $\dot{\varepsilon}_{ij} = 1/2(v_{i,j} + v_{j,i})$, 应变速率分量; $\dot{\varepsilon}_R$, σ_R 分别是多孔材料的等效应变速率和等效应力:

$$\sigma_R = \sqrt{3AJ_2' + BJ_1^2}$$

$$\dot{\varepsilon}_R = \sqrt{2/A\dot{\varepsilon}_{ij}'\dot{\varepsilon}_{ij}' + 1/[3(3 - A)]\dot{\varepsilon}_{kk}^2}$$

应力-应变关系可改写如下:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{ij} &= \frac{\dot{\varepsilon}_R}{2\sigma_R} [A\sigma_{ij} + (2 - A)J_1\delta_{ij}] \\ \text{或} \quad \sigma_{ij} &= \frac{\sigma_R}{\dot{\varepsilon}_R} \left[2/A\dot{\varepsilon}_{ij}' + \frac{\delta_{ij}}{3(3 - A)}\dot{\varepsilon}_{kk} \right] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

将(6)式写成矩阵形式:

$$\sigma = \frac{\sigma_R}{\dot{\varepsilon}_R} [D]\dot{\varepsilon}$$

$$\sigma^T = \{\sigma_x \sigma_y \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx}\}$$

$$\dot{\varepsilon}^T = \{\dot{\varepsilon}_x \dot{\varepsilon}_y \dot{\varepsilon}_z \dot{\gamma}_{xy} \dot{\gamma}_{yz} \dot{\gamma}_{zx}\}$$

矩阵 $[D]$ 称为材料性能矩阵。

$$[D] =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{4-A}{A(3-A)} & \frac{A-2}{A(3-A)} & \frac{A-2}{A(3-A)} & & & \\ & \frac{4-A}{A(3-A)} & \frac{A-2}{A(3-A)} & & & \\ & & \frac{4-A}{A(3-A)} & & & \\ & & & 0 & & \\ & & & & \frac{1}{A} & \\ & & & & & \frac{1}{A} \\ & & & & & & \frac{1}{A} \end{bmatrix}$$

对 称

Doraivelu 等人给出 A 、 B 、 δ 的形式:

$$\left. \begin{aligned} A &= 2 + R^2 \\ B &= \frac{1 - R^2}{3} \\ \delta &= 2R^2 - 1 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中 R 是相对密度。

Doraivelu 等人还给出了下面一些关系式:

多孔材料的等效应变速率和基体材料等效应变速率的关系为:

$$\frac{\dot{\varepsilon}_0}{\dot{\varepsilon}_R} = \frac{\sqrt{\delta}}{R} \quad (8)$$

基体材料的等效应变为:

$$\bar{\varepsilon}_0 = \int_0^t \dot{\varepsilon}_0 dt = \int_0^t \frac{\sqrt{\delta}}{R} \dot{\varepsilon}_R dt \quad (9)$$

多孔材料的屈服应力可表示为:

$$\begin{aligned} Y_R &= \sqrt{\delta} Y_0(\bar{\varepsilon}_0, \dot{\varepsilon}_0) \\ &= \sqrt{\delta} Y_0(\bar{\varepsilon}_0, \frac{\sqrt{\delta}}{R} \dot{\varepsilon}_R) \end{aligned} \quad (10)$$

相对密度的改变为体积应变的函数:

$$\frac{R}{R_0} = \exp(-\Delta\varepsilon_v) \quad (11)$$

式中 R_0 为初始相对密度。

2 有限元基本公式的推导

考虑某一时刻变形体 V , 如图 1 所示, 其在 S_F 上受 $\vec{F}$ 的作用。 S_s 上速度给定。表面积剩余的剩余部分为 S_c , 在 S_c 上受摩擦力 $\vec{f}$ 的作用。假设变形体 V 内的应变和相对密度已知。

变形体为刚塑性体, 采用无限小变形理论, 并考虑体力和惯性力的作用, 那么塑性体 V 满足平衡方程和边界条件的变形状态可表示

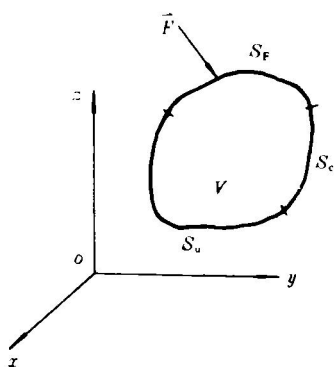


图1 某时刻变形体V

为下面泛函方程式:

$$\delta\varphi = \int_V Y_R \delta \dot{\varepsilon}_R dV - \int_{S_C} F \delta v dS \quad (12)$$

