

测定爆堆块度组成的新方法

——体视概率计算法^①

张继春

(四川联合大学水利工程系, 成都 610065)

钮强 徐小荷

(东北大学采矿工程系, 沈阳 110006)

摘 要 应用体视学的统计分析原理, 从爆堆表(断)面上随机测线与岩块相截所获得的截长组成信息出发, 提出测定计算三维爆堆块度组成的新方法——体视概率计算法。室内级配试验的测定结果表明, 在不进行任何校正的情况下, 九次同块度级试验的测定误差均值为 8.67%, 十次不同级配试验测得的块度组成与筛分值非常接近, 各级含量的绝对误差均值不超过 5.26%, 而用著名的 Барон 方法(线段法)测定时, 相应的数值分别为 59.21% 和 9.11%。

关键词 爆堆 块度组成 测定方法 体视学

爆堆块度组成的测定是岩体爆破块度研究的主要内容之一。准确、简便地测定出爆破后的块度组成既是正确评价爆破质量的前提, 又是建立爆破块度计算模型和优化爆破参数的基础。迄今为止, 测定爆堆块度的方法达六种以上, 但归结起来只有直接法和间接法两类。

筛分法是直接测定方法的典型代表, 测定精度最高。但因其存在工作量过大、劳动强度高和设备投资大等难以克服的困难, 广泛采用受到很大制约。

间接法是通过摄影、摄像等手段获得爆堆表(断)面上矿岩块体的几何信息, 按一定的统计方式推断爆堆块度, 如: 爆堆表(断)面摄影-图像分析法^[1]、电视摄像-图像自动分析法^[2]和标准照片匹配对比法^[3]等。若只考虑如何从矿岩块体的几何信息求得爆堆的块度组成, 间接法又可分为线段法、面积法等。

应用较多的线段法和面积法均由于采用简单的比例计算来确定块度组成, 不可避免地产生“小化”现象。

究其原因在于爆堆表(断)面上某块度级的岩块被其它岩块部分地覆盖, 造成从照片上测得的岩块面积和岩块几何尺寸分别小于其投影面积和实际尺寸。目前, 只能通过爆堆取样筛分获得的块度组成对“小化”进行修正, 然而, 所用修正方法建立在表(断)面上各级块度含量与爆堆在相同级别内的含量具有某一函数关系的基础上^[4], 很难从根本上解决“小化”问题。

从统计角度分析, 爆堆表(断)面上所反映出的岩块大小与爆堆块度分布之间存在一定的概率关系, 岩块被随机测线截出的线段长度还与该岩块的尺寸有关。本文正是要研究并确定这些关系, 由此提出测定爆堆块度的体视概率计算法。

1 体视概率计算法原理

1.1 体视概率计算法的基本观点

① 收稿日期: 1994-09-23; 修回日期: 1995-03-02

在爆堆表(断)面上,测线与岩块相交截出长度为 l 的线段数量与爆堆中尺寸大于 l 的岩块所占比例有关,即:随机测线截出的这些线段都是尺寸大于 l 的岩块所作的贡献。进一步分析知,随机测线穿过爆堆所截出的所有线段的尺寸分布主要与三个因素有关^[5]: (1) 爆堆岩块的块度分布; (2) 随机测线能穿过各块度级岩块的概率; (3) 同块度级岩块被随机测线截出的线段的尺寸分布。

为便于分析空间岩块尺寸与其在断面上的截线长度的概率关系,本文用等体积球直径近似岩块尺寸,这种近似虽然会带来一定的误差,但由于各块度级岩块具有形状上的相似性^[6],且考虑到块度分布的相对性,这一误差对计算结果的影响并不显著^[5]。因此,在计算爆堆块度分布时,可用等体积球直径近似等于岩块尺寸,爆堆断面上测线与岩块边界相交获得的截线长度可认为是等体积球的弦长。

