

连续介质流变理论及其在 岩层下沉动态过程中的应用^①

麻凤海 王泳嘉
(东北大学采矿系, 沈阳 110006)

范学理
(阜新矿业学院, 阜新 123000)

摘 要 将连续介质力学理论与流变力学原理统一起来, 研究了地表下沉的动态变化过程, 并引用薄板弯曲的工程理论, 建立了一个岩体实际层状分布的计算模型。此外还在考虑岩体流变特性的同时, 进一步探讨了近水平煤层开采引起地表下沉的动态分布规律。

关键词 粘弹 地表下沉 薄板弯曲

岩层与地表下沉是岩石力学领域所研究的重大课题之一, 对于解决矿山建筑物下, 铁路下和水体下(简称“三下”)开采具有重要的实际意义。近些年, 许多学者研究了矿体开采后地表下沉的计算方法, 其中比较成熟的且普遍应用的是随机介质理论中的概率积分法, 但该方法在涉及岩体力学性质时受到限制。另一比较重要的方法是采用连续介质力学的解析法, 该方法具有两方面的优点: 首先, 由于是从力学机理上来研究的, 故获得的结果具有普遍意义, 并能够说明各岩层的力学特性对地表下沉的影响情况; 其次, 可获得地表以下各岩层的变形及应力分布规律。但由于岩体介质十分复杂, 目前采用基于连续介质力学的解析方法进行研究仅得到很少的成果, 特别是对于空间开挖问题, 公开发表的资料更为少见。另外从现场实际观测也可看出, 一方面由于开采推进引起下沉; 另一方面即使停采, 岩体也会发生缓慢移动, 明显地存在着流变特性。

因此将弹性理论与流变力学中的粘弹特性有机地结合起来, 研究地表下沉的动态发展过程, 对于解决矿山建构筑物下开采问题有着重要的实际意义和学术意义。

1 地表下沉计算模型

1.1 地表下沉力学模式选择

在弹塑性力学中, 所谓薄板实际上指其厚度与板面的最小尺寸之比大约在 $1/100 \sim 1/5$ 之间的板。对于岩石材料, 其最大特点是抗拉强度远小于抗剪强度和抗压强度, 因而岩石的强度基本由其单轴抗拉强度所控制, 最大拉应力是引起岩体破坏的主要原因。对于脆性较大的岩石, 更具有此特性, 故将岩板定义为薄板的几何条件是满足的。此外, 由于岩板是脆性材料, 其挠度必然远小于煤层的开采厚度, 而岩板自身厚度又往往大于煤层开采厚度, 故岩板挠度必然远小于其厚度, 这符合薄板弯曲小挠度理论的前提条件, 因此, 岩层模型选择薄板力学模式是合适的。

1.2 薄板挠曲偏微分方程

设薄板的挠度为 $W(x, y, z)$, 在 Z (纵) 方向加压力 p 时, 在各向同性介质条件下, 板弯曲的

① 收稿日期: 1995-07-11; 修回日期: 1996-06-28 麻凤海, 男, 31岁, 副教授, 博士

平衡微分方程为:

$$D \cdot \nabla^4 W(x, y, z) = p(x, y) \quad (1)$$

式中 ∇^4 为微分双调和算子, D 为薄板弯曲刚度, 且有

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$$

式中 E — 弹性模量, μ — 泊松比, h — 单层薄板的厚度, $p(x, y)$ — 纵向力。

1.3 地表下沉微分方程

根据薄板弯曲的平衡公式, 将岩体各分层看成复合层板组合而成, 根据图 1 所建的模型及坐标系, 地表下沉的基本微分方程可写成

$$D \cdot \nabla^4 W(x, y, z) + p(x, y) = 0 \quad (2)$$

根据文献[2]及[4]的研究(限于篇幅此处未给详细推导)。

对于从地表到任一层岩层有

$$\frac{h^2}{12(1-\mu^2)} \cdot \nabla^4 W + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} = 0 \quad (3)$$

$$\text{令 } \lambda^2 = \frac{h^2}{12(1-\mu^2)}$$

$$\text{则有 } \lambda^2 \cdot \nabla^4 W + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} = 0 \quad (4)$$

