

桩土系统分布参数的正反演理论与应用^①

陈如桂

(广州市建筑科学研究所, 广州 510030)

何继善

(中南工业大学, 长沙 410083)

摘 要 根据静力学理论提出了分层非均匀土质、变截面和非均质桩身的复杂桩土系统在外荷载作用下, 桩身位移满足的微分方程和边界条件, 推导了线弹性和弹塑性条件下的微分方程解析解。在已知桩土力学参数的条件下, 可以计算不同桩顶沉降下对应的荷载大小与桩身相应的内力、摩擦阻力和端承力大小, 以及桩底的位移值; 也可根据实测的若干个静荷试桩数据, 通过作理论计算与实测曲线拟合分析处理, 确定桩土系统的力学参数, 然后进一步分析桩的受力机理。工程桩静荷试验和内力测试研究表明, 理论分析的桩底位移和实际试验的残余沉降值比较吻合, 计算的桩身内力与实测内力对应性较好, 特别是利用 4 000 kN 的静荷载试验结果进行反演拟合处理求得的桩土系统特性参数, 推算外荷载为 5 200 kN 对应的桩顶沉降值和桩底位移值, 与实际 5 200 kN 静荷载试验的结果很相近。

关键词 桩基 分布参数 正反演问题 承载力 沉降

桩基础是一种应用最为广泛的深基础形式。当采用天然地基浅基础, 由于沉降量过大或强度稳定要求得不到满足时, 常采用桩基础。各种桩基的使用, 都要确定桩基的极限承载力, 了解桩在承受荷载作用后的变形及沉降情况。工程实践中, 一般按以下两公式进行单桩竖向承载力的设计:

$$\text{摩擦端桩} \quad R_K = q_p A_p + \mu \sum_{i=1}^n q_{si} L_i$$

$$\text{端承载} \quad R_K = q_p A_p$$

式中 R_K 为单桩竖向承载力标准值, kN; q_{si} 为 i 土层与桩周摩擦阻力标准值, kPa; A_p 为桩身横截面积, m^2 ; μ 为桩周长度, m; q_p 为桩端土的承载力标准值, kPa; L_i 为桩穿过第 i 土层的深度, m; n 为桩周土的层数。

很明显, 上述计算公式是半经验的, 它把桩看作成刚体, 没有考虑桩土系统的弹塑性特性, 无法了解桩在外荷载作用下的沉降特征。由于各类土层参数变化范围较大, 加上以上计算公式没有考虑到各土层间发挥土阻力的“异步性”, 故实际工程应用上对经验的依赖性很

强, 可操作性较差, 计算的结果与实际试验的结果误差较大。如何建立桩土弹塑性体系的正反演理论, 根据试验结果求取桩土系统的分布参数, 或已知桩的几何物理参数和地质情况, 科学合理地根据荷载沉降特性设计使用单桩承载力值, 无疑具有十分重要的应用意义。

本文推导了变截面非匀一性桩在分层土的复杂情况下轴向荷载-沉降曲线的解析式, 可直接应用于求解桩土系统的正反演问题, 为桩基的设计或技术处理建立专家库系统提供了切实可行的捷径, 文中给出的一根桩的内力测试与理论计算对比结果, 较好地验证了本理论公式的实用性。

1 线性弹性条件下桩的轴向荷载-沉降曲线方程解

设桩体由四段不同长度、材料、截面的桩段组成(图 1), 各段长度、杨氏模量和截面积分别为 l_i 、 E_i 和 A_i , 各段桩周上的弹性刚度

① 收稿日期: 1997-03-31; 修回日期: 1997-08-11 陈如桂, 男, 34 岁, 高级工程师, 博士

系数为 K_{0i} , $i = 1, \dots, 4$ 。桩顶荷载为 Q 、位移为 S 。桩周阻力为 R_s , 桩底承受力为 R_b 。桩与桩周土最大摩擦力为 $F_{\max}$ 。

