

撞击回弹问题的理论研究^①

杨襄壁 刘德顺 胡均平

(中南工业大学机电工程学院, 长沙 410083)

摘 要 回弹问题对于以撞击方式传递能量的冲击机械系统的运行和设计具有重要意义。应用波动力学理论, 综合分析了一般冲击机械系统的回弹问题, 并建立了等波阻冲击系统的回弹判据和回弹速度计算公式。

关键词 撞击 回弹 波动力学

当冲击式凿岩机和打桩机等冲击机械工作时, 冲锤撞击静止的钎杆或桩, 钎杆或桩又撞击岩石, 使之破坏。撞击结束后, 冲锤和钎杆或桩都可能发生撞击回弹。撞击回弹对冲击机械冲击系统的工作效率^[1]和结构设计^[2, 3]有着重要影响。因此, 系统研究冲击机械冲击系统的回弹问题具有重要意义。

Newton 发现两个物体发生碰撞时, 碰撞前后其相对速度大小的比值是不变的, 该比值称为恢复系数。在六十年代前, Newton 碰撞理论一直是冲击机械设计计算的主要理论依据, 即使在八十年代, 打桩机的参数仍基于该理论。必须指出: Newton 碰撞理论的研究对象只是一对相撞的物体, 且将它们视为质点。但是, 在冲击机械系统中, 相撞击的部件, 如活塞、钎杆和桩等, 在撞击方向的尺寸(即轴向尺寸)比横向尺寸大得多, 而且部件相撞时, 还涉及工作对象, 即岩土。所以, 直接应用恢复系数来计算回弹速度显然是不合适的。美国著名力学家 Terzaghi K 曾指出: Newton 自己就曾“反对将他的理论应用于涉及诸如锤击产生的冲击问题”。撞击实质上是一个应力波产生和传播过程, 撞击回弹的研究必须应用波动力学理论, 包括系统中诸元件的回弹, 本文重点研究冲锤与杆撞击后的回弹。

假定冲击系统的轴向尺寸足够大, 其横向

变形可忽略不计, 各截面运动可以采用一维波动方程描述。在冲击系统中, 撞击体较短, 称之为冲锤, 如凿岩机和碎石器中的活塞、打桩机中的锤等; 被撞击体较长, 称之为杆, 如钎杆和桩(见图1)。为便于分析, 定义回弹系数为冲锤撞击后的平均回弹速度与撞击速度之比^[4], 即

$$e = v_e / v_0$$

式中 e —回弹系数; v_e —回弹速度, m/s;
 v_0 —撞击速度, m/s。

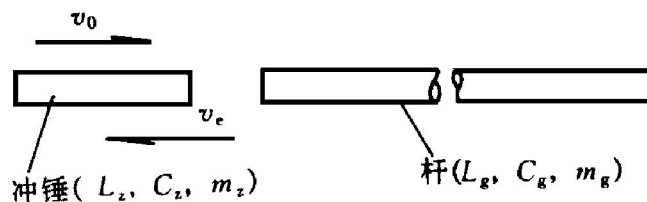


图1 冲锤与杆撞击

1 冲锤与杆撞击回弹的定性分析

冲锤以 v_0 的速度撞击静止杆。在冲锤与杆的撞击界面分别向锤和杆传出两道压缩波^[5], 并将在锤和杆的非撞击端发生反射。锤的非撞击端为自由端, 杆的非撞击端分别设定为自由端和固定端两种情况。设冲锤与杆的长度、材料的纵波速度和波阻分别为 L_z 、 C_z 、 m_z

① 收稿日期: 1995-10-05; 修回日期: 1996-03-06 杨襄壁, 男, 62岁, 教授, 博士生导师

和 L_g 、 C_g 、 m_g ，且 $L_g/C_g > L_z/C_z$ 。以下讨论冲锤与杆波阻不同的三种情况。

1.1 等波阻冲锤与杆撞击

压缩波在冲锤自由端反射后，由于冲锤与杆的波阻相同，即 $m_z = m_g$ ，反射波将全部透过撞击界面。当时间 $t = 2L_z/C_z$ 时，冲锤中的应力 $\sigma_1 = 0$ ，速度 $v_1 = 0$ ，在杆中向杆的非撞击端传播着脉冲持续时间 $\tau = 2L_z/C_z$ 的应力波。