式(4)即为地表下沉的基本微分方程。

1.4 微分方程的理论解

1.4.1 来压步距开采地表下沉

所谓来压步距开采就是刚好使地表产生移动的开采, 而任意其它开采均可由来压步距开采相迭加而得出。

对于来压步距开采的解, 可以方便地利用 Dirac delta 函数求解, 定解问题为:

$$\left. \begin{aligned} \lambda^2 \cdot \nabla^4 W_e + \frac{\partial^2 W_e}{\partial Z^2} &= 0 \\ W_{e|Z=0} &= \delta(x, y) \text{ 边界条件} \end{aligned} \right\} \quad \text{在各} \quad (5)$$

式中 $\delta(x, y)$ 为 Dirac delta 函数, 用来表示单位的集中扰动, $\delta(x, y)$ 的富氏变换为 1。

将 $W_e(x, y, z)$ 关于 $W_e(x, y)$ 用频谱分析法, 作二重傅里叶积分变换, 解关于 $\tilde{W}_e$ 的常微分方程得:

$$\begin{aligned} W_e(x, y, z) &= \frac{1}{8\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{W}(x, y, z) \cdot \exp[-i(\zeta x + \eta y)] d\zeta d\eta \\ &= \frac{1}{8\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \exp[-\lambda(\zeta^2 + \eta^2)z] \cdot \exp[-i(\zeta x + \eta y)] d\zeta d\eta \end{aligned}$$

最后求得来压步距开采引起的地表下沉为

$$W_e(x, y, z) = \frac{1}{8\pi\lambda} \cdot \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{4\lambda z}\right) \quad (6)$$

1.4.2 连续开采岩层移动下沉公式的建立

根据迭加原理, 开采矿体范围为 V 时, 引起的地表下沉方程为:

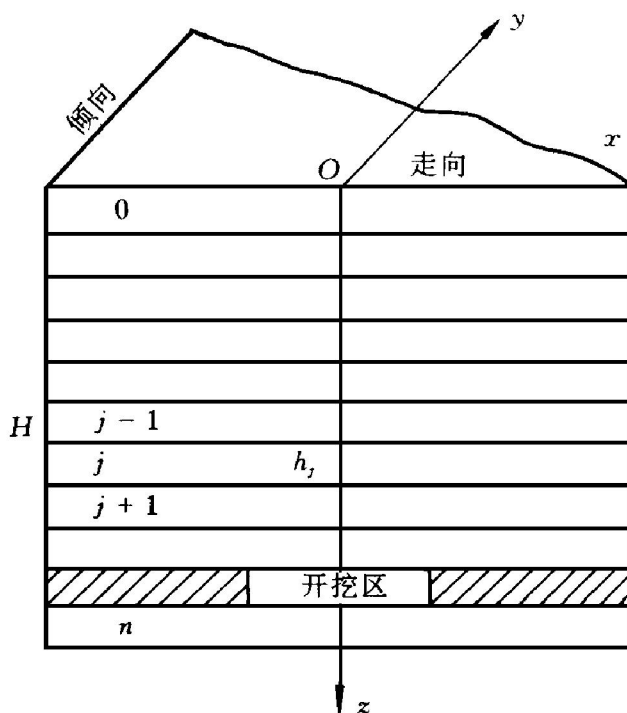


图 1 层状模型

$$W(x, y, z) = \iiint W_e[(x - x_0), (y - y_0), (z - z_0)] dx_0 dy_0 dz_0$$

$$= \iiint \frac{1}{4\pi\lambda(z - z_0)} \cdot \exp\left[-\frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{4\lambda(z - z_0)}\right] dx_0 dy_0 dz_0$$

设煤层开采厚度为 m ，则地表下沉为：

$$W(x, y) = \frac{m}{8\pi\lambda H} \iint \exp\left[-\frac{1}{4\lambda H}[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]\right] dx_0 dy_0$$

