

与轴向力斜交以及受约束岩层的 初始挠度对单层褶皱的影响^①

喻爱南 叶柏龙 邓硕华 毛先成

(中南工业大学资源环境与建筑工程学院, 长沙 410083)

摘 要 应用傅里叶级数方法, 对与轴向力不在同一平面上的初始挠度对褶皱的影响进行了研究, 结果表明: 自由岩层褶皱时, 只有一阶波对它有明显的影响, 其他初始挠度对褶皱的影响不大, 同时讨论了受约束岩层褶皱时初始挠度对它的影响, 并指出只有某一特定波长的初始挠度(即它的波长等于或近似等于最终波长的初始挠度)才对岩层褶皱有明显的影响。

关键词 褶皱 初挠度 傅里叶级数 岩层

岩层受构造运动的作用引起弯曲褶皱, 最终形成野外所能观察到的波状褶皱, 不同的岩层, 或者同一岩层在不同地方, 它的波长有大有小, 波幅亦有大有小, 形态各异, 说明它们是受不同条件的控制。影响岩层褶皱的因素很多, 有介质(围岩)的物理常数^[1, 2]、介质的厚度^[3]、介质两侧是否具有刚性边界^[4]等, 还有主层本身的物理参数^[1-4]、主层褶皱的初始挠度等, 后者如与轴向力在同一平面上的初始挠度^[5]对主层褶皱的影响。本文主要讨论初始挠度的另外二种更普遍的情况: 自由岩层褶皱时与轴向力斜交的初始挠度及有介质约束情况下的初始挠度对单层褶皱的影响。

1 挠度与轴向力斜交

假设岩层为完全自由体, 在受轴向力 P 的作用下弯曲褶皱, 那么它的挠度微分方程、挠度函数、及 $P_{\text{临}}$ 与褶皱波阶数 n 的关系为^[5]

$$\frac{d^2 V}{dX^2} + \frac{PV}{BI} = 0 \quad (1)$$

$$V = V_m \sin\left(\frac{n\pi X}{l}\right) \quad (2)$$

$$P = BI\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \quad (3)$$

其中 V —挠度; V_m —挠度的波幅; B —自由岩层弹性模量; I —惯性矩; l —岩层长度; n —为波的阶数。

与轴向力在同一平面上的初始挠度对褶皱的影响已有讨论^[5], 而事实上岩层的初始挠度并不是很规则的一阶波或多阶波, 更多的情况为初始挠度与地壳运动引起的轴向力斜交, 要处理这样的问题, 可以应用傅里叶级数, 把这种复杂的波分解成许多规则的正弦波, 即为:

$$V_0 = (\delta_0)_1 \sin\left(\frac{\pi X}{l}\right) + (\delta_0)_2 \sin\left(\frac{2\pi X}{l}\right) + \dots + (\delta_0)_n \sin\left(\frac{n\pi X}{l}\right) \quad (4)$$

为了说明问题方便, 设初始挠度包含从1阶到5阶的微挠曲, 由于初始挠度往往幅度不大, 假设它的各阶波的波幅都为 δ_0 。下面以5阶波为例加以阐述, 则初始挠度可以表达成:

$$V_0 = \delta_0 \sin\left(\frac{\pi X}{l}\right) + \delta_0 \sin\left(\frac{2\pi X}{l}\right) + \delta_0 \sin\left(\frac{3\pi X}{l}\right) + \delta_0 \sin\left(\frac{4\pi X}{l}\right) + \delta_0 \sin\left(\frac{5\pi X}{l}\right) \quad (5)$$