式中 第一个积分项代表变形体内的能量耗散;第二个积分代表边界条件。在边界 S_C 上摩擦力采用如下形式:

$$\vec{f} = -2/\pi mK \{ \arctg(\frac{|\vec{V}_R|}{A}) \} \vec{V}_R / |\vec{V}_R|$$

对于平面变形或轴对称变形问题,采用双线性的等参四边形单元将变形体V离散化为M个单元、N个结点,单元的速度场可近似表示为:

$$v = [N]^T \underline{u} \quad (13)$$

式中 $\underline{u}$ 为单元的结点速度矢量, $[N]$ 为单元形函数矩阵。

对(13)式求微分,则有:

$$\dot{\varepsilon} = [B] \underline{u}$$

多孔材料的等效应变速度可表示为:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_R &= \dot{\varepsilon}^T [D] \dot{\varepsilon} \\ &= \underline{u}^T [B]^T [D] [B] \underline{u} \\ &= \underline{u}^T [P] \underline{u} \end{aligned} \quad (14)$$

矩阵 $[P] = [B]^T [D] [B]$ 。

将(14)式代入(12)式则有:

$$\sum_{j=1}^M \delta \underline{u}_j^T \left[\int_{V_j} \frac{Y_R}{\varepsilon_R} [P] \underline{u} dV_j - \int_{S_j} [N] F dS \right] = 0$$

由于 $\delta \underline{u}$ 的任意性,有:

$$\sum_{j=1}^M \left[\int_{V_j} \frac{Y_R}{\varepsilon_R} [P] \underline{u} dV_j - \int_{S_j} [N] F dS \right] = 0 \quad (15)$$

式中 因 $\dot{\varepsilon}_R$ 与 $\underline{u}$ 有关,所以(15)式表示的有限元求解方程是非线性的,这里采用 Newton-Raphson 迭代法进行求解。在某一假定的速度场处对(15)式线性化有:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \underline{u}_i} \right]_{\underline{u}=\underline{u}_0} + \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \underline{u}_j \partial \underline{u}_i} \right]_{\underline{u}=\underline{u}_0} \Delta \underline{u}_j &= 0 \\ j &= 1, \dots, 2N \end{aligned} \quad (16)$$

求解上面方程组得 $\Delta \underline{u}$, 按下式对速度场进行修正:

$$\underline{u} = \underline{u}_0 + \beta \Delta \underline{u}$$

式中 β 为减速因子, $0 < \beta \leq 1$ 。

3 特殊问题的处理

3.1 致密材料 ($R = 1$)

对于致密材料, $R = 1.0$, $A = 3.0$ 时 $[D]$ 变得无意义,所以当多孔材料的单元相对密度压实接近1时,迭代求解过程非常不稳定。为了保证求解过程稳定,在有限元程序中引入一个假定,即当某单元的相对密度 R 等于0.9990 时认为此单元是致密体单元, R 不再改变。

3.2 体积积分方案

为了保证程序具有良好的稳定性,体积积分必须进行特殊处理。这里主要是 $[D]$ 矩阵的计算。本文采用 Im^[6] 提出的混合积分法。

首先将 $[D]$ 作如下分解:

$$[D] = [D_1] + [D_2]$$

其中 $[D_1]$ 、 $[D_2]$ 对轴对称问题表示为:

$$[D_1] = \begin{bmatrix} \frac{4}{3A} & \frac{-2}{3A} & \frac{-2}{3A} & 0 \\ & \frac{4}{3A} & \frac{-2}{3A} & 0 \\ & & \text{对称} & \frac{4}{3A} & 0 \\ & & & & \frac{1}{A} \end{bmatrix}$$

$$[D_2] = \frac{1}{3(3-A)} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 1 & 1 & 0 \\ & & 1 & 0 \\ \text{对称} & & & 0 \end{bmatrix}$$

那么 $[P]$ 可表示为:

$$[P] = [P_1] + [P_2] \\ = [B]^T [D_1] [B] + [B]^T [D_2] [B]$$

混合积分方案是将 $[P_2]$ 在减数积分点求值, 而 $[P_1]$ 在 Gauss 积分点求值。 $[P]$ 在各个 Gauss 积分点的值则由该点的 $[P_1]$ 加上减数积分点的 $[P_2]$ 而求得, 然后进行积分。不难看出, 当 $R \rightarrow 1$ 时, $[D_2]$ 实际上起到一个惩罚项的作用。