当杆的非撞击端为自由端时，压缩波反射成拉伸波，此波抵达撞击界面时，将使杆与冲锤脱离接触。因此，冲锤不可能出现回弹，即 $v_e = 0$ ， $e = 0$ ；当杆的非撞击端为固定端时，压缩波反射成大小完全相同的压缩波，波抵达撞击界面时，将全部透射进冲锤，然后又在冲锤的自由端反射，冲锤中应力 $\sigma_1 = 0$ ，速度 $v_1 = v_0$ 。所以，在该情况，冲锤的回弹速度 $v_e = v_0$ ， $e = 1$ 。

1.2 软锤撞击硬杆

冲锤中的压缩波在自由端反射后，应力降到零，即 $\sigma_1 = 0$ ；速度 $v_1 = (m_z - m_g)v_0/(m_z + m_g)$ 。由于冲锤比杆软，即 $m_z < m_g$ ，故冲锤速度 v_1 必将为负值。因此，当时间 $t = 2L_z/C_z$ 时，冲锤就将发生回弹，与杆的端面条件无关；而且其回弹速度只取决于冲锤与杆的波阻，也与杆的端面条件无关。回弹速度 $v_e = (m_z - m_g)v_0/(m_z + m_g)$ ， $e = (m_z - m_g)/(m_z + m_g)$ 。

当杆的非撞击端为自由端时，压缩波反射成拉伸波，该波使杆的撞击界面朝与冲锤分离的方向运动。所以，杆与冲锤不可能重新接触；当杆的非撞击端为固定端时，压缩波反射后仍为压缩波，该压缩波将使杆的撞击界面朝与冲锤重新接触的方向运动。

对于诸如凿岩机和打桩机这样的撞击系统，其冲锤之波阻一般不小于杆之波阻，故理论上不会发生这种回弹现象。

1.3 硬锤撞击软杆

冲锤中的压缩波经自由端反射后，其应力

$\sigma_1 = 0$ ，速度 $v_1 = (m_z - m_g)v_0/(m_z + m_g)$ 。因为 $m_z > m_g$ ，所以，当 $t = 2L_z/C_z$ 时，冲锤将以 v_1 的速度继续撞击杆。每经过 $\tau = 2L_z/C_z$ 时间，撞击界面处的速度及其产生的应力都将阶梯式地下降，杆中将传播一个阶梯状的压缩波。

当杆的非撞击端为自由端时，冲锤不可能回弹；该端为固定端时，压缩波将反射成大小相等的压缩波。此反射波抵达撞击界面时，前一部分 ($\tau = 2L_z/C_z$) 将部分地透射到冲锤中，并在冲锤的自由端反射，冲锤回弹将发生在 $t > 2L_g/C_g$ 的时刻。其回弹速度取决于冲锤与杆的波阻和长度等， $0 < v_e < v_0$ 。

由于无论是凿岩机还是打桩机，其杆端实际条件介于自由端与固定端之间，因此，冲锤是否回弹以及回弹速度之大小取决于冲击系统元件的动态特性及其具体的工作对象和条件。

2 冲击系统回弹速度的定量分析

为了便于获得冲击系统回弹速度的解析解，假定：(1) 冲击系统中的冲锤与杆的波阻相同，即撞击产生的应力波是一个矩形波。矩形波是冲击系统的较理想波形；(2) 杆的长度较冲锤长度大得多，并只考虑工作端第一次反射波对冲锤回弹的影响；(3) 工作端边界条件包括加载和卸载两个阶段，加载刚度设为 K ，卸载刚度设为 $\alpha \cdot K$ 。 α 称为卸载系数， $1 \leq \alpha < \infty$ 。大量实验结果一致表明^[1]：实际冲击凿入系统的钎头作用力与侵深基本符合线性关系。边界条件如图2所示，它也可以表为如下函数形式

$$R = \begin{cases} Kx & \text{加载} \quad (1a) \\ R_{\max} - \alpha K(x_{\max} - x) & \text{卸载} \quad (1b) \end{cases}$$

式中 R —作用力，N； x —位移，m； K —加载刚度，N/m； $R_{\max}$ ， $x_{\max}$ —最大作用力及相应的位移。

2.1 反射波函数

等波阻冲锤与杆撞击将产生持续时间为 τ

$= 2L_z/C_z$ 的矩形波^[5], 如图 3(a) 所示。作为第一个入射波将在工作端发生反射。此时必须满足边界条件式(1a) 和(1b), 同时还必须满足波动方程:

$$P + Q = R \quad (2)$$

$$\frac{1}{m}(P - Q) = \frac{dx}{dt} \quad (3)$$

式中 P 、 Q 分别为入射波和反射波, N , 以压力为正; m 一杆或冲锤的波阻, $N \cdot s/m$ 。它又可以表示为:

$$m = A\rho C$$

式中 A 一杆或冲锤截面积, m^2 ; ρ 一杆或冲锤的密度, $\rho_z = \rho_g = \rho$, kg/m^3 ; C 一杆或冲锤的纵波速度, $C_z = C_g = C$, m/s 。

