

连续铸轧带坯在轧制区的温度场数学模型^①

李晓谦

(中南工业大学机电工程学院, 长沙 410083)

摘要 利用经典的传热学理论建立了连续铸轧过程轧制区的温度场数学模型, 并导出了其精确解。分别按照不同的边界条件提出了可分别用于控制和检验的数学模型。

关键词 连续铸轧 轧制区 温度场 数学模型

连续铸轧区一般分成三个部分^[5]: 过热区、结晶区和轧制区(见图1)。在结晶区, 因

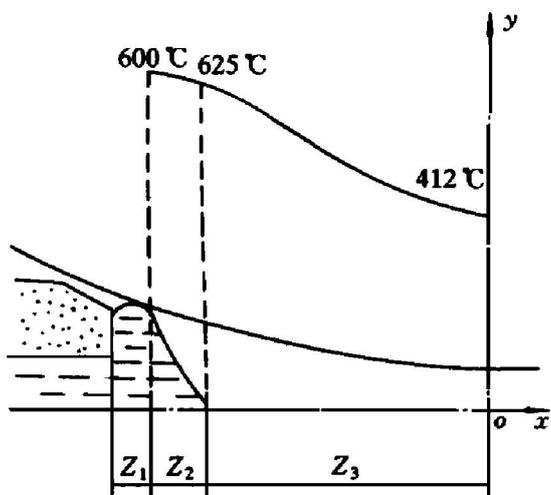


图1 轧制区温度分布

Z₁—过热区; Z₂—结晶区; Z₃—轧制区

为有液-固相界面的存在, 金属结晶时, 释放出大量的凝固潜热。带坯沿 y 方向(厚度方向)的温度梯度远大于其它两方面的温度梯度, 其温度场可由下式描述^[1]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (1)$$

式中 α —热扩散率, 且 $\alpha = k / (\rho c)$, m^2/s , 其中 k —铸轧带坯材料在铸轧温度下的热导率, $W/(m \cdot K)$; ρ —带坯材料在铸轧温度下的密度, kg/m^3 ; c —带坯材料在铸轧温度下的比热容, $J/(kg \cdot K)$ 。

在轧制区, 铸坯已经结晶完毕, 铸坯中心不再存在热源, 不可忽略 x 方向的热传导。因此式(1)不能被用来描述轧制区的传热。考虑到铸坯进入轧制区已经很薄(约 1~10 mm), 而且热量在铸坯经过铸轧辊表面向冷却水的传递过程中, 铸坯本身的热阻在总热阻中所占的比例很小, 可以忽略不计, 这时其传热模型可描述为以铸轧速度 v 沿轴向(x 方向)运动的导热棒(图2)。

取一微元体(图1中阴影部分), 考虑其热平衡, 由于热传导导入 x 面的热流量为

$$\Phi_x = -k \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} B' S$$

式中 B' —铸坯的宽度, m;

S —铸坯在轧制区的平均厚度, m。

从 $x + \Delta x$ 面导出的热流量为

$$\Phi_{x+\Delta x} = -k \frac{\partial T(x + \Delta x, t)}{\partial x} B' S$$

故在 Δt 时间内由于轴向热传导使微元体增加的热量为

$$\begin{aligned} Q_k &= (\Phi_x - \Phi_{x+\Delta x}) \Delta t \\ &= -k \left(\frac{\partial T(x, t)}{\partial x} - \frac{\partial T(x + \Delta x, t)}{\partial x} \right) B' S \Delta t \end{aligned} \quad (2)$$

将式(2)括号内第二项展开后, 取前两项可得

$$\frac{\partial T(x + \Delta x, t)}{\partial x} =$$

① 收稿日期: 1996-05-30; 修回日期: 1997-04-16 李晓谦, 男, 39岁, 副教授

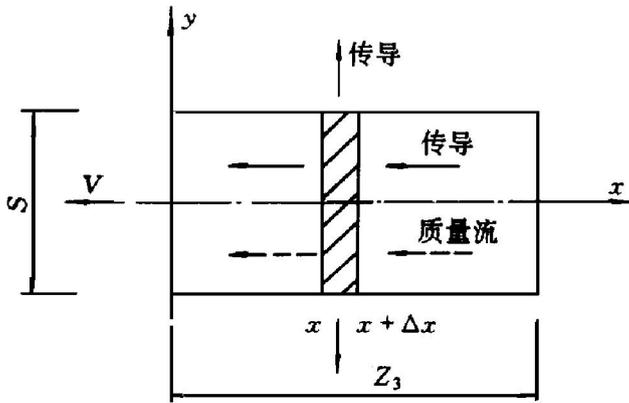


图2 轧制区传热模型

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial^2 T(x + \Delta x, t)}{\partial x^2} \Delta x$$