根据实际情况，推导出的下沉和应力公式要满足在地表面有下沉但没有应力的条件，故必须根据映象开采的原理进行计算，见图2。

实际层开采引起的地表下沉：

$$W_a(x, y) = \frac{m}{8\pi\lambda_1} \iint \exp\left[-\frac{1}{4\lambda_1}[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]\right] dx_0 dy_0$$

象层开采引起的地表下沉

$$W_m(x, y) = \frac{-m}{8\pi\lambda_2} \iint \exp\left[-\frac{1}{4\lambda_2}[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]\right] dx_0 dy_0$$

则地表面的下沉为

$$W(x, y) = W_a(x, y) + W_m(x, y)$$

$$W(x, y) = \frac{m}{R^2} \iint \exp\left[-\frac{\pi}{R^2}[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]\right] dx_0 dy_0$$

式中 $R^2 = 4\pi\lambda H$ 为与岩层力学性质有关的参数，可根据具体情况确定。

2 地表下沉的流变特性

2.1 岩体下沉的流变特性

矿体开采以后，由矿体顶部岩体直到地表的岩层的移动最初是由顶板的下沉开始的，上覆岩体并不是立即下沉而是逐渐下沉的，即上覆岩体直到地表的下沉有流变的性质。根据研究表明，对于硬度中等或软弱的岩体，其流变性质可以相当近似地用开尔文体和一个弹性元件串联的流变模型来表示，见图3所示。其本构方程为：

$$\sigma = k_1 \cdot \left(\varepsilon - \frac{\sigma}{k_2}\right) + \eta \cdot \left(\dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{k_2}\right) \quad (7)$$

式中 $\dot{\varepsilon}$ 表示 $d\varepsilon/dt$ ，其余参见图3。

2.2 地表下沉的时间系数

将矿体上覆岩体视为粘弹性基础上的悬臂板，板的纵向应变与曲率的关系为：

$$\varepsilon = \frac{y}{k} = y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (8)$$

式中 y — 纵坐标，与竖直方向相同； w — 板的挠

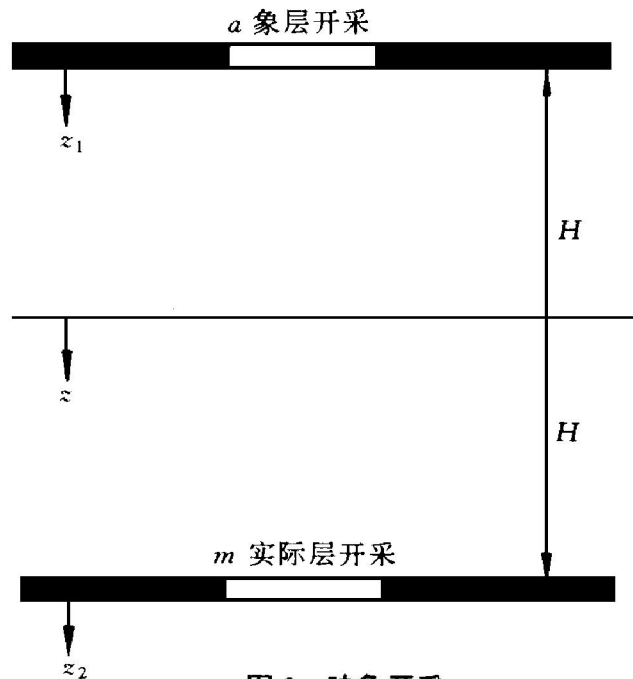


图2 映象开采

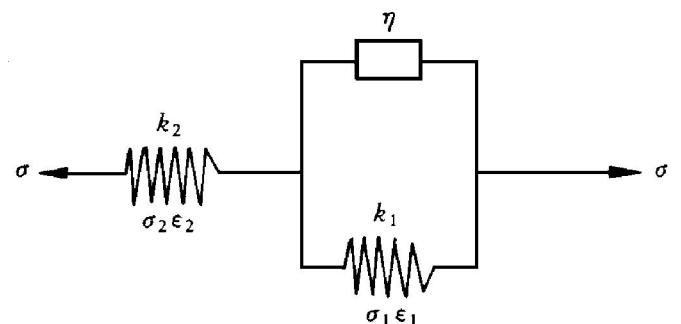


图3 岩体流变模型

度。

将式(8)对时间求一阶导数,有:

$$\dot{\varepsilon} = y \frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial x^2} \quad (9)$$