4 粉末烧结圆柱体镦粗过程的有限元分析

作者根据所推导的公式, 编制了分析多孔材料压实变形过程的有限元程序。对不同摩擦条件下粉末烧结圆柱体的平模镦粗过程进行了分析。

4.1 分析条件

粉末烧结圆柱体是由97%的铝粉加上其它一些成份经压制烧结而成的, 如图2所示。

初始相对密度 $R_0 = 0.80$ 。

基体金属的屈服应力为:

$$Y_0 = 1.0 + 0.01 \varepsilon_0 \quad (\text{MPa})$$

4.2 结果分析

图3示出了 $m = 0.5$, $R_0 = 0.8$, 不同压下率时的有限元网格变化情况。可以看出网格变化和致密金属圆柱体镦粗时的情况相似。图3的(b)、(c)、(d)网格外缘的实线表示的是致密毛坯镦粗时外边缘情况。显然多孔金属毛坯在变形过程中体积改变了。

图4示出了两种摩擦条件下的载荷和压下率的关系曲线。为了比较, 图中还示出了致密金属镦粗时载荷随压下率变化的曲线。可见多孔体变形的载荷较致密体低。在变形的早期, 摩擦对载荷的影响不大; 但在变形的后期, 大摩擦情况下载荷上升的速度较小摩擦条件下快。

图5示出了初始相对密度 $R_0 = 0.80$, 不同摩擦条件下变形体内的平均相对密度 R_{av} 随压下率变化的曲线。从图中可以看出, 摩擦对平均相对密度 R_{av} 影响不大。

尽管摩擦对变形区内平均相对密度的影响不大。但从图6示出的相对密度 R 的分布来看, 摩擦对 R 的分布影响较大。对比图6(a)、(b)两图, 可以看出大摩擦条件下相对密度 R 分布的梯度较小摩擦条件下大。这是因为大摩擦对模具下面区域材料变形的限制程度较小摩擦大。图6(e)、(f)两图, 大摩擦条件下靠近自由表面处的密度较小摩擦条件下低, 这是由于大摩擦条件下侧面会产生较大的鼓肚。对照图6(d)、(f)两图, 可以发现, 靠近侧面处的密度随压下量的增大而减小。正是由于这个原因, 裂纹经常出现在鼓肚的中间环带上。

