

能容纳材料异常性能的正交异性非二次式新屈服函数^①

周维贤

(西北工业大学航空制造工程系, 西安 710072)

摘 要

提出了一个能兼容材料“异常性能”的正交异性非二次式新屈服函数, 它与 Hill 最新提出的屈服函数一样, 无原有的同类屈服函数具有的局限性; 但式子较简单, 特别是屈服函数中包含的所有材料常数均可借单向拉伸一种试验方法确定, 故应用尤为方便。对 1100 铝板的应用表明, 它是属于具有“异常性能”的材料, 其屈服函数的合宜幂次值是 1.68 左右。借此预测的塑流应力的偏差大多在 4.0% 以下。

关键词: 正交异性 异常性能 非二次式屈服函数

由于 Hill 早先提出的正交异性二次式屈服函数^[1]过高地估价了材料的各向异性性质的影响, 不能用于目前资料里称作具有“异常性能”的材料, 故自 70 年代起, 陆续有一些非二次式屈服函数被提出; 其中, 能用于具有“异常性能”材料的, 迄今共四个。但 Bassani 提出的^[2]和 Hill 于 1979 年提出的新屈服函数的情况^{N^[3]}只能用于板料面内同性的情况; 为了能够容纳板料的面内异性性质, Hill 最近又提出了一个屈服函数形式^[4]:

$$|\sigma_1 + \sigma_2|^m + \left(\frac{\sigma}{\tau}\right)^m |\sigma_1 - \sigma_2|^m + |\sigma_1^2 + \sigma_2^2|^{(m/2-1)} [-2a(\sigma_1^2 - \sigma_2^2) + b(\sigma_1 - \sigma_2)^2 \cos 2\theta] \cos 2\theta = (2\sigma)^m$$

式中 σ_1 、 σ_2 是板面内的两个主应力; θ 是较大的那个主应力与板材轧向间的夹角; σ 是双向等拉 ($\sigma_1 = \sigma_2$) 时的塑流应力; τ 是 $\theta = 45^\circ$ 情况下的纯剪切塑流应力; a 、 b 是由 σ 、 τ 和单向拉伸塑流应力确定的材料常数。可以看到, 这个式子并不简单, 特别是它所包含的材料常数至少得做三种不同应力状态的试验才能确定, 应用颇为不便。

除上列的以外, Montheillet 等人新近也提出了一个屈服函数形式^[5], 但其包含的材料常数得在假设“板料的面内异性具四度对称性质”的条件下来确定; 因而, 很难说板料的面内异性性质能得到真实的反映。另外, 这个屈服函数还不能用于板料是面内同性的情况。

1 新屈服函数及相应的方程

1.1 新屈服函数 f 的形式

吸纳本作者先前提出的屈服函数^[6]的特点和 Montheillet 等人提出的屈服函数^[5]的特点, 本文提出的新屈服函数 f 的形式是:

$$f = c[(\sigma_x + a\sigma_y)^2]^{m/2} + k[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + b\tau_{xy}^2]^{m/2} = \sigma_e^m \quad (1)$$

式中 x 、 y 是板料板面内的两个各向异性主轴方向, 一般认为就是板料的轧向和横向; m 是屈服函数的幂次值; c 、 a 、 k 、 b 是各向异性参数; σ_e 是等效应力。为方便计, 取其值由板材轧向单向拉伸试件的塑流应力 σ_0 确定。这样,

$$c + k = 1 \quad (\text{取 } \sigma_x = \sigma_e \text{ 时}) \quad (2)$$

① 国家自然科学基金和航空科学基金资助项目 收稿日期: 1993 年 7 月 25 日; 修回日期: 1993 年 10 月 20 日

由此, (1)式包含的待定材料常数是四个。

1.2 相应的流动法则

1.2.1 在各向异性主轴坐标系里的流动法则

以屈服函数为塑性势函数, 根据 Drucker 公理, 可得与屈服函数 f 相应的流动法则是:

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_x &= md\lambda \{ c(\sigma_x + \alpha\sigma_y) [(\sigma_x + \alpha\sigma_y)^2]^{(m-2)/2} \\ &\quad + h(\sigma_x - \sigma_y) [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + b\tau_{xy}^2]^{(m-2)/2} \} \\ d\epsilon_y &= md\lambda \{ c\alpha(\sigma_x + \alpha\sigma_y) [(\sigma_x + \alpha\sigma_y)^2]^{(m-2)/2} \\ &\quad - h(\sigma_x - \sigma_y) [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + b\tau_{xy}^2]^{(m-2)/2} \} \\ d\epsilon_i &= -(d\epsilon_x + d\epsilon_y) \\ &= -md\lambda \{ c(1+\alpha)(\sigma_x + \alpha\sigma_y) \\ &\quad \times [(\sigma_x + \alpha\sigma_y)^2]^{(m-2)/2} \} \\ d\gamma_{xy} &= md\lambda b h \tau_{xy} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + b\tau_{xy}^2]^{(m-2)/2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$d\epsilon_i = md\lambda \sigma_i^{m-1} = md\lambda \sigma_0^{m-1} \quad (4)$$

式中 $d\epsilon_i$ 是板厚方向的应变增量; $d\epsilon_i$ 是等效应变增量; $d\lambda$ 是与应变硬化程度有关的正值比例因子; 根据(4)式, 有

$$md\lambda = d\epsilon_i / \sigma_i^{m-1} = d\epsilon_i / \sigma_0^{m-1} \quad (5)$$

至于等效应力, 由(1)式和(2)式, 得:

$$\begin{aligned} \sigma_i &= \sigma_0 \\ &= \{ c(\sigma_x + \alpha\sigma_y)^2 \}^{m/2} \\ &\quad + h[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + b\tau_{xy}^2]^{m/2} \}^{1/m} \end{aligned} \quad (6)$$

1.2.2 主应力坐标系里的流动法则

沿用上述的 σ_1 、 σ_2 和 θ 角的定义; 并用 λ 表示 σ_2 相对于 σ_1 的大小, 即:

$$\lambda = \sigma_2 / \sigma_1 \quad (\sigma_1 > \sigma_2) \quad (7)$$

则熟知的应力转换公式和应变转换公式是

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_2 \sin^2 \theta \\ &= \left(\frac{1+\lambda}{2} + \frac{1-\lambda}{2} \cos 2\theta \right) \sigma_1 \\ \sigma_y &= \sigma_1 \sin^2 \theta + \sigma_2 \cos^2 \theta \\ &= \left(\frac{1+\lambda}{2} - \frac{1-\lambda}{2} \cos 2\theta \right) \sigma_1 \\ \tau_{xy} &= -(\sigma_2 - \sigma_1) \sin \theta \cos \theta \\ &= \left(\frac{1-\lambda}{2} \sin 2\theta \right) \sigma_1 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_1 &= \frac{d\epsilon_x + d\epsilon_y}{2} \\ &\quad + \frac{d\epsilon_x - d\epsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{2} d\gamma_{xy} \sin 2\theta \\ d\epsilon_2 &= \frac{d\epsilon_x + d\epsilon_y}{2} \\ &\quad - \frac{d\epsilon_x - d\epsilon_y}{2} \cos 2\theta - \frac{1}{2} d\gamma_{xy} \sin 2\theta \\ d\gamma_{12} &= (d\epsilon_x - d\epsilon_y) \sin 2\theta - d\gamma_{xy} \cos 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

将(8)式代入(6)式, 得

$$\begin{aligned} \sigma_i &= \sigma_0 \\ &= \frac{1}{2} [cA^m + hB^m(1-\lambda)^m]^{1/m} \sigma_1 \end{aligned} \quad (10)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} A &= (1+\lambda)(1+\alpha) + (1-\lambda)(1-\alpha) \cos 2\theta \\ B &= 2(\cos^2 2\theta + \frac{b}{4} \sin^2 2\theta)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

将(3)式代入(9)式, 并引进式(4)、(8)、(10)和(11), 整理后得:

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_1 &= \frac{2[cA^m + hB^m(1-\lambda)^m]^{(m-1)/m}}{c[(1+\alpha) + (1-\alpha)\cos 2\theta]A^{m-1} - hB^m(1-\lambda)^{m-1}} d\epsilon_1 \\ &= \frac{2[cA^m + hB^m(1-\lambda)^m]^{(m-1)/m}}{c[(1+\alpha) - (1-\alpha)\cos 2\theta]A^{m-1} - hB^m(1-\lambda)^{m-1}} d\epsilon_2 \\ &= -\frac{[cA^m + hB^m(1-\lambda)^m]^{(m-1)/m}}{c(1+\alpha)A^{m-1}} d\epsilon_i \\ &= \pm \frac{[cA^m + hB^m(1-\lambda)^m]^{(m-1)/m} d\gamma_{12}}{[c(1-\alpha)A^{m-1} + (4-b)hB^{m-2}(1-\lambda)^{m-1}\cos 2\theta]\sin 2\theta} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