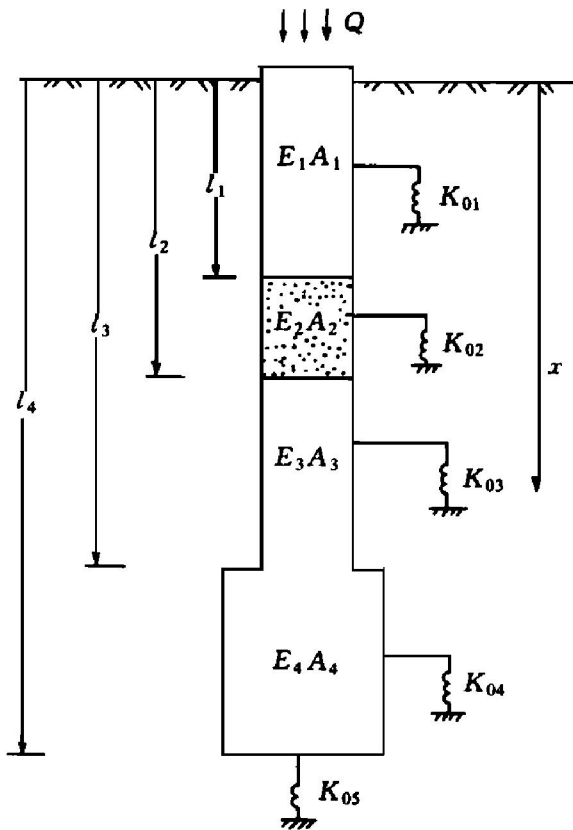


图1 桩体示意图

当桩受压变形时, 由于桩与桩周之间存在摩擦力, 使桩周土也随之产生变形, 这种变形量自上而下、从大变小。

当 Q 甚小、桩周土与桩体之间没有产生局部相对位移, 即桩周土变形的弹性力与摩擦力相等。

设桩体位移函数为 $U(x) = U_1(x)$, $l_{i-1} \leq x \leq l_i$, $i = 1, 2, 3, 4$ ($l_0 = 0$)。此时 $U_i(x)$ 满足微分方程:

$$E_i A_i U_i''(x) = C_i K_{0i} U_i(x) \\ i = 1, 2, 3, 4$$

这里 C_i 为各段桩周长, 记 $K_i = C_i K_{0i}$

令 $b_i^2 = K_i / E_i A_i$ (下同), 可得方程的通解为:

$$U_i(x) = C_{i1} \operatorname{Ch} b_i x + C_{i2} \operatorname{Sh} b_i x \\ i = 1, 2, 3, 4$$

令 $N = -E_4 A_4 b_4$ 。根据边界条件:

$$U_1(0) = S, -E_1 A_1 U_1'(0) = Q,$$

$$A_4 K_{05} U_4(l_4) = -E_4 A_4 U_4'(l_4)$$

这里 K_{05} 为桩底持力层的单位面积弹性刚度系数, 记 $K_5 = A_4 K_{05}$ 再根据连续条件

$$U_i(l_i) = U_{i+1}(l_i),$$

$$U_i'(l_i + 0) = U_{i+1}'(l_i - 0) \quad i = 1, 2, 3$$

可得方程组(1):

$$\begin{cases} N(C_{41} \operatorname{Sh} b_4 l_4 + C_{42} \operatorname{Ch} b_4 l_4) \\ = K_5(C_{41} \operatorname{Ch} b_4 l_4 + C_{42} \operatorname{Sh} b_4 l_4) \\ C_{31} \operatorname{Ch} b_3 l_3 + C_{32} \operatorname{Sh} b_3 l_3 \\ = C_{41} \operatorname{Ch} b_4 l_3 + C_{42} \operatorname{Sh} b_4 l_3 \\ b_3(C_{31} \operatorname{Sh} b_3 l_3 + C_{32} \operatorname{Ch} b_3 l_3) \\ = b_4(C_{41} \operatorname{Sh} b_4 l_3 + C_{42} \operatorname{Ch} b_4 l_3) \\ C_{21} \operatorname{Ch} b_2 l_2 + C_{22} \operatorname{Sh} b_2 l_2 \\ = C_{31} \operatorname{Ch} b_3 l_2 + C_{32} \operatorname{Sh} b_3 l_2 \\ b_2(C_{21} \operatorname{Sh} b_2 l_2 + C_{22} \operatorname{Ch} b_2 l_2) \\ = b_3(C_{31} \operatorname{Sh} b_3 l_2 + C_{32} \operatorname{Ch} b_3 l_2) \\ C_{11} \operatorname{Ch} b_1 l_1 + C_{12} \operatorname{Sh} b_1 l_1 \\ = C_{21} \operatorname{Ch} b_2 l_1 + C_{22} \operatorname{Sh} b_2 l_1 \\ b_1(C_{11} \operatorname{Sh} b_1 l_1 + C_{12} \operatorname{Ch} b_1 l_1) \\ = b_2(C_{21} \operatorname{Sh} b_2 l_1 + C_{22} \operatorname{Ch} b_2 l_1) \end{cases} \quad (1)$$