5 结 论

为了研究粉末烧结体的变形特点, 推导出了相应的刚塑性有限元公式, 开发了考虑材料可压缩性的有限元分析程序。这里密度的变化是考虑的一个重要方面。

通过对铝基粉末烧结体镦粗过程的模拟, 揭示了摩擦条件对载荷、平均相对密度、密度分布的影响, 给出了有关的曲线和不同条件下密度的分布图, 为预测缺陷提供了依据。

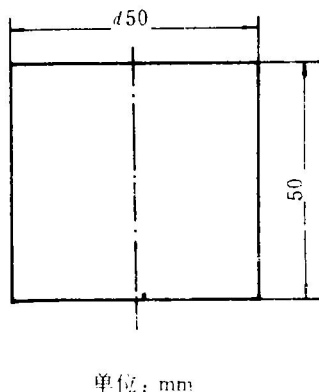


图2 粉末烧结体尺寸

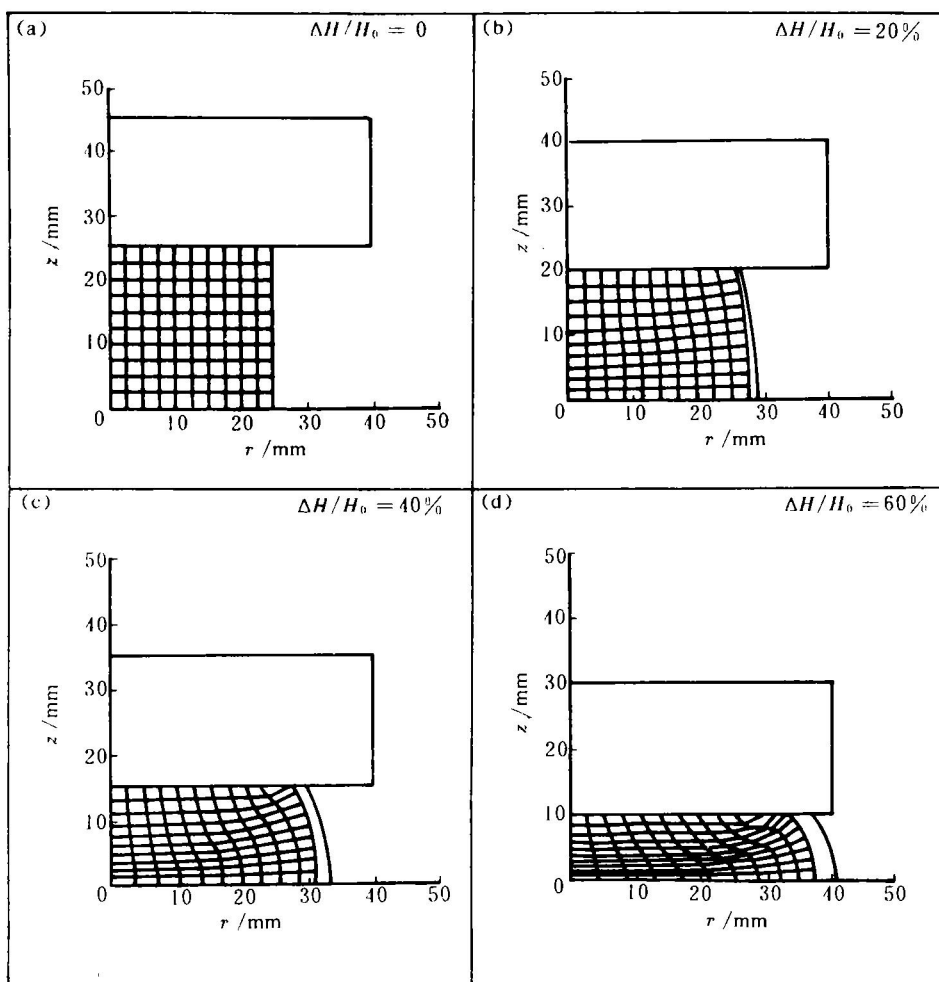


图3 $m = 0.5$, $R_0 = 0.8$ 压下率为 0, 20%, 40%, 60% 时有限元网格变化

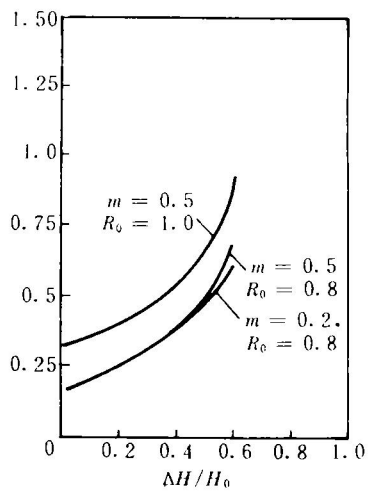


图4 载荷和压下率 $\frac{\Delta H}{H_0}$ 的关系曲线

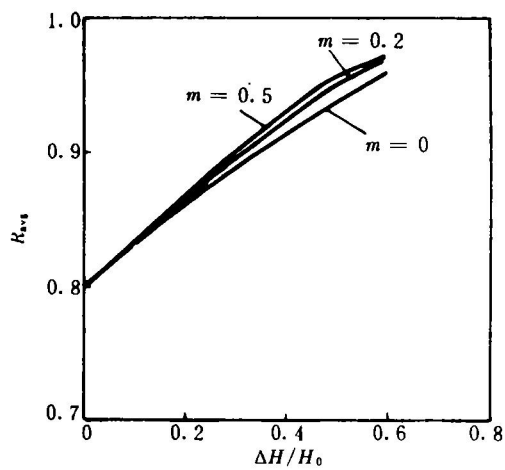


图5 R_{avg} 和压下率 $\frac{\Delta H}{H_0}$ 的关系曲线

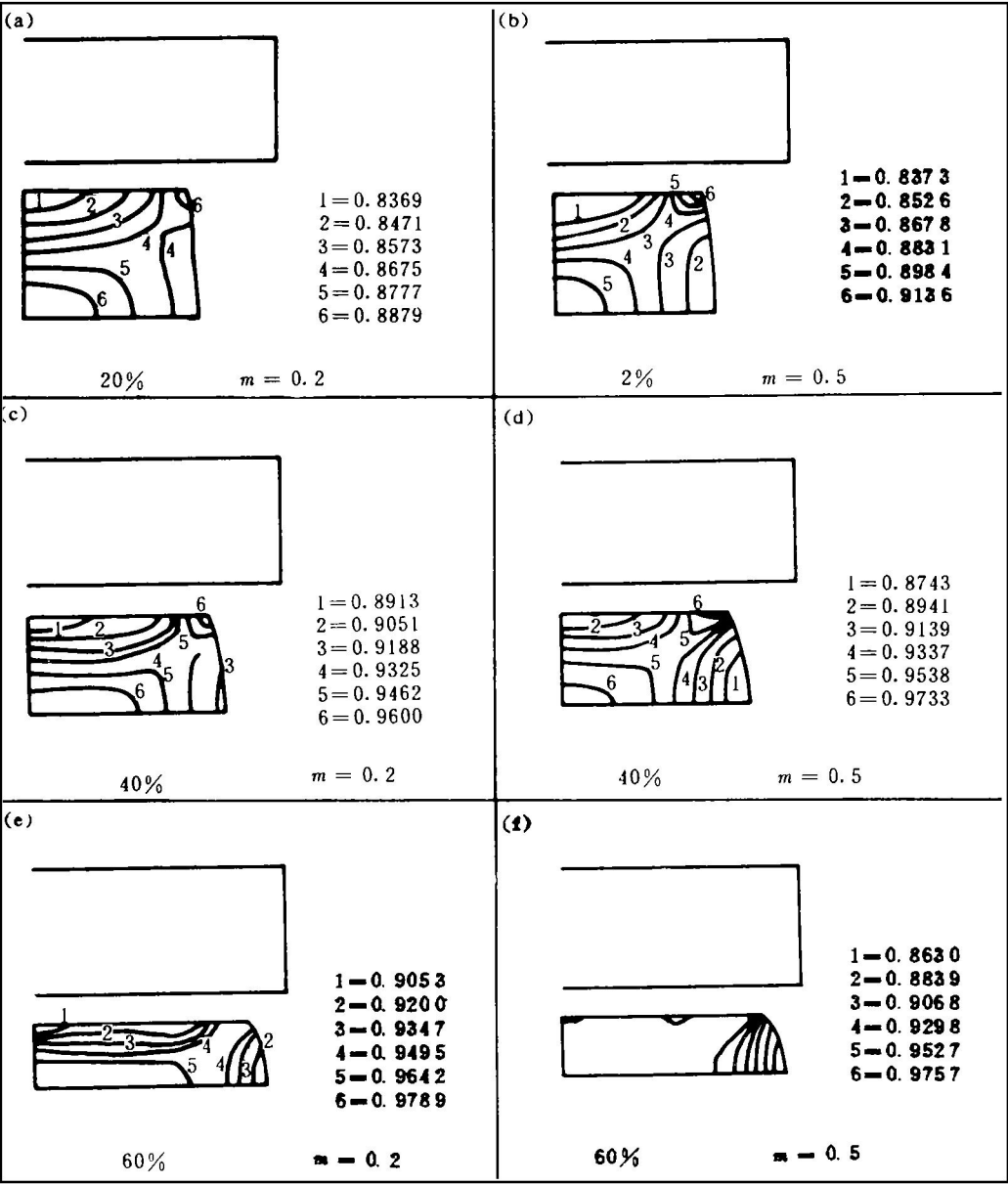


图6 不同摩擦条件下压下率为20%，40%，60%时相对密度 R 的分布图

有限元法是分析多孔体变形、致密化过程的有效手段。下一步工作将考虑更多的因素，对不同的成形工艺进行研究。

参考文献

1 梁 华. 粉末冶金技术, 1992, 10(2): 142—145.

2 唐华生. 锻压技术, 1992, 1: 14—18.

3 Doraivelu S M, Gegel H L *et al.* Int J Mech Sci, 1984, 26(9/

10): 527—535.

4 华林, 赵仲治. 中国有色金属学报, 1992, 2(3): 81—84.

5 任学平, 王尔德, 霍文灿. 粉末冶金技术, 1992, 10 (1): 8—12.

6 Im Y T. PhD Dissertation, University of California, Berkeley. 1985.

7 Mori K, Osakada K. Int J Mech Sci, 1987, 29(4): 229—238.

8 Duszczek J. J Mater Shaping Technol, 1991, 9(2): 103—115.