再将式(8), (9)代入式(7)得:

$$k_2 y \frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial x^2} + \frac{k_1 k_2}{\eta} y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \dot{\sigma} + \frac{k_1 + k_2}{\eta} \sigma \quad (10)$$

解式(5), 详细推导过程见文献[1], 得矿体上覆岩体的挠度为

$$W_1(x, t) = W_0 \frac{\beta}{\alpha + \beta} e^{-\alpha x} \cdot \cos \alpha x \cdot (1 - e^{-\rho t})$$

采空区上覆岩体的挠度为

$$W_2(x, t) = W_0 [1 - e^{\beta x} \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \cos \beta x] \cdot [1 - e^{-\rho t}]$$

由此可见, 地表下沉的时间系数为:

$$f = 1 - e^{-\rho t} \quad (11)$$

式(11)较好地反映了上覆岩体受开采影响的流变特性。

3 地表下沉的动态过程

由于井下开采是以一定推进速度进行的, 而采动后的地表下沉又需要一定的时间, 因此, 研究时间对于建筑物下带个过程的影响是很有意义的。地下煤层采出后引起的地表下沉是一个时间和空间过程, 随着工作面的推进, 不同时间的回采工作面与地表点的相对位置不同, 开采对地表点的影响也不同, 地表点的移动经历一个由开始移动到剧烈移动, 最后到停止移动的全过程。在生产实践中经常会遇到下述情况, 即仅仅根据稳定后(或静态)的下沉规律还不能很好地解决实际问题, 必须进一步研究下沉的动态变化过程。

本文以长壁工作面水平煤层开采为出发点, 假定采矿方法采用走向长臂采矿法, 工作在沿走向方向推进, 见图4。

根据工作面的实际生产过程, 可以认为, 工作面走向方向的长度随时间的增加而增加, 而倾斜方向的长度在开采过程中不变, 并设为 L 。由前面的推导得

$$\begin{aligned} W(x, y) &= \int_l \int_{-L/2}^{L/2} \frac{m}{R^2} \cdot \exp\left[-\frac{\pi[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]}{R^2}\right] d\eta d\xi \\ &= \frac{m}{R^2} \int_l \exp\left[-\frac{\pi(x-\xi)^2}{R^2}\right] \left\{ \left(-\frac{R}{\sqrt{2\pi}}\right) \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[\phi\left(\frac{\sqrt{2\pi}(y-L/2)}{R}\right) - \phi\left(\frac{\sqrt{2\pi}(y+L/2)}{R}\right) \right] \right\} d\xi \end{aligned}$$

式中 $\phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$ 为概率积分。

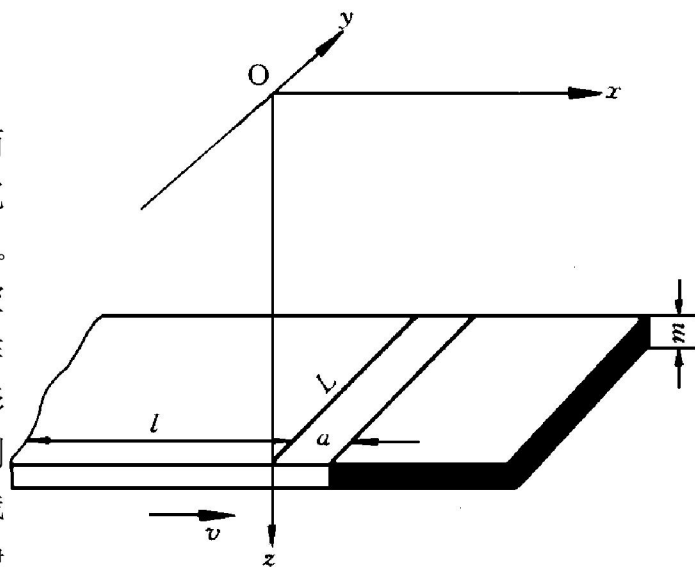


图4 水平煤层空间开采简图

$$\text{令 } M(y) = \phi\left(\frac{\sqrt{2\pi}(y+L/2)}{R}\right) - \phi\left(\frac{\sqrt{2\pi}(y-L/2)}{R}\right)$$

$$\text{有 } W(x, y) = \frac{m}{2\sqrt{2}R} M(y) \cdot \int_l \exp\left[-\frac{\pi(x-\xi)^2}{R^2}\right] d\xi$$