$$S = C_{11}$$

$$Q = -E_1 A_1 b_1 C_{12}$$

由方程组(1)可解得: $C_{42} = H_4 C_{41}$

$$H_4 = \frac{K_5 \operatorname{Ch} b_4 l_4 - N \operatorname{Sh} b_4 l_4}{N \operatorname{Ch} b_4 l_4 - K_5 \operatorname{Sh} b_4 l_4}$$

令

$$V_3 = \operatorname{Ch} b_4 l_3 + H_4 \operatorname{Sh} b_4 l_3$$

$$W_3 = \operatorname{Sh} b_4 l_3 + H_4 \operatorname{Ch} b_4 l_3$$

由方程组(1)可解得

$$C_{32} = H_3 C_{31}$$

$$H_3 = \frac{b_4 W_3 \operatorname{Ch} b_3 l_3 - b_3 V_3 \operatorname{Sh} b_3 l_3}{b_3 V_3 \operatorname{Ch} b_3 l_3 - b_4 W_3 \operatorname{Sh} b_3 l_3}$$

令

$$V_2 = \operatorname{Ch} b_3 l_2 + H_3 \operatorname{Sh} b_3 l_2$$

$$W_2 = \operatorname{Sh} b_3 l_2 + H_3 \operatorname{Ch} b_3 l_2$$

由方程组(1)可解得

$$C_{22} = H_2 C_{21}$$

$$H_2 = \frac{b_3 W_2 Chb_2 l_2 - b_2 V_2 Shb_2 l_2}{b_2 V_2 Chb_2 l_2 - b_3 W_2 Shb_2 l_2}$$

令

$$V_1 = Chb_2 l_1 + H_2 Shb_2 l_1$$

$$W_1 = Shb_2 l_1 + H_2 Chb_2 l_1$$

由方程组(1)可解得

$$C_{12} = H_1 C_{11}$$

$$H_1 = \frac{b_2 W_1 Chb_1 l_1 - b_1 V_1 Shb_1 l_1}{b_1 V_1 Chb_1 l_1 - b_2 W_1 Shb_1 l_1}$$

即有

$$Q = -E_1 A_1 b_1 H_1 S$$

2 非线性条件下桩的轴向荷载 - 沉降曲线方程求解

Q 未达到桩与桩周土之间的总体最大静摩擦力时, 桩不会产生总体位移, 但已使得在 $[0, r]$ 段桩与桩周土之间已达到其最大摩擦力, 从而导致在这段桩周土与桩之间已产生局部相对位移; 在 $[r, l_4]$ 段则还没有产生局部相对位移。

设第 i 段桩与桩周土之间(单位长度)的最大摩擦力为 F_i , 桩周土能达到的最大弹性位移为 U_{mi} (设 $U_{m1} \geq U_{m2} \geq U_{m3} \geq U_{m4}$), 则有 $F_i = K_i U_{mi}$, $i = 1, 2, 3, 4$ 。根据 r 处于不同段可分下列四种情况:

(1) 设 $r \in [0, l_1]$ 。此时, $U(x)$ 满足微分方程:

$$E_1 A_1 U_1''(x) = F_1$$

$$0 \leq x \leq r$$

$$E_1 A_{12} U_2''(x) = K_1 U_2(x)$$

$$r \leq x \leq l_1$$

$$E_i A_i U_{i+1}''(x) = K_i U_{i+1}(x)$$

$$l_{i-1} \leq x \leq l_i \quad i = 2, 3, 4$$

令 $G_1 = 2F_1/E_1 A_1$, 方程的通解为

$$U_1(x) = G_1 x^2 + D_{11}x + D_{12}$$

$$0 \leq x \leq r$$

$$U_2(x) = C_{11} Chb_1 x + C_{12} Shb_1 x$$

$$r \leq x \leq l_i$$

$$U_{i+1}(x) = C_{i1} Chb_i x + C_{i2} Shb_i x$$

$$i = 2, 3, 4$$

根据相同的边界条件和连续条件和

$$U_1(r) = U_2(r) = U_{m_1} \text{ 可得}$$

$$S = U_{m_1}(1 - b_1 T_1 r) + G_1 r^2 \quad (2)$$

$$Q = A_1 E_1 (2G_1 r - U_{m_1} b_1 T_1)$$

$$T_1 = \frac{Shb_1 r + H_1 Chb_1 r}{Chb_1 r + H_1 Shb_1 r}$$

(2) 设 $r \in [l_1, l_2]$ 。此时, $U(x)$ 满足微分方程:

$$E_1 A_1 U_1''(x) = F_1$$

$$0 \leq x \leq l_1$$

$$E_2 A_2 U_2''(x) = F_2$$

$$l_1 \leq x \leq r$$

$$E_2 A_2 U_3''(x) = K_2 U_3(x)$$

$$r \leq x \leq l_2$$

$$E_i A_i U_{i+1}''(x) = K_i U_{i+1}(x)$$

$$l_{i-1} \leq x \leq l_i, \quad i = 3, 4$$

令 $G_2 = 2F_2/E_2 A_2$, 方程的通解为

$$U_1(x) = G_1 x^2 + D_{11}x + D_{12}$$

$$0 \leq x \leq l_1$$

$$U_2(x) = G_2 x^2 + D_{21}x + D_{22}$$

$$l_2 \leq x \leq r$$

$$U_3(x) = C_{21} Chb_2 x + C_{22} Shb_2 x$$

$$r \leq x \leq l_3$$

$$U_{i+1}(x) = C_{i1} Chb_i x + C_{i2} Shb_i x$$

$$l_{i-1} \leq x \leq l_i, \quad i = 3, 4$$

根据相同的边界条件和连续条件和

$$U_2(r) = U_3(r) = U_{m_2} \text{ 可得到}$$

$$S = (G_1 - G_2) I_1^2 + U_{m_2} \cdot$$

$$(1 - b_2 T_2 r) + G_2 r^2 \quad (3)$$

$$Q = A_1 E_1 D_{11} = A_1 E_1 \cdot$$

$$(2G_2 r + 2(G_1 - G_2) l_1 - b_2 T_2 U_{m_2})$$

$$T_2 = \frac{Shb_2 r + H_2 Chb_2 r}{Chb_2 r + H_2 Shb_2 r}$$

(3) 设 $r \in [l_2, l_3]$ 。此时, $U(x)$ 满足微分方程

$$E_i A_i U_i''(x) = F_i$$

$$l_{i-1} \leq x \leq l_i \quad i = 1, 2$$

$$E_3 A_3 U_3''(x) = F_3$$

$$l_2 \leq x \leq r$$

$$E_3 A_3 U_4''(x) = K_3 U_4(x)$$

$$r \leq x \leq l_3$$

$$E_4 A_4 U_5''(x) = K_4 U_5(x)$$

令 $G_3 = 2F_3/E_3 A_3$, 方程的通解为

$$U_1(x) = G_1 x^2 + D_{i1} x + D_{i2}$$

$$l_{i-1} \leq x \leq l_i, \quad i = 1, 2$$

$$U_3(x) = G_3 x^2 + D_{31} x + D_{32}$$

$$l_2 \leq x \leq r$$

$$U_4(x) = C_{31} Chb_3 x + C_{32} Shb_3 x$$

$$r \leq x \leq l_3$$

$$U_5(x) = C_{41} Chb_4 x + C_{42} Shb_4 x$$

$$l_3 \leq x \leq l_4$$

根据相同的边界条件和连续条件和

$$U_3(r) = U_4(r) = U_{m_3} \text{ 可得}$$

$$S = (G_1 - G_2) l_1^2 + (G_2 - G_3) l_2^2 + U_{m_3} (1 - b_3 T_3 r) + G_3 r^2 \quad (4)$$