因为 $d\epsilon_i$ 是正值, 所以上式中最后一个等号后的正、负号应取与 $d\gamma_{12}$ 的符号相同。另外, $\theta = 0^\circ$ 和 90° 时, $d\gamma_{12} = 0$, 上式的最后一个式子成不定式, 故在这些场合, $d\epsilon_i$ 不能由 $d\gamma_{12}$ 确定。

1.3 $d\epsilon_i$ 用应变增量分量表达的式子

由(3)式可得

$$\begin{aligned} d\epsilon_x + d\epsilon_y &= md\lambda c(1+\alpha) [(\sigma_x + \alpha\sigma_y)^2]^{(m-1)/2} \\ &\quad \{ [d\epsilon_x - d\epsilon_y - \frac{1-\alpha}{1+\alpha}(d\epsilon_x + d\epsilon_y)]^2 + \frac{(2d\gamma_{xy})^2}{b} \}^{1/2} \\ &= md\lambda 2h [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + b\tau_{xy}^2]^{(m-1)/2} \end{aligned}$$

将(6)式代入(4)式, 并利用上式以应变分量增量替代应力项次, 整理后得

$$\begin{aligned} d\epsilon_i &= \left\{ \frac{1}{c^{1/(m-1)}} \left[\left(\frac{d\epsilon_x + d\epsilon_y}{1+\alpha} \right)^{2(m-1)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{h^{1/(m-1)}} \left[\left(\frac{d\epsilon_x - d\epsilon_y}{2} - \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \frac{d\epsilon_x + d\epsilon_y}{2} \right)^2 \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + \frac{(d\gamma_{xy})^2}{b} \right]^{m-2(m-1)} \right] \right\}^{1/(m-1)} \end{aligned} \quad (13)$$

可以看到, 当 $\alpha = 1$ 以及 $d\epsilon_x$ 、 $d\epsilon_y$ 为主应变增量

($d\gamma_{xy} = 0$)、亦即是板料面内同性时, 上式即 Hill 新屈服函数情况 IV 的式子。

借应变转换公式, (13) 式可以转换成用 $d\epsilon_1$ 、 $d\epsilon_2$ 、 $d\gamma_{12}$ 或用主应变增量表示的式子。

1.4 材料常数的确定

1.4.1 借塑性应变比确定

对于单向拉伸场合, $\lambda = 0$ 。将 $\lambda = 0$ 代入 (12) 式和 (11) 式, 根据定义, 塑性应变比 r 是:

$$r_0 = -\frac{c[(1+\alpha) - (1-\alpha)\cos 2\theta]A^{m-1} - hB^m}{2c(1+\alpha)A^{m-1}} \quad (14)$$

$$A = (1+\alpha) + (1-\alpha)\cos 2\theta \quad (\lambda = 0) \quad (11a)$$

将 $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 代入, 并引进 (2) 式, 得

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= -\frac{c\alpha - h}{c(1+\alpha)} = \frac{1}{c(1+\alpha)} - 1 \\ r_{45} &= -\frac{c(1+\alpha)^m - hB^{m/2}}{2c(1+\alpha)^m} \\ &= -\frac{c(1+\alpha)^m - (1-c)b^{m/2}}{2c(1+\alpha)^m} \\ r_{90} &= -\frac{c\alpha^{m-1} - h}{c(1+\alpha)\alpha^{m-1}} \\ &= -\frac{c(1+\alpha^{m-1}) - 1}{c(1+\alpha)\alpha^{m-1}} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

由上列的第一个式子, 可得

$$c = \frac{1}{(1+\alpha)(1+r_0)} \quad (16)$$

将它代入 (15) 式的第二个式子消去 c , 整理后得

$$\alpha^{m-1} = \frac{r_0 + \alpha(1+r_0)}{\alpha r_{90} + 1 + r_{90}} \quad (17)$$