如果不考虑时间因素时, 地表下沉为

$$W(x, y) = \frac{m}{2\sqrt{2}R} M(y) \cdot \int_{-l/v}^{a/v} \exp\left[-\frac{\pi(x-v\tau)^2}{R^2}\right] \cdot v d\tau$$

仍然根据概率积分的概念, 经推导得

$$W(x, y) = \frac{1}{8} m M(y) \cdot \left[\phi\left(\frac{\sqrt{2\pi}(x+l)}{R}\right) - \phi\left(\frac{\sqrt{2\pi}(x-a)}{R}\right) \right]$$

当考虑时间因素时,

$$\begin{aligned} W(x, y, t) &= \frac{m}{2\sqrt{2}R} M(y) \cdot \int_{-l/v}^{a/v} \exp\left[-\frac{\pi(x-v\tau)^2}{R^2}\right] \cdot v d\tau - \\ &\quad \frac{m}{2\sqrt{2}R} M(y) \cdot \int_{-l/v}^{a/v} \exp\left[-\frac{\pi(x-v\tau)^2}{R^2}\right] \cdot \exp(-p(t-\tau)) v d\tau \\ &= W(x, y) - W'(x, y, t) \end{aligned}$$

可见考虑时间因素所得的下沉盆地最终形成下沉盆地 $W(x, y)$ 和迟滞下沉量 $W'(x, y, z)$ 之差。式中 l, a 一为坐标轴左、右两侧工作面推进尺寸; v 一工作面沉走向长壁方向推进速度, 其单位以每月推进米数计算。

$$\begin{aligned} W'(x, y, t) &= \frac{m}{2\sqrt{2}R} M(y) \cdot \int_{-l/v}^{a/v} \exp\left[-\frac{\pi(x-v\tau)^2}{R^2}\right] \cdot [\exp(-p(t-\tau)) v d\tau] \\ &= \frac{m}{8} M(y) \exp\left[-pt + \frac{p}{v}\left(x + \frac{pR^2}{4\pi v}\right)\right] \cdot \\ &\quad \left[\phi\left(\frac{\sqrt{2\pi}(a-x-\frac{pR^2}{2\pi v})}{R}\right) - \phi\left(\frac{\sqrt{2\pi}(-l-x-\frac{pR^2}{2\pi v})}{R}\right) \right] \end{aligned}$$

如设 $l \rightarrow \infty, a = 0$, 则有

$$\begin{aligned} W(x, y, t) &= W(x, y) - W'(x, y, t) \\ &= \frac{m}{8} M(y) \left[1 - \phi\left(\frac{\sqrt{2\pi}x}{R}\right) \right] - \frac{m}{8} M(y) \cdot \\ &\quad \exp\left[-pt + \frac{p}{v}\left(x + \frac{pR^2}{4\pi v}\right)\right] \cdot \left[1 - \phi\left(\frac{\sqrt{2\pi}(x + \frac{pR^2}{2\pi v})}{R}\right) \right] \end{aligned} \quad (12)$$

在 $t \rightarrow \infty$ 时, 就得到最终下沉盆地, 式(12)就是半无限开采地表动态变化方程。

为了研究问题方便起见, 以及与实际观测值对照比较, 以地表下沉走向断面为研究对象。先取一水平开采模型, 其参数为: 采深 200 m, 采区倾向尺寸 $L = 100$ m, 将模型分层, 共分 10 层, 每层厚 20 m, 模型开采厚度 $M = 2$ m, 工作面推进速度 $v = 60$ m/月。