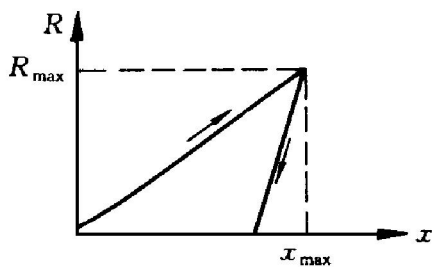


图2 工作端特性

这样, 可以分别得到加载段和卸载段的方程组为:

加载

$$\begin{cases} P + Q = R \\ \frac{1}{m}(P - Q) = \frac{dx}{dt} \\ R = Kx \\ t = 0, R = 0 \end{cases} \quad (4)$$

卸载

$$\begin{cases} P + Q = R \\ \frac{1}{m}(P - Q) = \frac{dx}{dt} \\ R = R_{\max} - \alpha K(x_{\max} - x) \\ t = \tau, R = R_{\max} = Kx_{\max} \end{cases} \quad (5)$$

等波阻撞击产生的入射波可表示为:

$$P = \begin{cases} \frac{1}{2}mv_0 & 0 < t \leq \tau \\ 0 & t > \tau \end{cases} \quad (6)$$

代入方程组(4) 和(5) 就可求得反射波为:

$$Q = \begin{cases} \frac{1}{2}mv_0(1 - 2e^{-\beta t}) & 0 < t \leq \tau \\ mv_0(1 - e^{-2/\gamma})e^{-\alpha\beta(t-\tau)} & t > \tau \end{cases} \quad (7)$$

式中 $\beta = K/m$; $\gamma = 2/\beta \cdot \tau = \frac{m^2}{K \cdot M_z}$, 其中, M_z 一冲锤的质量, kg 。反射波波形见图 3(b)。

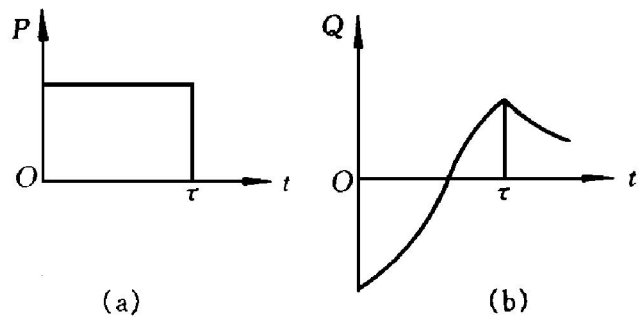


图3 入射波与反射波波形

由图可见, 反射波包含拉伸波和压缩波两部分, 其转折点 $t^* = \ln 2/\beta$ 。

2.2 回弹判据

反射波从工作端经 L_g/C 时间后抵达撞击界面, 因为反射波前部分为拉伸波, 在此波的作用下, 杆将与冲锤暂时分离, 此时杆的撞击端成为自由面。当入射波后部分的压缩波到达时, 杆的撞击界面又将朝与冲锤重新接触的方向运动。只有当杆与冲锤重新接触, 杆中的反射波才可能透射到冲锤, 从而使冲锤发生回弹。所以, 产生回弹的必要充分条件是反射波使杆撞击界面产生的总位移大于零。考虑到此时杆撞击界面为自由面, 故回弹判据为:

$$u = \frac{2}{m} \int_0^\infty Q dt > 0 \quad (8)$$

将式(7) 代入式(8) 积分后可得回弹判据为:

$$2/\gamma + 2(1 - 1/\alpha)(e^{-2/\gamma} - 1) > 0 \quad (9)$$

当冲击系统参数 γ , α 满足上式时, 冲锤将发生回弹; 否则, 只会出现冲锤与杆暂时分离, 而不回弹。

2.3 接触时间

由上分析可知, 杆与冲锤的重新接触时间 T 可由下式确定:

$$\frac{2}{m} \int_0^T Q dt = 0 \quad (10)$$

如果撞击系统参数 γ 合适, 使

$$\frac{2}{m} \int_0^{\tau} Q dt \geq 0 \quad (11)$$

成立, 那么必然存在 $0 < T \leq \tau$ 使

$$\frac{2}{m} \int_0^T Q dt = 0 \quad (12)$$

将式(7) 代入式(11) 和(12) 可求得 $\gamma \leq 1.25$ 时, $0 < T \leq \tau$, $T = 1.6/\beta$ 。