综上所述,体视概率计算法的基本观点是:假定爆堆中各等级岩块呈随机均匀分布,用等体积球直径近似岩块尺寸,将随机测线与岩块边界相交截出的线段视为等体积球的弦长,利用测线上不同尺寸的弦长数量密度推算不同等级岩块的空间数量密度,最终确定出各级岩块的体积含量。

1.2 球体弦长的概率分布

利用断面上随机测线所截得断面圆的弦长分布建立颗粒尺寸分布的方法最早是由Spektor提出的^[7],后来Cahn等人发展了数学分析解^[8]。

一个半径为 R 的球用一根随机测线 L_j 穿过所截得的弦长 l_j 的长短取决于这条弦离开球心的距离 d_j ,如图1所示,若用平行于 L_j 的测线穿过球体,当其投影点落在影线面积(πd_j^2)范围内时,截出的弦长 l 一定比 l_j 大。显然,随机测线截出弦长 l 在 $l_{j-1} \sim l_j$ 之间的概率为:

$$P(l_{j-1} \leq l \leq l_j) = (l_j^2 - l_{j-1}^2)/D^2 \quad (1)$$

式中 D —球体直径。

若弦长以等间距分组,组距 dl ,且当 $dl \rightarrow 0$ 时,由(1)式得到弦长的概率密度函数:

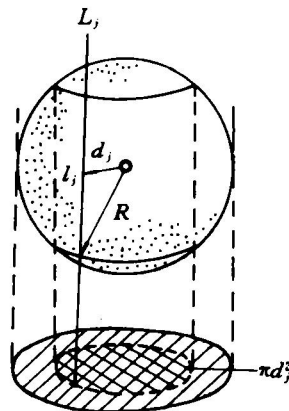


图1 弦长 l_j 与弦对球心距离 d_j 的关系

$$f(l) = \begin{cases} 2l/D^2 & l \leq D \\ 0 & l > D \end{cases} \quad (2)$$

(2)式给出了同块度级的岩块被随机测线截出的线段的尺寸分布。

1.3 球体空间数量密度与其弦长数量密度关系

在尺寸不同的球体系统中,随机测线和某一种尺寸(直径为 D)的球截出的所有弦长数量密度 $N_L(D)$ (单位测线长度上弦的个数)与这类球体的空间数量密度 $N_V(D)$ (单位体积内球的个数)有如下关系^[9]:

$$N_L(D) = N_V(D)\bar{A} \quad (3)$$

式中 $\bar{A}$ —球的投影面积, $\bar{A} = \pi D^2/4$ 。

由(2)、(3)两式得到直径为 D 的球体被随机测线穿过截得长度在 $l \sim l + dl$ 范围内的弦长数量密度 $N_L(l, D)$ 为:

$$N_L(l, D)dl = N_L(D)f(l)dl = N_V(D)\pi l dl/2 \quad (4)$$

对(4)式积分,得到随机测线穿过球体系统后获得尺寸在 $l \sim l + dl$ 范围的弦长数量密度:

$$N_L(l)dl = \frac{\pi}{2} l dl \int_l^\infty N_V(D)dD \quad (5)$$

这里,积分限取 $l \sim \infty$ 是由于只有直径 $D \geq l$ 的球才有可能被截出长度为 l 的弦。(5)式解决了随机测线穿过各种块度级岩块的概率问题。

(5)式中的积分项即是直径在 $l \sim \infty$ 范围

的所有球体的空间数量密度 $(N_V)_i^\infty$, 而 $N_L(l)$ 可近似表示为 $N_L(l)dl = (N_L)_i^{l \pm (\Delta/2)}$ 。右项为测线穿过球体系统获得长度在 $l - (\Delta/2) \sim l + (\Delta/2)$ 范围的弦长数量密度, $\Delta = dl$ 。当 Δ 值较小时, (5)式改写为:

$$(N_V)_i^\infty = [2(N_L)_i^{l \pm (\Delta/2)}]/(\pi l \Delta)$$

由此得到直径在 $l_1 \sim l_2$ 范围的球体空间数量密度:

$$(N_V)_{l_1}^{l_2} = (N_V)_{l_1}^\infty - (N_V)_{l_2}^\infty = \frac{2}{\pi \Delta} [(N_L)_{l_1}^{l_1 \pm (\Delta/2)}/l_1 - (N_L)_{l_2}^{l_2 \pm (\Delta/2)}/l_2] \quad (6)$$