图 5 上所表示的为 $t = 0, 2.5$ 和 5 个月的地表下沉盆地和 $t \rightarrow \infty$ 时最终形成的下沉盆地。可见利用本文的方法可以预计在不同推进速度时地表沉陷各个阶段的下沉盆地, 这对矿山实际开采工作具有重要指导意义。

4 实例计算与分析

以大雁矿务局一矿东三 27 号层综放工作面地表岩移观测线为例进行介绍, 该矿地质构造比

较简单,属软弱岩层,煤层倾角近似水平,煤层采出厚度为 5.2 m,工作面平均推进速度 $v = 65 \text{ m/月}$,开采深度 $H = 98.5 \text{ m}$ 。

利用本文建立的层状模型,将该实际地质条件简化成薄板计算模型。由于覆岩岩性条件大致相同,为了研究问题方便起见,取各层薄板为等间距,即 $h_1 = h_2 = \dots h_{10} = 9.85 \text{ m}$ 。

分层后各层薄板的有关力学参数详见附表。图 6 为该观测线 14 号测点不同时间观测的实际数据与理论曲线的对比,从图上可看出实际观测数据与理论计算曲线吻合得很好。

第二个例子,阜新矿务局平安煤矿地表岩移观测线 20 号点的下沉观测参数为:采深 $H = 50 \text{ m}$,工作面推进速度 $v = 396 \text{ m/a}$,煤层厚

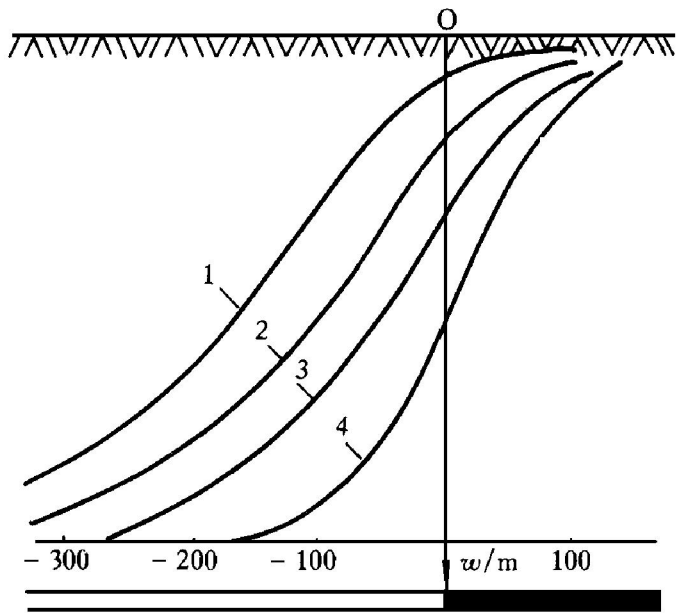


图 5 动态下沉和最终下沉 ($t \rightarrow \infty$)
1— $t = 0$; 2— $t = 2.5$; 3— $t = 5$; 4— $t = \infty$

附表 计算参数表

层号	层厚/m	弹性模量 E/MPa	泊松比 μ
1	9.85	10000	0.13
2	9.85	13400	0.17
3	9.85	14900	0.20
4	9.85	13600	0.20
5	9.85	14900	0.21
6	9.85	15200	0.21
7	9.85	13400	0.20
8	9.85	14900	0.20
9	9.85	23500	0.22
10	9.85	17700	0.20