当 $\gamma > 1.25$ 时, $T > \tau$, 将式(7) 代入式(10) 可求得:

$$T = \frac{-1}{\alpha\beta} \ln \left(\frac{e^{-2\alpha/\gamma}}{2(e^{-2/\gamma} - 1)} (2(e^{-2/\gamma} - 1) \cdot (1 - \alpha) - 2\alpha/\gamma) \right) \quad (13)$$

2.4 回弹系数

杆与冲锤重新接触后, 反射波中的压缩波之后部分($t > T$) 将透射到冲锤中, 经 L_z/C 时间后在冲锤自由端反射, 又经 L_z/C 时间冲锤将与杆重新分离, 冲锤与杆分离后, 由于应力波在冲锤的两端不断来回反射而使冲锤产生一复合运动。其平均回弹速度根据动量守恒定律计算, 即

$$M_z v_e = \int_T^{T+\tau} Q dt \quad (14)$$

由此式得:

$$v_e = \frac{1}{M_z} \int_T^{T+\tau} Q dt \quad (15)$$

当 $\gamma \leq 1.25$ 时, $T \leq \tau$

$$\begin{aligned} v_e &= \frac{1}{M_z} \left[\int_T^{\tau} \frac{1}{2} m v_0 (1 - 2e^{-2/\gamma}) dt + \int_{\tau}^{T+\tau} m v_0 (1 - e^{-2/\gamma}) e^{-\alpha\beta(t-\tau)} dt \right] \\ &= \frac{v_0 \cdot \gamma}{2\alpha} \left[(\tau - T) \beta \alpha + 4\alpha(e^{-2/\gamma} - e^{-\beta\tau}) + 2(1 - e^{-2/\gamma})(1 - e^{-\alpha\beta\tau}) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

故回弹系数为:

$$e = \frac{\gamma}{2\alpha} \left[(\tau - T) \beta \alpha + 4\alpha(e^{-2/\gamma} - e^{-\beta\tau}) + 2(1 - e^{-2/\gamma})(1 - e^{-\alpha\beta\tau}) \right] \quad (17)$$

当 $\gamma > 1.25$ 时, $T > \tau$

$$\begin{aligned} v_e &= \frac{1}{M_z} \int_T^{T+\tau} m v_0 (1 - e^{-2/\gamma}) e^{-\alpha\beta(t-\tau)} dt \\ &= \frac{\gamma v_0}{2\alpha} (e^{-2\alpha/\gamma} - 1) [2(e^{-2/\gamma} - 1) \cdot \end{aligned}$$

$$(1 - \alpha) - 2\alpha/\gamma] \quad (18)$$

故回弹系数为:

$$e = \frac{\gamma}{2\alpha} (e^{-2\alpha/\gamma} - 1) \cdot [2(e^{-2/\gamma} - 1)(1 - \alpha) - 2\alpha/\gamma] \quad (19)$$

3 讨论

综合以上分析和所导公式, 可得如图4所示结果。图4(a) 是回弹状态图, 图4(b) 是回弹系数图。从图可见:

(1) 冲锤的回弹状态和回弹速度与冲锤、钎杆和岩石的特性有关, 其影响是相互关联的。无量纲系数 $\gamma = m^2/(M_z K)$ 就是表征这种关联的特征量, γ 值越大, 回弹速度越小, 有时甚至不发生回弹; γ 值越小, 回弹速度越大; 当 $\gamma \rightarrow 0$ 时, 回弹速度接近于撞击速度。这表明: 对一定的岩石, 冲锤越短, 其质量越小, 或者钎杆截面积越大, 其波阻越大, 冲锤回弹速度就越小; 相反, 活塞越长, 钎杆越细, 活塞回弹速度就越大。

(2) 岩石的加载和卸载特性都影响着冲锤的回弹状态和回弹速度。当凿岩机具一定时, 岩石越软, K 越小, γ 就越大, 回弹速度就越小, 有时甚至不发生回弹。凿岩机工作时, 当钎具遇到了空穴, 工作端相当于自由端, 冲锤就不会回弹; 岩石越硬, γ 越小, 回弹速度越大; 当 $K \rightarrow \infty$ 时, 工作端相当于刚性壁, 回弹速度就接近于撞击速度。岩石卸载刚度越小, 回弹速度越大。当 $\alpha = 1$ 时, 工作端相当于一个刚度为 K 的弹簧, 此时, 无论凿岩机具的特性如何, 冲锤都将发生回弹。岩石卸载刚度越大, 回弹速度就越小, 当 $\gamma < 1.25$ 时, 不论岩石的卸载特性如何, 冲锤都将发生回弹。