代入(2)式并略去高阶微量, 得

$$Q_k = kB'S \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Delta x \Delta t \quad (3)$$

在 Δt 时间内, 微元体通过铸轧辊与冷却水产生热交换而减少的热量为

$$Q_h = h(T - T_w) \cdot 2B' \Delta x \Delta t \quad (4)$$

式中 T_w —冷却水的温度, K;

h —铸坯与冷却水之间的传热系数, $J/(m^2 \cdot K)$, h 可按下式计算^[2]:

$$\frac{1}{h} = \frac{1}{\zeta} \left[\frac{l}{k_1} + \frac{1}{h_e} \right] + \frac{1}{h_a} \quad (5)$$

式中 k_1 —轧辊套材料的热导率, $W/(m \cdot K)$;
 l —轧辊套的厚度, m; h_a —铸坯与铸轧辊表面之间的传热系数, $J/(m^2 \cdot K)$;
 h_e —轧辊套内壁与冷却水之间的传热系数, $J/(m \cdot K)$, h_e 按下式计算^[3]:

$$\frac{h_e}{k_w} = 0.0023 \left[\frac{DV_w}{\eta} \right]^{0.8} \left[\frac{C_w \eta}{k_w} \right]^{0.4} \quad (6)$$

式中 D —冷却水槽的当量直径, m;

k_w —冷却水的热导率, $W/(m \cdot K)$;

η —水的粘度, $kg/(m^2 \cdot s)$;

c_w —水的比热容, $J/(kg \cdot K)$ 。

(5)式中的修正系数 ζ 可按下式确定:

$$\zeta = 1 + \frac{\rho_2 c_2 v l \left| \frac{l}{k_1} + \frac{1}{h_e} \right|}{z_3} \times \frac{T_{w_1} + \frac{t_w + k_1/(lh_e)}{1 + k_1/(lh_e)} - 2t_{r_1}}{2T_{w_1} - T_w} \quad (7)$$

式中 ρ_2 —轧辊套材料的密度, kg/m^3 ;
 c_2 —轧辊套材料的比热容, $J/(kg \cdot K)$;
 v —铸坯运动速度, m/s;
 Z_3 —轧制区的长度, m;
 t_{r_1} —轧辊套表面的最低温度, K;
 T_{w_1} —轧辊套表面在铸轧区部分的平均温度, K。

在 Δt 时间内, 由于铸坯的运动, 从 x 面带入微元体的热量为

$$Q_{mx} = \rho c B' S v T(x, t) \Delta t$$

在同一时间内, 由于铸坯的运动, 从 $x + \Delta x$ 面带出微元体的热量为

$$Q_{mx+\Delta x} = \rho c B' S v T(x + \Delta x, t) \Delta t$$

把上式展开后, 取前面两项, 得

$$Q_{mx+\Delta x} = \rho c B' S v (T(x, t) + \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \Delta x) \Delta t$$

由于质量运动而引起的微元体内热焓的变化为

$$Q_m + Q_{mx} - Q_{mx+\Delta x} = -\rho c B' S v \frac{\partial T}{\partial x} \Delta x \Delta t \quad (8)$$