$$Q = A_1 E_1 (2G_3 r + 2(G_1 - G_2) l_1 + 2(G_2 - G_3) l_2 - b_3 T_3 U_{m_3})$$

$$T_3 = \frac{Shb_3 r + H_3 Chb_3 r}{Chb_3 r + H_3 Shb_3 r}$$

(4) 设 $r \in [l_3, l_4]$ 。此时, $U(x)$ 满足微分方程

$$E_i A_i U_i''(x) = F_i$$

$$l_{i-1} \leq x \leq l_i; \quad i = 1, 2, 3$$

$$E_4 A_4 U_4''(x) = F_4$$

$$l_3 \leq x \leq r$$

$$E_4 A_4 U_5''(x) = K_4 U_5(x)$$

$$r \leq x \leq l_4$$

令 $G_4 = 2F_4/E_4 A_4$, 方程的通解为

$$U_1(x) = G_1 x^2 + D_{i1} x + D_{i2}$$

$$l_{i-1} \leq x \leq l_i; \quad i = 1, 2, 3$$

$$U_4(x) = G_4 x^2 + D_{41} x + D_{42}$$

$$l_3 \leq x \leq r$$

$$U_5(x) = C_{41} Chb_4 x + C_{42} Shb_4 x$$

$$r \leq x \leq l_4$$

根据相同的边界条件和连续条件与

$$U_4(r) = U_5(r) = U_{m_4} \text{ 可得}$$

$$S = (G_1 - G_2) l_1^2 + (G_2 - G_3) l_2^2 + (G_3 - G_4) l_3^2 + U_{m_4} \cdot (1 - b_4 T_4 r) + G_4 r^2 \quad (6)$$

$$Q = A_1 E_1 (2G_4 r + 2(G_1 - G_2) l_1 + 2(G_2 - G_3) l_2 + 2(G_3 - G_4) l_3 - b_4 T_4 U_{m_4})$$

$$T_4 = \frac{Shb_4 r + H_4 Chb_4 r}{Chb_4 r + H_4 Shb_4 r}$$

3 桩周土进入完全塑性状态下的荷载 - 沉降曲线表达式

$$Q \geq F_{\max} = (F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_3 l_3 + F_4 l_4)$$

桩体将产生相对于桩周土的整体位移, 桩周土总体都达到最大变形。

此时桩周总摩擦力已达到最大值, 即 $R_s = F_{\max}$, $R_b = Q - R_s$, 故有

$$\text{桩底增加位移量: } \Delta U(l_4) = R_b / K_5$$

$$\text{桩体增加压缩量: } \Delta S = R_b / K_{\text{sum}}$$

$$1/K_{\text{sum}} = l_1/A_1 E_1 + l_2/A_2 E_2 + l_3/A_3 E_3 + l_4/A_4 E_4$$

桩端位移

$$\begin{aligned} S &= \Delta U(l_4) + \Delta S + S_{\max} \\ &= S_{\max} + (Q - R_s)(K_5 + K_{\text{sum}}) / K_5 K_{\text{sum}} \end{aligned}$$

即有

$$Q = (S - S_{\max} K_5 K_{\text{sum}}) / (K_5 + K_{\text{sum}}) + F_{\max} \quad (6)$$

式中 $S_{\max}$ 为第二阶段桩端最大位移量, 即 $r = l_4$ 时求得的 S 。

4 工程应用

运用上述的正反演理论表达式, 一方面,

我们可以利用个别工程桩的荷载试验结果进行反演分析处理,求取实际桩土系统的几何和物理系数,指导其它工程桩的设计工作或为处理同类桩的桩身质量问题提供依据;另一方面,当已知某类工程桩的桩土作用一般关系后,就能根据给定的桩身几何物理参数直接计算桩顶处的荷载沉降特性,计算桩基的摩擦阻力和端承力,计算桩基任一位置的桩身位移和桩身内力,实现正演分析处理。