当 $m = 2$ 时, 可解得 $\alpha = r_0/r_{90}$ 。当 $m \neq 2$ 时, 可用逐次逼近法求解 α ; 计算时, α 的初始值可取 r_0/r_{90} 。

由式 (15) 的第三个式子, 可得

$$b = \left[\frac{c(1+\alpha)^m(1+2r_{45})}{1-c} \right]^{2/m} \quad (18)$$

所以, 在测得 r_0 、 r_{45} 、 r_{90} 的试验值的基础上, 对于一定的 m 值, α 、 c 、 b 值可算得。

对于面内同性, 即 $r_0 = r_{45} = r_{90} = r$ 的板料, 由 (16)–(18) 式可得 $c = 1/2(1+r)$ 、 $\alpha = 1$ 、 $b = 4$ 。

1.4.2 借塑流应力确定

上述材料常数, 也可借塑流应力确定。不过, 由于单拉塑流应力无反映板料厚向异性的功能, 故在完全不用塑性应变比的试验数据的情况下, 除单向拉伸塑流应力试验数据外, 还

至少得有一个能反映板料厚向异性性质的塑流应力数据。后者一般可以取板料厚向单向压缩或者板料双向等拉应力状态下的试验数据。

对于单向拉伸试验, 将 $\sigma_i = \sigma_0$ 和 $x = 0$ 代入 (10) 式和 (11) 式, 整理后有

$$\sigma_0 = 2\sigma_0 / \{c[(1+\alpha) + (1-\alpha)\cos 2\theta]^m + h(4\cos^2 2\theta + b\sin^2 2\theta)^{m/2}\}^{1/m} \quad (19)$$

当 $\theta = 45^\circ$ 和 90° 时, 得:

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_0/\sigma_{90})^m &= c\alpha^m + h = 1 - c(1-\alpha^m) \\ (2\sigma_0/\sigma_{45})^m &= c(1+\alpha)^m + hb^{m/2} \\ &= c(1+\alpha)^m + (1-c)b^{m/2} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

对于双向等拉试验, 将 $\lambda = 1$ 代入 (10) 式和 (11) 式, 并用 σ_{bi} 表示双向等拉塑流应力时, 得

$$(\sigma_0/\sigma_{bi})^m = c(1+\alpha)^m \quad (21)$$

由 (20)–(21) 式, 可解得

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \{1 - [1 - (\sigma_0/\sigma_{90})^m](1+\alpha)^m\}^{1/m} \\ &\quad \div (\sigma_0/\sigma_{bi})^m\}^{1/m} \\ c &= (\sigma_0/\sigma_{bi})^m / (1+\alpha)^m \\ b &= \left[\frac{(2\sigma_0/\sigma_{45})^m - c(1+\alpha)^m}{1-c} \right]^{2/m} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

这里也得用逐步逼近法计算 α , 再算 c 、 b 。

1.5 屈服函数的适用性检查

将 (18) 式和 (16) 式代入 (20) 式的第二个式子, 得:

$$\begin{aligned} (2\sigma_0/\sigma_{45})^m &= 2(1+\alpha)^{m-1}(1+r_{45}) \\ &\quad \div (1+r_0) \end{aligned} \quad (23)$$

由此看到, 当板料是面内同性, 亦即 $r_0 = r_{45} = r_{90} = r$, $\alpha = 1$, $\sigma_0 = \sigma_{45} = \sigma_{90}$ 时, m 依然可以由试验数据确定的任意值, 即本屈服函数是可用的。

将 (16) 式代入 (21) 式, 得

$$\begin{aligned} (\sigma_{bi}/\sigma_0)^m &= (1+r_0)/(1+\alpha)^{m-1} \\ &\approx (1+r)/2^{m-1} \end{aligned} \quad (24)$$

可见对于 $r < 1$ 的材料, 在适当的 m 值下, 可以适应 $\sigma_{bi}/\sigma_0 > 1$ 的情况, 亦即本屈服函数能够用于具有“异常性能”的材料。

1.6 屈服函数幂次值 m 的确定

由 (23) 式可得

$$m = \ln \left[\frac{2(1+r_{45})}{(1+\alpha)(1+r_0)} \right] / \ln \left[\frac{2\sigma_0}{(1+\alpha)\sigma_{45}} \right] \quad (25)$$