若把球体按大小分为 t 组, 组距 $\Delta = D_{\max}/t$, 第 i 组球直径的名义尺寸为 $i\Delta$, 其尺寸范围为 $(i-1/2)\Delta \sim (i+1/2)\Delta$ 。断面上的弦长也分为 t 组, 因最大弦长只能是 $D_{\max}$, 所以, 组距也为 Δ 。第 j 组弦长的尺寸范围为 $(j-1)\Delta \sim j\Delta$, 从而得到第 i 组球的空间数量密度:

$$N_V(i) = (N_V)_{i\Delta}^{i\Delta \pm (\Delta/2)} = \frac{2}{\pi \Delta} \left[\frac{(N_L)_{(i-1)\Delta}^{i\Delta}}{(i-1/2)\Delta} - \frac{(N_L)_{i\Delta}^{(i+1)\Delta}}{(i+1/2)\Delta} \right] \quad (7)$$

其中 $(N_L)_{(i-1)\Delta}^{i\Delta}$ 和 $(N_L)_{i\Delta}^{(i+1)\Delta}$ 正好是测线上第 $j=i$ 及 $j=i+1$ 组弦长的数量密度 $N_L(i)$ 和 $N_L(i+1)$, 则(7)式可写为:

$$N_V(i) = \frac{4}{\pi \Delta^2} \left[\frac{N_L(i)}{2i-1} - \frac{N_L(i+1)}{2i+1} \right] \quad (8)$$

(8)式建立了球体空间数量密度与其弦长数量密度的关系。当 $N_V(i)$ 的计算值为负时, 表明该组级内的球体数为零, 即 $N_V(i) = 0$ 。

1.4 爆堆块度组成的计算方法

若将爆堆块度按前述方法分为 t 组, 组距 $\Delta = x_m/t$ (x_m 为最大块度), 第 i 级的名义尺寸 $x_i = i\Delta$ 。测线上的线段也相应地分为 t 级。设爆堆体积为 V_0 , 则爆堆中岩块的总体积 $V = \sum_{i=1}^t C_V x_i^3 [V_0 N_V(i)]$, 块度小于或等于 x_k (第 k 级) 的岩块体积 $V_k = \sum_{i=1}^k C_V x_i^3 [V_0 N(i)]$, 这里, C_V 为岩块的体积形状系数(常数), $k = 1 \sim t$ 。

块度分布式则由下式给出:

$$y_k = V_k/V = \frac{\sum_{i=1}^k [i^3 N_V(i)]}{\sum_{i=1}^t [i^3 N_V(i)]} \quad (9)$$

将(8)式代入(9)式得:

$$y_k = \frac{\sum_{i=1}^k \{i^3 [N_L(i)/(2i-1) - N_L(i+1)/(2i+1)]\}}{\sum_{i=1}^t \{i^3 [N_L(i)/(2i-1) - N_L(i+1)/(2i+1)]\}} \quad (10)$$

(10)式即是体视概率计算法测定爆堆块度组成的计算公式。

体视概率计算法的取样方式与线段法相同, 但在按所截出的线段分级后不是计算各块度级内的线段长度和, 而是统计其线段数, 求出各级内单位测线长度的线段数 $N_L(i)$, 再用(10)式计算块度分布。