(3) 理论和实验结果都已表明^[1, 6]: 较理想的冲击机械系统的特征量应在 $1 \leq \gamma \leq 2$ 范围内, 岩石的卸载系数一般在 4~8 之间, 由此可以推论, 其冲锤的回弹系数将在 0~0.28 范围之内。如果依照 Newton 碰撞定律, 钢与钢碰撞的回弹系数可达 0.56。显然, 在冲击机械

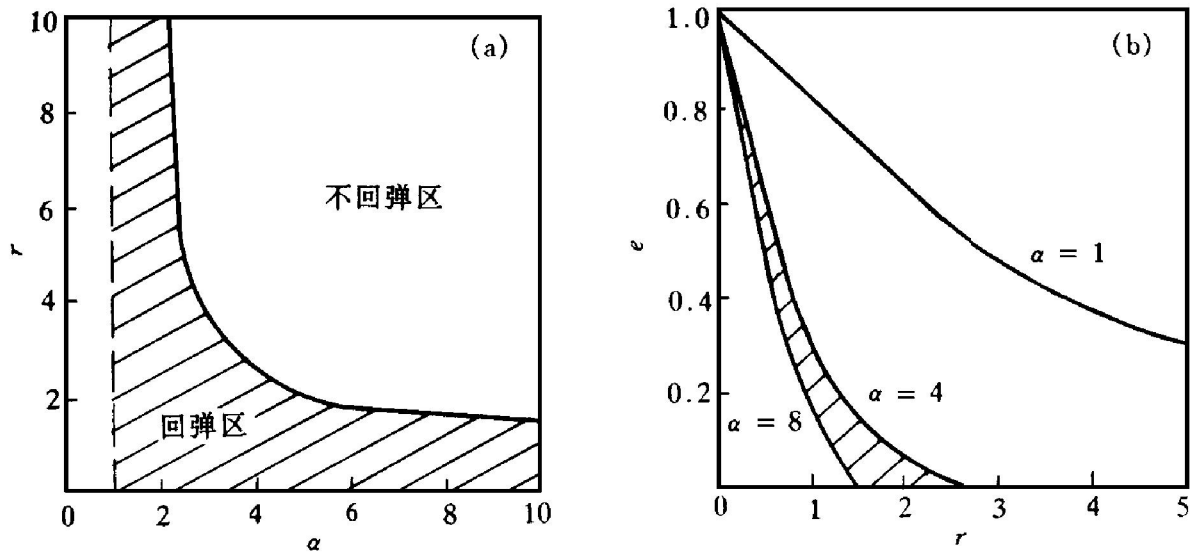


图4 冲锤回弹状态和回弹系数

系统的设计中, 应从冲击机械系统的参数和工作对象来全面考察回弹问题, 而不宜按恢复系数来进行处理。

锤的回弹速度将在 $0 \sim 0.28 v_0$ 范围内。

参考文献

4 结论

(1) 冲击系统的冲锤的回弹状况和回弹速度取决于系统特征量 $\gamma = m^2 / (M_z K)$ 和岩石卸载系数 α 。

(2) 冲击机械冲击系统的冲锤发生回弹的充分条件是 $\alpha = 1$ 或 $\gamma \leq 1.25$ 。

(3) 当冲击系统按 $1 \leq \gamma \leq 2$ 设计时, 其冲

- 1 徐小荷. 冲击凿岩的理论基础与电算方法. 沈阳: 东北工学院出版社, 1986: 121- 129.
- 2 孟遂民. 矿山机械, 1992, 1: 19- 22.
- 3 哈尔滨建筑工程学院等编. 混凝土机械和桩工机械. 北京: 中国建筑工业出版社, 1982: 158- 170.
- 4 Lundberg B. Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr, 1985, 22(4): 237- 249.
- 5 马晓青. 冲击动力学. 北京: 北京理工大学出版社, 1992.
- 6 刘德顺, 杨襄璧. 湘潭矿业学院学报, 1994, 9(4): 4- 6.

THEORETICAL STUDIES ON REBOUND PROBLEM OF IMPACT

Yang Xiangbi, Liu Deshun, Hu Junping

College of Mechanical and Electrical Engineering,
Central South University of Technology, Changsha 410083

ABSTRACT The problem of impact rebound is of great significance for the motion and design of mechanical system which transmits energy by impact. Using wave theory, the rebound problem of impact mechanical system has been comprehensively analysed, and the rebound criterion of equal resistance impact system and the calculating formulae of rebound velocity have been established.

Key words impact rebound wave mechanics

(编辑 李克敌)