① 国家自然科学基金资助项目

收稿日期: 1996-05-07; 修回日期: 1997-04-10

喻爱南, 女, 33岁, 讲师, 博士

设 P_0 为一阶波的临界值, 由式(3)得 $P_0 = BI(\pi/l)^2$, 则 n 阶波的 $P_{\text{临}}$ 为:

$$P_n = n^2 P_0 \quad (6)$$

把式(3)、(5)、(6)代入式(1), 解微分方程得

$$V = \frac{\delta_0 \sin(\frac{\pi x}{l})}{1 - (\frac{P}{P_0})} + \frac{2^2 \delta_0 \sin(\frac{2\pi x}{l})}{2^2 - (\frac{P}{P_0})} + \frac{3^2 \delta_0 \sin(\frac{3\pi x}{l})}{3^2 - (\frac{P}{P_0})} + \frac{4^2 \delta_0 \sin(\frac{4\pi x}{l})}{4^2 - (\frac{P}{P_0})} + \frac{5^2 \delta_0 \sin(\frac{5\pi x}{l})}{5^2 - (\frac{P}{P_0})} + \dots \quad (7)$$

从上式中可以看出: (1) 当轴向压力 P 为零时, 即 $P/P_0 = 0$ 时, $V = V_0$; (2) 当轴向压力 P 逐渐增大时, 即 $[n^2 - (P/P_0)]$ 逐渐减小时, V 会逐渐增大; (3) 当轴向压力 P 逐渐接近 P_0 值时, 第一项中的分母更快地趋向于零, 即这时 l 阶波发展最快。最后形成起主导地位褶皱。简单的情况是这样的, 如果岩层强烈扭曲, 初始挠度很复杂, 则按上述方法, 同样可以得到

$$V = \frac{(\delta_0)_1 \sin(\frac{\pi x}{l})}{1 - (\frac{P}{P_0})} + \frac{2^2 (\delta_0)_2 \sin(\frac{2\pi x}{l})}{2^2 - (\frac{P}{P_0})} + \dots + \frac{i^2 (\delta_0)_i \sin(\frac{i\pi x}{l})}{i^2 - (\frac{P}{P_0})} + \dots + \frac{n^2 (\delta_0)_n \sin(\frac{n\pi x}{l})}{n^2 - (\frac{P}{P_0})} \quad (8)$$

从式(8)中可以看出同样是一阶波起主导作用, 即它对褶皱的影响最大。因此, 无论岩层怎样扭曲或与轴向力斜交, 影响岩层褶皱的主要为一阶波。上述讨论是在假设岩层为完全自由体的情况下进行的, 下面将着重讨论在岩层褶皱时并非完全自由体的情况下, 初始挠度

褶皱的影响问题。

2 受约束岩层中初始挠度对褶皱的影响

岩层受约束时由于微分方程的不同、挠度函数的不同、 $P_{\text{临}}$ 的不同; 又因为 $P_{\text{临}}$ 不但与主层的弹性模量(或粘度系数)有关, 而且还与介质的弹性模量(或粘度系数)及主层的初始挠度有关。

下面列举主层受约束情况下二种不同边界条件中形成的褶皱:

2.1 夹于有限不等厚介质中的单层褶皱^[1]

假设主层的弹性模量为 B_1 , 介质的弹性模量为 B_2 , 上下介质厚度为 h_1 和 h_2 , 岩层厚度为 T , b 为岩层宽度; 又设受轴向力 P 作用, 初始挠度 $V_0 = \delta_0 \sin(2\pi x/L_0)$, (其中 L_0 为初始波长), 则可得微分方程为

$$B_1 I \left(\frac{d^4 V_1}{dx^4} \right) + P \left(\frac{d^2 V_1}{dx^2} \right) + B_2 b V_1 \frac{h_1 + h_2}{h_1 h_2} = P \delta_0 \left(\frac{2\pi}{L_0} \right)^2 \sin\left(\frac{2\pi x}{L_0}\right) \quad (9)$$

其中 V_1 为轴向力 P 引起的挠度, 则 $V = V_0 + V_1$, 解上述方程得

$$V = \delta_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{L_0}\right) \times \frac{B_1 I \left(\frac{2\pi}{L_0} \right)^2 + B_2 b \frac{h_1 + h_2}{h_1 h_2} + \left(\frac{L_0}{2\pi} \right)^2}{B_1 I \left(\frac{2\pi}{L_0} \right)^2 + B_2 b \frac{h_1 + h_2}{h_1 h_2} + \left(\frac{L_0}{2\pi} \right)^2 - P_{\text{临}}} \quad (10)$$