某电厂一期工程采用 d 560 mm 打入式沉管灌注桩基础,为了详尽了解该桩的竖向承载能力,提供设计依据,专门打了一根试验桩进行竖向荷载试验,并作相应的内力测试。

从地质报告可知,该区填砂厚 4.7~5.1 m,以下为粉质粘土层,层厚大于 80 m。

试打桩长 24 m、桩径 0.56 m,试验工作分两步进行。首先作最大试荷为 4000 kN 的分级(10级,每级 400 kN)加荷试验,并读取各级荷载作用下的桩身内力值,满荷后分 5 级卸荷,读取残余沉降值;第二步是在 4000 kN 试验卸荷为零后,再按每级 400 kN 重新加荷作破坏性试验,但加荷至 5200 kN 时,仍未出现荷载-沉降关系曲线的陡降段,限于当时的试验能力不得不终止加荷。从试验报告可知,在第一步试验过程中,当最大试荷为 4000 kN 时,桩顶沉降为 20.12 mm,卸载后残余沉降值为 10.93 mm。内力测试的结果表明,当外荷载为 2400 kN 时,摩擦阻力达最大值 92367.7 kN,为外荷载的 98.7%,这时桩顶沉降量为 6.85 mm;而最大试荷 4000 kN 时,摩擦阻力为 2156.0 kN,占作用荷载的 53.9%,端承力为 1844.0 kN,占 46.1%。在第二步破坏性试验过程中,当外荷载为 5200 kN 时,桩顶沉降量为 38.67 mm,卸载后残余沉降量为 26.84 mm。按规范判别该桩尚未出现破坏荷载状态,故判定该桩承载力大于 5200 kN。

图 2 是利用第一步作最大加荷 4000 kN 试验曲线进行反演拟合处理的结果,拟合相对误差为 6.9%,反演处理得到桩周土平均刚度系数为 51183 kPa,桩端土单位面积平均刚度系