可见在一定的试验数据下,将本式与(17)式一起用逐步逼近法可算得相应的 m 值和 α 值。

不过,用(25)式这样的式子计算的 m 值受试验数据各自的误差的影响较大;实践表明,较好的方法是以较多的试验数据用回归法计算。

在此应指出的是,如 Kusnierz 所述^[7], r 值的测试精度很难高于 ± 0.1 。这意味着对于 $r < 1.0$ 的材料来说,其 r 值的误差一般大于 10%。故对这些材料,计算 m 值时完全依赖 r 值是不恰当的;应主要借塑流应力和 r 值的总体水平 $r_{cp} = (r_0 + 2r_{45} + r_{90})/4$ 来确定,如下例所示。

对于面内同性的板料来说,(25)式成不定式。故在这种情况下,应该用(24)式计算 m 值,即:

$$m = \ln[2(1+r)]/\ln(2\sigma_{bi}/\sigma_0) \quad (25a)$$

2 应用举例

2.1 考察材料

下面就文献[5]中所列的 1100 铝板进行考察,其有关性能列于表 1 和表 2。表中 $\bar{\varepsilon} = 2\ln(t_0/t)/\sqrt{3}$;性能试验试件具有不同的厚度,它们由同一块厚度为 t_0 的厚板冷轧而得。按[5]的试验方法,虽然 $\bar{\varepsilon} \neq \varepsilon$,但 $\bar{\varepsilon}$ 相同时,变形程度是相等的。表 2 中的 σ_{p1} 和 σ_{p2} 分别是 $\theta = 0^\circ$ 、 $d\varepsilon_y = 0$ 或 $\theta = 90^\circ$ 、 $d\varepsilon_z = 0$ 时的平面应变拉伸塑流应力; σ_c 是板厚方向的单向压缩塑流应力,依据“各向等应力不影响屈服”的假设,它可看作与双向等拉塑流应力 σ_{bi} 相等。

2.2 m 值的确定

从表 1 看到, r 值数据无一致的变化规律性,这表明这些试验数据不是都很准确的。因此,本文在此用(22)式来确定 c 、 α 、 b 值,而以算得的 r_{cp} 值与试验数据最接近时的 m 值为 m 的合宜值。算得的结果列于表 3 中。

从表 3 所列数据看到,取 1.674、1.671、1.688 的平均值 1.68 为 1100 铝板的 m 值是较合理的,它比 Montheillet 等人给出的 1.50^[5]

表 1 r 值试验数据^[5]

$\bar{\varepsilon}$	r_0	r_{45}	r_{90}	r_{cp}
0.00	0.77	1.08	0.75	0.92
0.26	0.60	0.91	0.78	0.80
0.52	0.59	0.85	0.69	0.75

表 2 $\sigma = \sigma_0 + K\bar{\varepsilon}^n$ 中的参数值^[5]

	σ_0	σ_{45}	σ_{90}	σ_c	σ_{p1}	σ_{p2}
σ_s/MPa	51.1	48.3	53.9	56.1	62.2	65.0
K/MPa	82.6	81.9	83.1	79.5	89.8	91.1
n	0.472	0.481	0.447	0.423	0.408	0.375

表 3 1100 铝板的合宜 m 值计算

ε	0	0.26	0.52
m	1.70	1.674	1.60
r_{cp}	0.96	0.92	0.81

大 12% 左右。

2.3 准确度检查

上述结果是否可靠,可借平面应变塑流应力的预测值与试验值的对比来检查。

设用 λ_p 表示平面应变拉伸时的主应力比值。依据 $d\varepsilon_z = 0$ 的条件,由(12)式的第二个式子,得

$$c[(1+\alpha) - (1-\alpha)\cos 2\theta] \left[\frac{1+\lambda_p}{1-\lambda_p}(1+\alpha) + (1-\alpha)\cos 2\theta \right]^{m-1} - hB^m = 0$$

再设

$$P = \frac{hB^m}{c[(1+\alpha) - (1-\alpha)\cos 2\theta]} = \left[\frac{1+\lambda_p}{1-\lambda_p}(1+\alpha) + (1-\alpha)\cos 2\theta \right]^{m-1} \quad (26)$$

由此可解得 λ_p 之值为

$$\lambda_p = 1 - 2(1+\alpha)/[P^{1/(m-1)} - (1-\alpha)\cos 2\theta + 1 + \alpha] \quad (27)$$