从式(10)中可以看出: 对某一特定的岩层褶皱来说, B_1 、 B_2 、 I 、 h_1 、 h_2 都为定值; 因此在众多的初始挠度中(它们的波长分别为 $(L_0)_1$ 、 $(L_0)_2$ 、 $(L_0)_3$... $(L_0)_n$) 必定有一个波长为 $(L_0)_i$ 的微褶皱可以使上式的分母趋近于零, 即当岩层施加某一确定的轴向力值 P 时, 总有一个特定的初始挠度其波长为 $(L_0)_i$ 的微褶皱能使岩层迅速弯曲形成明显褶皱。令

这时的 $L_0 = L_M$, 则可求得

$$L'_M = 2\pi T \left(\frac{h_1 h_2 B_1}{12TB_2(h_1 + h_2)} \right)^{1/4} \quad (11)$$

因此, 在褶皱过程中起主导作用的应是波长为 L'_M 的初始挠度。

2.2 位于表层的单层褶皱^[2]

应用类似的方法, 可求得微分方程、 $P_{\text{临}}$ 与 L_0 之间的关系, 进一步可以解得

$$L''_M = 2\pi T \left(\frac{B_1}{3B_2} \right)^{1/3} - \frac{8\pi T^2}{3B_2} \left(\frac{B_1^2}{9B_2^2} \right)^{1/3} \quad (12)$$

其中 B_1 、 B_2 、 I 、 T 的值同上, r 为下部介质的密度。显然, 该边界条件下, 褶皱过程中起主导作用的应是波长为 L''_M 的初始挠度。

3 结论

综上所述, 岩层的初始挠度对单层褶皱的影响为:

(1) 当岩层为自由体时, 在众多不同波长的微初始挠度中只有一阶波对褶皱有明显影响, 其它阶数的初始挠度对其影响不大。

(2) 当岩层在受约束条件下褶皱时, 岩层的初始挠度仍对褶皱有影响, 但不是所有的初始挠度都有影响, 只有其波长等于或近似等于最终主波长 L_M 的初始挠度对褶皱才有影响, 其它初始挠度的影响亦不大。

参考文献

- 1 叶柏龙, 何绍勋, 彭恩生. 中国地质大学学报-地球科学, 1993, 18(2): 159.
- 2 叶柏龙. 中南矿冶学院报, 1993, 24(6): 725.
- 3 叶柏龙, 彭恩生, 何绍勋. 地球物理学进展, 1993, 8(4): 149.
- 4 叶柏龙, 喻爱南, 蓝燕. 中南工业大学学报, 1995, 26(6): 707.
- 5 叶柏龙, 硕士学位论文. 长沙: 中南工业大学地质系, 1989.

EFFECTS OF INITIAL DEFLECTIONS IN A RESTRAINED ROCK STRATUM APPLYING WITH BEVEL AXIAL PRESSURE ON FOLDING OF A SINGLE LAYER

Yu Ainan, Ye Bailong, Deng Shuohua, Mao Xiancheng
College of Resource, Environment and Civil Engineering,
Central South University of Technology, Changsha 410083

ABSTRACT By Fourier series way, effects of initial deflections of rock stratum on folding of a single layer, whose surface is bevel to the axial pressure (P) applied, have been studied; it is shown that only one order wave of the initial deflections affects on, the folding of the single layer with no restraint. And the effects of initial deflections on folding of restrained layer were discussed as well, the results indicated that only initial deflection, whose wavelength is equal or approximately equal to finally dominant wavelength, has an effect on folding of a single layer.

Key words fold initial deflection fourier series rock stratum

(编辑 何学锋)