在 Δt 时间内, 由于微元体内热量变化而引起温度改变, 其关系式为

$$Q_T = \rho c (T_{t+\Delta t} - T_t) B' S \quad (9)$$

把括号内第一项展开, 取前两项得

$$T_{t+\Delta t} = T_t + \frac{\partial T_t}{\partial t} \Delta t$$

代入式(5)得

$$Q_T = \rho c B' S \frac{\partial T_t}{\partial t} \Delta t \quad (9')$$

微元体增加的热量应该与微元体温度变化所需的热量平衡, 即

$$Q_T = Q_k + Q_m - Q_h$$

把式(2)、(4)、(8)及(9')分别代入上式得

$$\rho c \frac{\partial T_t}{\partial t} = kS \frac{\partial^2 T_t}{\partial x^2} - \rho v S \frac{\partial T_t}{\partial x} - 2h(T - T_w) \quad (10)$$

在稳定工作状态下, 轧制区温度场为一稳定场, 则式(10)可写成常微分方程形式:

$$kS \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \rho v S \frac{dT}{dx} - 2h(T - T_w) = 0 \quad (10')$$

令 $\beta = 2h/(\rho c S)$, $\alpha = k/(\rho c)$, 则(10')式可写成

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{v}{a} \frac{dT}{dx} - \frac{\beta}{\alpha} (T - T_w) = 0$$

这是一个二阶齐次常系数线性微分方程, 其通解为

$$T = A_1 e^{ax} + B_1 e^{-bx} + T_w \tag{11}$$

式中 $a = \frac{v}{2\alpha} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{v}{\alpha} \right)^2 + \frac{4\beta}{\alpha} \right]^{0.5}$
 $b = -\frac{v}{2\alpha} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{v}{\alpha} \right)^2 + \frac{4\beta}{\alpha} \right]^{0.5}$

常系数 A_1 、 B_1 可由边界条件确定, 如果需要提出轧制区温度场的预报模型, 则边界条件可写成

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} &= 0 \\ T \Big|_{x=z_3} &= T_2 \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

式中 T_2 —铸坯凝固终了处的平均温度, K, 可根据文献[1]给出的公式计算。

把式(12)代入式(11)得

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{b(T_2 - T_w)}{be^{az_3} + ae^{-bz_3}} \\ B_1 &= \frac{a(T_2 - T_w)}{be^{az_3} + ae^{-bz_3}} \end{aligned} \right\} \tag{13}$$

如果需要提出轧制区温度场的验算模型, 则边

界条件可写成

$$\left. \begin{aligned} T \Big|_{x=0} &= T_1 \\ T \Big|_{x=z_3} &= T_2 \end{aligned} \right\} \tag{14}$$

式中 T_1 —铸轧区出口处($x=0$)的平均温度, K。

把式(14)代入式(11)得

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{(T_2 - T_w) - e^{-bz_3}(T_1 - T_w)}{e^{az_3} - e^{-bz_3}} \\ B_1 &= \frac{(T_2 - T_w) - e^{-bz_3}(T_1 - T_w)}{e^{az_3} - e^{-az_3}} \end{aligned} \right\}$$

利用式(11)和式(13)或式(15), 可以对连续铸轧过程铸轧坯在轧制区的温度分布及终轧温度进行计算, 从而对工艺参数的制订及轧制性能参数的分析提供较大帮助。式(11)和式(13)还可作为过程控制数学模型的一个重要组成部分, 为实现连续铸轧过程的自动控制提供基础。上述公式也可用于普通热轧的温度场分析。

参考文献

- 1 李晓谦. 矿冶工程, 1992, 12(3): 39.
- 2 李晓谦. 中南矿冶学院学报, 1992, 23(Suppl 1): 31.
- 3 蔡开科, 吴元增. 北京钢铁学院学报, 1983, (3): 46- 51.
- 4 切尔年科 C M. 轻合金加工技术, 1980, (1): 29- 66.
- 5 李晓谦, 洪伟. 重型机械, 1984, (9): 4.

A MATHEMATIC MODEL FOR TEMPERATURE FIELD OF CONTINUOUS ROLL CASTING SHEET IN ROLLING ZONE

Li Xiaoqian

College of Electro-Mechanical Engineering,

Central South University of Technology, Changsha 410083

ABSTRACT A mathematic model for the temperature field of continuous roll casting sheet in rolling zone was established by using the typical heat transfer theory. Based on diferent kinds of boundary condition the exact solutions have been developed. which may be the important part of the control model for the automatic control of continuous roll casting process.

Key words continuous roll casting rolling zone temperature field

(编辑 彭超群)