2 体视概率计算法的级配验证

为验证体视概率计算法测定块度组成的可靠性和准确度, 我们用 $5 \sim 50$ mm的石灰岩碎块进行了室内级配试验。试验分为同块度级和不同级配两种方式, 前者考察该方法是否引起“小化”和产生“小化”的大小, 后者考察其测定块度组成的准确度和误差范围, 并与线段法的测定结果对比分析。

各次试验均采用上、中两层垂直拍照方式取样, 以保证所取样本具有代表性, 图2是级配试验的取样照片。以通用的CAD软件作支持, 用数字化仪和微机相联处理照片, 将测线与岩块相交截出的线段数字化后存入计算机, 并经我们按前述原理编制的体视概率计算法程序计算出各组试验的测定结果。

2.1 同块度级试验的测定结果与分析

分别以A组(20~30 mm)、B组(40~50 mm)和C组(30~40 mm)三个组别进行同块度级试验, 且各组又分三次测定(各次拍照取样前均重新搅拌混合)。表1列出了同块度级试验的测定计算结果。

从表1可知, 体视概率计算法将某块度级

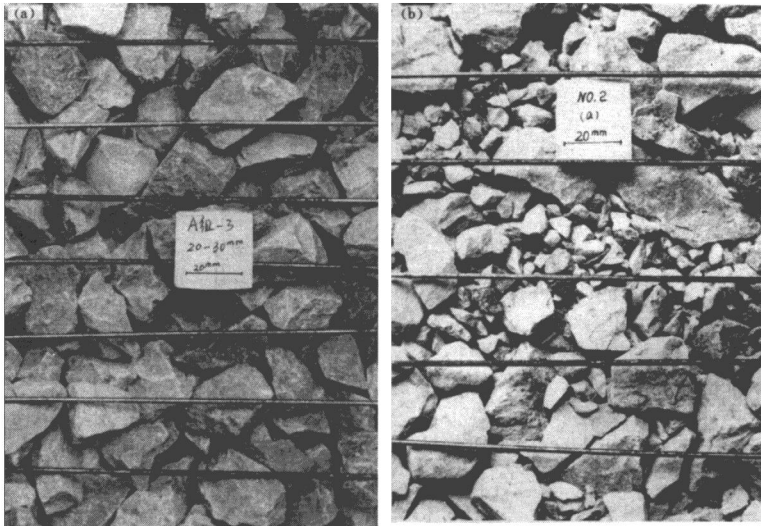


图2 级配试验的取样照片
(a)——同块度级试验的取样照片；(b)——不同级配试验的取样照片

岩块含量降为次级岩块的误差在1.52%~17.40%之间,且A、B、C三组各自的测定平均误差依次为6.93%、7.10%、11.98%,而线段法的相应数值分别为47.60%~73.90%、48.97%、71.55%和57.11%。由此可知,体视概率计算法引起的“小化”量比线段法小得多,它产生的测定误差还不及线段法的五分之一。

通过计算这九次试验的总体平均测定误差可知,体视概率计算法为8.67%,线段法为59.21%,表明在测定块度组成时,用体视概率计算法能获得比较准确、可靠的结果。

2.2 级配试验的测定结果与分析

不同级配的块度测定试验分五组进行,各组又分别作a、b两次测定。表2列出了五组共十次级配试验的测定结果及其误差分析。表中数据说明,用体视概率计算法测得的各块度级

含量与筛分含量都很接近,各次试验造成的绝对误差均值小于5.26%(其中有七次的绝对误差均值不大于3%),在大块度级部分未出现“小化”现象。与之相反,线段法产生的绝对误差均值高达9.11%,在大块度级部分“小化”现象严重。图3是第5组试验中a次测定出的各块度级百分含量直方图,图中明显反映出体视概率计算法测得的结果比线段法更精确。

若取置信水平 $\alpha = 0.1$,临界值 $\chi^2_{0.1}(\alpha) = 4.605$,对比表2中 χ^2 值知,用线段法测定的 χ^2 值均大于4.605,而体视概率计算法的 χ^2 值除第1组中的b次试验外都小于4.605,表明用体视概率计算法测得的块度组成是可信的。