度 $M = 1.8 \text{ m}$ 。图 7 中实线为理论分析结果,可见,本文计算结论与实际观测结果基本吻合,从而充分证明了本文理论研究的可靠性。

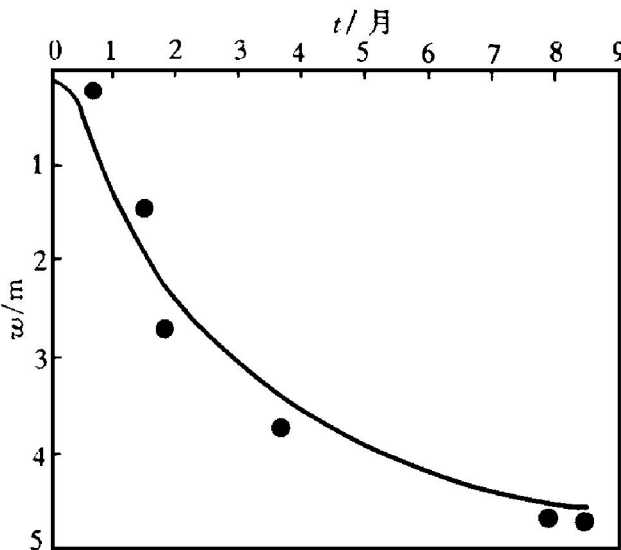


图 6 14 号点实测数据与理论计算对比
圆点—实测数据;实线—理论曲线

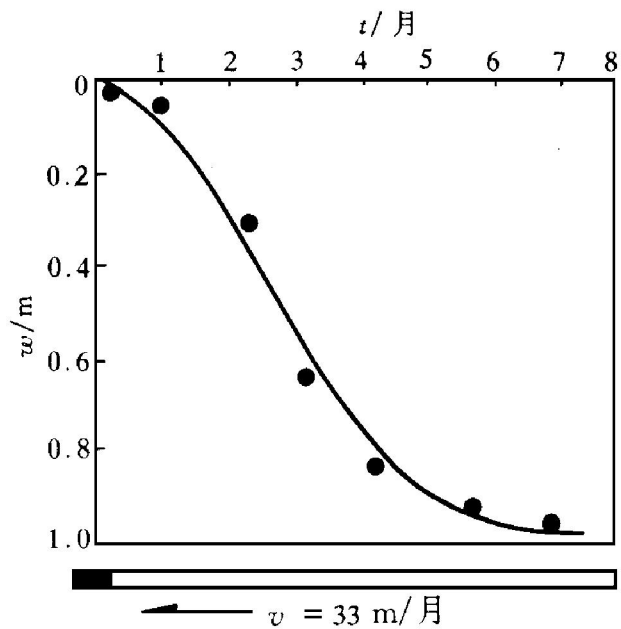


图 7 20 号点实测数据与理论计算对比
圆点—实测数据;实线—理论曲线

参考文献

1 麻凤海. 阜新矿业学院学报, 1992, 11(3): 36- 40.
2 Yang G, Chugh Y P, YU Z. In: Proc of Fourth Conference on Ground Control for Midwestern US Coal Mines. 1992.
3 Wardle L J. Tech Pap, 1980, (33): 1- 37.
4 麻凤海, 王泳嘉. 中国矿业, 1994, 3(3): 44- 49.

3 汤浅荣二, 师冈利政. 铸物, 1980, 52(7): 394.

4 白晓军. 电镀与环保, 1993, 13(2): 8.

COATING PROCESS OF ALUMINIUM POWDERS BY ELECTROLESS NICKEL PLATING

Xiong Xiaodong, Tian Yanwen, Zhai Xiujing, Zhai Yuchun

*Department of Nonferrous Metallurgy,
Northeastern University, Shenyang 110006*

ABSTRACT The composite powders were produced by electroless pure nickel plating on the surface of activated aluminium powders. The experimental results showed that the well-qualified composite powders can be made by controlling technological parameters and nickel appears in crystal state. The influence of the technological parameters on the coating quality was also given.

Key words electroless plating composite powders coating quality technological conditions

(编辑 何学锋)

(上接 12 页)

SUCCESSIVE MEDIUM RHEOLOGICAL THEORY AND ITS APPLICATION IN STRATUM SUBSIDENCE DYNAMIC COURSE

Ma Fenghai, Wang Yongjia, Fan Xueli*

Department of Mining Engineering, Northeastern University, Shenyang 110006

* *Fu Xin Mining Institute, Fuxin 123000*

ABSTRACT Combining successive medium mechanics with rheological mechanics, the stratum subsidence dynamic course was studied. A count model of rock layer state distribution has been established by using the engineering theory of sheet metal curving. Additionally, the dynamic change law of stratum subsidence caused by mining of horizontal coal layer was further discussed, considering the rheological properties of rock at the same time.

Key words viscoelasticity subsidence sheet metal curving

(编辑 何学锋)