数为 81243 kN/m,平均极限弹性变形值为 1.12 mm。根据上述反演的桩周土系数,可对直径为 0.56 m、长为 24 m 的同类桩进行正演

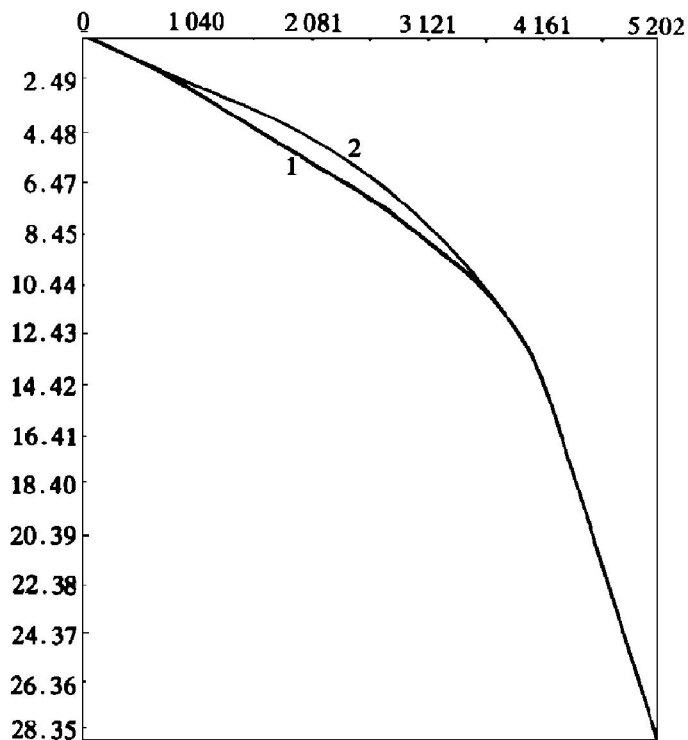


图 2 反演计算结果

1—实测曲线; 2—理论曲线

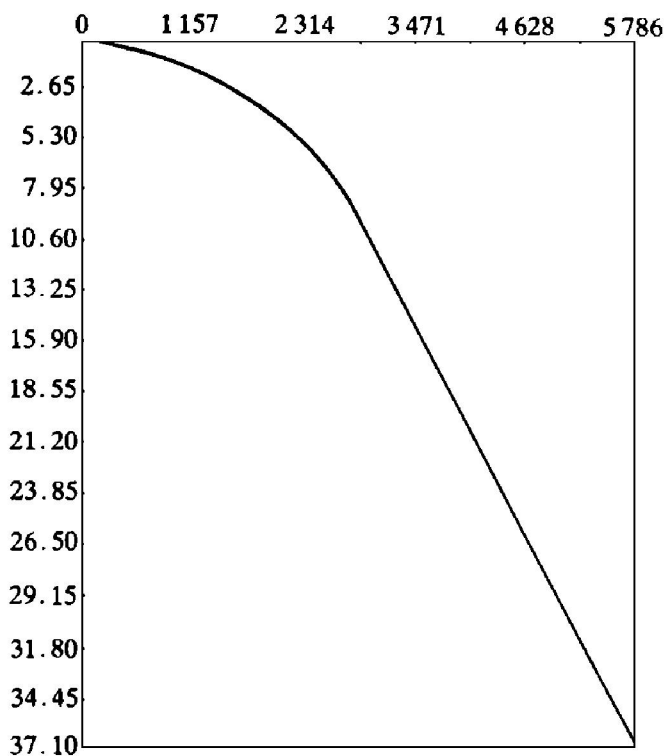


图 3 正演计算结果

计算, 见图3。计算结果表明, 当桩顶加荷为 4 000 kN 时, 摩擦力为 2 419 kN、占总承载力的 60.5%, 端承力为 1 581 kN、占 39.5%, 这时桩底位移为 9.59 mm, 该值与 4 000 kN 实际静荷试验卸载后残余沉降值为 10.39 mm 十分相近。

正演计算外荷载为 5 200 kN 时, 桩顶沉降量为 31.65 mm, 桩底位移 20.93 mm, 但未出现失稳状态, 这与实际试荷 5 200 kN 时桩顶沉

降 38.78 mm 和卸载后残余沉降量为 26.84 mm, 尚没有出现极限荷载情况相近。

参考文献

- 1 罗惟德. 岩土工程学报, 1990, 12(1): 35-44.
- 2 陈如桂. 广州建筑, 1994, (1): 8-18.
- 3 陈如桂. 桩基工程技术. 北京: 中国建材工业出版社, 1996: 454-459.

THEORY AND APPLICATION OF DIRECT AND INVERSE PROBLEM FOR DISTRIBUTION PARAMETER OF PILE-SOIL SYSTEM

Chen Rugui, He Jishan[†]

Guangzhou Institute of Building Sciences, Guangzhou 510030

[†] *Central South University of Technology, Changsha 410083*

ABSTRACT On the basis of mechanics theory, differential equations and boundary conditions of pile displacement were put forward for the complicate pile-soil system with non-homogeneous soil and change in pile section and modulus under load on pile top. The corresponding solution was obtained under the condition of linear elasticity and elastoplasticity. With the known condition of mechanics parameters of pile-soil system, the corresponding load, the internal force along the pile axis, the frictional resistance and the bearing capacity settlement of the pile can be computed according to the settlement at pile top. On the other hand, the mechanics parameters of pile-soil system can be determined by matching the theoretical curve of load-settlement and test curve with the data of normal load test, and then the mechanism of pile performance under load can also be analysed. The comparison between theoretical research results and pile test data of load and internal force showed that calculated settlement at pile bottom well matches the residual settlement during loading test and the internal force calculated is much close to the test results. Especially, comparing with the loading test result of 5 200 kN, it can be successful to applying the parameters of pile-soil system which are analysed by matching the loading test result of 4 000 kN to compute the settlements on both top and bottom of pile under acted load of 5 200 kN on pile top.

Key words pile distribution parameter direct and inverse problem bearing capacity settlement

(编辑 何学锋)