分析五组级配试验的累积分布发现,体视概率计算法测定出的各块度级筛下累积曲线与原级配曲线十分吻合,其误差大大小于线段法,尤其是在大块度级部分产生的误差比线段

表 1 同块度级试验的测定计算结果

组别	测定方法	各块度级含量 / %					误差
		< 10	10 ~ 20	20 ~ 30	30 ~ 40	40 ~ 50	
A-1	体视法		10.14	89.86			10.14
	线段法	5.14	42.90	51.97			48.03
A-2	体视法		1.52	98.48			1.52
	线段法	3.28	44.32	52.40			47.60
A-3	体视法		9.12	90.88			9.12
	线段法	5.89	45.39	48.72			51.28
B-1	体视法			4.27		95.73	4.27
	线段法	0.46	9.41	21.26	37.28	31.60	68.40
B-2	体视法		2.13	2.63	0.94	94.31	5.69
	线段法	1.73	8.63	24.68	38.85	26.10	73.90
B-3	体视法			2.90	8.44	88.65	11.35
	线段法	0.83	10.69	27.81	33.00	27.66	72.34
C-1	体视法		0.83	10.27	88.90		11.10
	线段法	2.43	15.01	40.54	42.02		57.98
C-2	体视法		4.32	13.07	82.60		17.40
	线段法	2.94	16.88	37.46	42.72		57.28
C-3	体视法		3.02	4.37	92.56		7.44
	线段法	1.72	18.66	35.70	43.92		56.08

表 2 级配试验的测定结果及其误差分析

组别	序号	测定方法	块度 / mm					绝对误差均值	χ^2
			< 10	10 ~ 20	20 ~ 30	30 ~ 40	40 ~ 50		
1		筛分	32.41	20.25	17.28	15.60	14.46		
	1a	体视法	23.12	20.47	21.22	18.10	17.09	3.18	4.443
	1a	线段法	29.66	25.01	25.53	13.95	5.85	5.21	10.592
	1b	体视法	22.23	26.67	14.28	16.93	19.89	5.26	7.869
	1b	线段法	31.69	23.66	21.22	17.63	5.80	3.75	6.939
2		筛分	27.59	20.45	18.41	17.20	16.35		
	2a	体视法	24.43	20.36	21.09	16.04	18.08	1.76	1.014
	2a	线段法	29.60	26.79	21.01	12.53	10.07	4.38	6.160
	2b	体视法	23.88	24.04	19.53	18.60	13.95	2.44	1.664
	1b	线段法	32.05	28.23	22.97	11.71	5.04	6.72	14.386
3		筛分	23.49	20.35	19.30	18.67	18.19		
	3a	体视法	17.67	21.82	20.93	20.37	19.21	2.39	1.953
	3a	线段法	26.59	29.35	23.46	13.61	6.99	6.50	12.303
	3b	体视法	17.12	21.28	20.91	18.61	22.08	2.57	2.736
	3b	线段法	26.12	28.15	22.68	16.42	6.63	5.52	11.494
4		筛分	17.03	19.47	20.51	21.22	21.77		
	4a	体视法	15.43	26.43	19.10	19.49	19.55	2.78	3.103
	4a	线段法	25.05	27.99	23.67	15.24	8.05	7.88	18.274
	4b	体视法	15.08	23.27	20.34	18.95	22.36	1.76	1.225
	4b	线段法	24.47	28.00	23.45	16.67	7.41	7.56	16.857
5		筛分	12.34	18.05	21.09	23.34	25.18		
	5a	体视法	11.26	22.37	21.88	18.58	25.91	2.34	2.209
	5a	线段法	20.49	28.92	24.85	17.80	7.94	9.11	25.718
	5b	体视法	8.99	23.22	25.13	17.93	24.73	3.68	4.426
	5b	线段法	18.56	29.05	25.52	15.74	11.13	8.66	21.084