将(26)式引进(11)式 再将它和(27)式一起代入(10)式,整理后得

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_0} = P^{1/(m-1)} - (1-\alpha)\cos 2\theta + 1 + \alpha \\ \div \{ (1+\alpha)[cP^{m/(m-1)} + h(4\cos^2 2\theta + b\sin^2 2\theta)^{m/2}]^{1/m} \} \quad (28)$$

将 $\theta = 0^\circ$ 、 90° 代入,即得 σ_{p1}/σ_0 、 σ_{p2}/σ_0 的预测值;它们与试验值的相对偏差 $\Delta\%$ 列于表 4 中。

(下转 64 页)

沉淀粒子阻延了合金“组织粗化”的缘故。

4 结论

- (1) 微量锆可以细化 Zn-22Al 合金的铸态组织和时效态组织，提高合金的阻尼性能及其稳定性。
- (2) 对于淬火—温轧的 Zn-22Al-0.18Zr 合金，在相当于其温轧温度(373 K)下进行约 3 h 的时效，虽然内耗值稍有降低，但可以获得较优的阻尼稳定性。

参考文献

1 Nowick A S. *Journal of Applied physics*, 1951, 22(7): 925—932.

2 Nuttall K. *Journal of The Institute of Metals*, 1971, 99: 266

—270.

3 增本 量等. 日本金属学会志, 1982, 46(6): 924—934.

4 增本 量等. 见: 日本金属学会秋期大会一般讲演概要, 1980, 10, 229.

5 邱同济等. 有色金属与稀土应用, 1981, 4: 1—8.

6 Kamel R *et al.* *Physica*, 1981, 111B: 43.

7 增本 量等. 见: 日本金属学会秋期大会一般讲演概要, 1982, 9.

8 Lanberigts M *et al.* *Trans AFS*, 1985, 93: 569.

9 Sahoo M *et al.* *Trans AFS*, 1984, 92: 861.

10 武田隆造. JP 169537. 1985.

11 田上造弘等. 见: 日本铸物协会等 107 回全国讲演大会讲演概要集, 1986, 6.

12 Skonazi A F. *Metall*, 1983, 9: 898—902.

13 冯 端等. 金属物理(下). 北京: 科学出版社, 1975. 579—589.

14 顾 敏等. 金属热处理, 1992, 2: 11—17.

15 Mondolfo L. *Aluminum Alloys—Structures and Properties*. Butterworths London, 1976.

(上接 54 页)

可以看到, 取 $m = 1.68$ 是合适的, $\triangle$ 值大多在 4.0% 以下, 只个别超过 5.0%。

表 4 平面应变拉伸塑流应力的预测值
对试验值的相对偏差 $\triangle\%$ 值

$\bar{\epsilon}$	0		0.26		0.52	
m	1.68	1.50	1.68	1.50	1.68	1.50
a	0.8254	0.8460	0.8510	0.8682	0.8855	0.8986
c	0.3110	0.3466	0.3193	0.3559	0.3218	0.3596
b	5.0110	5.0727	4.7635	4.8111	4.6222	4.6620
$\triangle_1\%$	-3.12	-4.95	-3.92	-5.82	-2.82	-4.82
$\triangle_2\%$	-3.71	-6.26	-5.47	-7.91	-4.00	-6.40

3 结论

- (1) 本屈服函数是可用的; 它既能用于一般的各向异性材料, 也能用于具有“异常性能”

的材料; 它是同类屈服函数中功能最全、式子最简单, 应用最方便的一个。

(2) 1100 铝板属具有“异常性能”的材料; 其屈服函数的幂次值是 1.68 左右。

参考文献

1 Hill R. *The Mathematical Theory of Plasticity*. UK: Oxford at the Clarendon Press, 1950. 317—340.

2 Bassani J L. *Int J Mech Sci*, 1977, 19: 651—660.

3 Hill R. In: *Math Proc Camb Phil Soc*, 1979, 85. 179—191.

4 Hill R. *J Mech Phys Solids*, 1990, 38: 405—417.

5 Montheillet F *et al.* *Int J Mech Sci*, 1991, 33: 197—209.

6 Zhou Weixian. *Int J Mech Sci*, 1990, 32: 513—520.

7 Kusnierz J. *M' em Etud Sci Rev M' etall*, 1981, 78: 375—384.