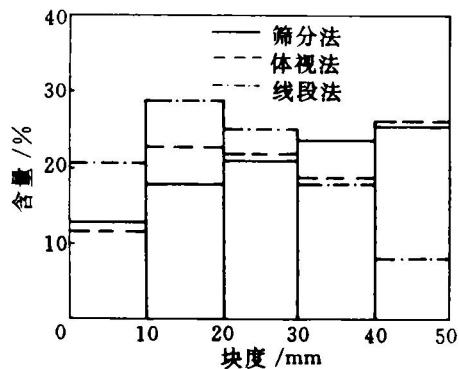


图 3 No. 5a 次试验的各块度级含量直方图

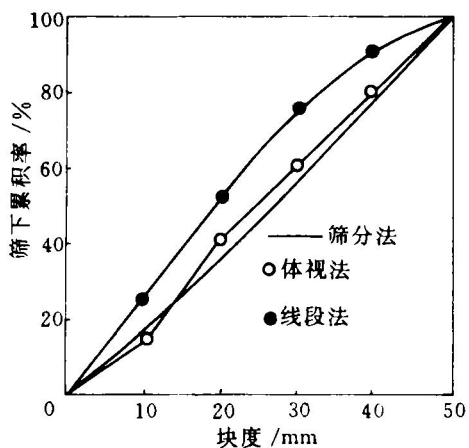


图 4 No. 4a 次试验的累积分布

法小得多,如图 4 所示。此外,同一组级配试验的两次测定结果都基本相同,反映出用体视概率算法测得的块度组成具有较高稳定性。

同块度级和不同级配试验结果都证实,用体视概率算法测定块度组成具有较高的精度和可信度。另一方面,由于此方法获取线段样本十分简便,能利用数字化仪、图像分析仪和计算机等先进技术处理样本照片与计算,且基本上避免了“小化”的产生。因此,体视概率算法很适用于科研和生产部门进行爆堆块度的测定计算。

3 结论

(1) 爆堆表(断)面上随机测线与岩块边界相交截出的某一尺寸的线段数量都是大于该尺寸的岩块所作的贡献,且截出的所有线段的尺寸分布与爆堆岩块的尺寸分布之间存在一定的概率关系。

(2) 级配试验结果表明,体视概率算法基本上避免了“小化”的产生。九次同块度级试验产生的测定误差均值为 8.67%,远小于传统的线段法产生的测定误差均值(59.12%)。十次不同级配试验中,用体视概率算法测得的块度组成与筛分值很接近,各级含量的绝对误差均值小于 5.26%。 χ^2 检验结果证实,其测定值能被筛分值所接受。

(3) 用体视概率算法测定爆堆块度不仅理论上可行、测定结果准确可靠,而且纠正了长期以来人们在爆堆块度测定研究中仅以表(断)面上岩块的截线长度分布或面积分布作为整体块度分布的不当做法,为爆堆块度的测定计算开辟了一条新途径。

参考文献

- 1 曾世奇. 有色金属, 1988, 40(2): 22-29.
- 2 Carlsson O *et al.* 见: 长沙岩石力学工程技术咨询公司编译, 第一届爆破破岩国际会议论文集, 1985, 195-202.
- 3 阿斯韦金等. 国外金属矿采矿, 1987, (11): 52-56.
- 4 邹定祥. 爆破, 1988, (1): 5-11.
- 5 张继春. 东北大学博士学位论文, 1993, 64-70.
- 6 李悦坤等. 中国有色金属学报, 1992, 2(4): 6-9.
- 7 Spektor A G. Zav Lab, 1950, (16): 173.
- 8 Cahn J W, Eullman R L. Trans AIME, 1956, (206): 610.
- 9 余永宁等编著. 体视学. 北京: 冶金工业出版社, 1989, 80.

(编辑 何学锋)