

柱式开采岩爆发生条件与时间效应的尖点突变^①

徐曾和 徐小荷

(东北大学 138 信箱, 沈阳 110006)

摘 要 用尖点突变理论研究了柱式开采下厚层状粘弹性顶板岩爆的非稳定机制与滞后现象, 阐明了只有刚度比满足使能量突然释放的条件和外界能对系统提供足够能量的条件下才能发生岩爆; 岩爆滞后是由于控制参数变化需要经过一段时间才能满足分岔集方程所致; 还导出了岩爆最大可能滞后时间, 并对影响最大滞后时间的因素进行了讨论。

关键词 岩爆发生条件 岩爆滞后时间 尖点突变 粘弹性

岩爆是采矿过程中岩体突然破坏并迅速释放大量的现象, 是矿井生产中最严重的灾害之一。除岩爆发生的猛烈性和突然性外, 滞后性是另一显著特点, 即岩爆往往要在加载(由放炮等工序引起)结束后, 经过一段滞后时间才发生。岩爆滞后的危险性在于它可以使人们误以为危险已消失, 过早进入作业区而遭遇危险。因此研究岩爆滞后发生的原因, 确定滞后发生时间具有重要意义。

矿井岩爆是人类开采矿石资源引起的, 可以通过控制采矿活动防止其发生, 为此首先要研究岩爆的非稳定机制。由 Rene Thom 等人发展的突变理论是研究由连续原因引起不连续结果的有力数学工具, 在地震、岩爆、岩石失稳破裂中都有成功的应用^[1-3]。由于大量岩爆发生在各种矿柱上^[4], 对矿柱岩爆问题的研究有较大实际意义。本文用尖点突变理论研究了柱式开采时厚层状粘弹性顶板岩层下单一矿柱岩爆的非稳定机制、发生条件、岩爆滞后原因、最大滞后时间与影响因素。

远大于矿柱宽度, 则其对顶板的支撑力可视为集中力, 顶板岩层自重和上复岩层对它的作用可视为强度为 P_0 的分布力, 这样可得如图 1(b)所示的力学模型。若将顶板岩层视为广义 Kelvin 体, 其本构关系如式(1)。

$$\sigma + \frac{E_\infty}{E_0} \tau_r \frac{\partial \sigma}{\partial t} = E_\infty (\varepsilon + \tau_r \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}) \quad (1)$$

$$E_\infty = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}, \quad E_0 = E_2, \quad \tau_r = \frac{\eta_1}{E_1} \quad (2)$$

式中 E_∞ 为长期模量, E_0 为瞬时模量, τ_r 为松弛时间, σ 是应力, ε 是应变。矿柱具有如图 2(a)所示的非线性应变弱化性质, 其本构关系

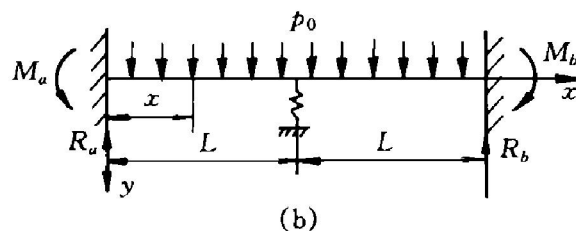
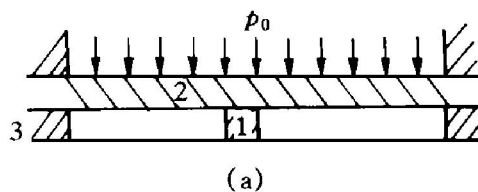


图 1 力学模型简图

1—矿柱; 2—顶板; 3—未采矿层

1 矿柱岩爆的力学模型

图 1(a) 是柱式开采示意图。若开采长度 L

① 国家教委博士点基金资助项目, 编号 9214505 收稿日期: 1996- 02- 15; 修回日期: 1997- 02- 26
徐曾和, 男, 32 岁, 副教授, 博士

为^[5]

$$f(y_0) = \lambda y_0 \exp(-y_0/y_c) \quad (3)$$

式中 y_0 是矿柱变形值, y_c 为峰值荷载对应的变形值, λ 是初始刚度。为建立梁方程, 在式(1)两端同乘以 y_m 后在梁的横截面上的积分

$$\left(1 + \frac{E_\infty}{E_0} \tau_r \frac{\partial}{\partial t}\right) \int_A (\sigma \times y_m) dA = E_\infty \left(1 + \tau_r \frac{\partial}{\partial t}\right) \int_A (\varepsilon \times y_m) dA \quad (4)$$

式中 A 是梁的截面积, y_m 是距梁中性面的距离。按材料力学, 由上式可导出

$$\left(1 + \frac{E_\infty}{E_0} \tau_r\right) M(x, t) = E_\infty I \left(1 + \tau_r \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

式中 I 是惯性距, y 是梁中性面的挠度。由于模型的对称性, 可取一半加以研究, 因此按图 1(b) 有

$$M(x, t) = P_0 x^2/2 + M_a(t) - R_a(t)$$

式中 $M_a(x, t)$ 是待定的固支端梁弯矩, $R_a(t)$ 是固支端的梁剪力。将 $M(x, t)$ 代入上式并整理可得

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{1}{\tau_r} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{E_\infty I \tau_r} \left[\frac{P_0 x^2}{2} + M_a(t) - R_a(t)x \right] + \frac{1}{E_0 I} [M_a(t) - R_a(t)x] \quad (5)$$

式中“ $\cdot$ ”表示对时间求导若记 $P(t)$ 为矿柱对梁的支撑力, 则由图 2 和式(2)可知:

$$R_a(t) = P_0 L - \frac{1}{2} P(t),$$

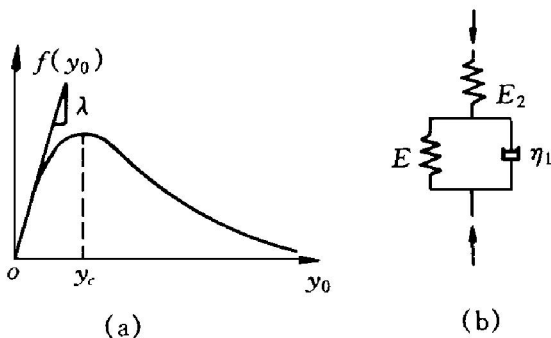


图 2 矿柱和岩层的本构模型

$$\begin{aligned} P(t) &= f[y_0(t)] \\ &= \lambda y_0 \exp(-y_0/y_c) \end{aligned} \quad (6.1-2)$$

由于梁在端点固支, 且力学模型是对称的因素定解条件为

$$\left. \begin{aligned} y(0, t) &= 0, \quad y'(0, t) = 0, \\ y'(L, t) &= 0, \\ \dot{y}(0, t) &= 0, \quad \dot{y}'(0, t) = 0, \\ \dot{y}'(L, t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{re} \quad (7.1-6)$$

显然顶板岩层的瞬时响应是弹性的, 文献[6]已求出了这种情况下梁方程的解。

$$\left. \begin{aligned} y(x, 0) &= \frac{1}{E_0 I} \left[\frac{P_0 x^4}{24} + M_a(t) \cdot \left(\frac{x^2}{2} - R_a(t) \frac{x^3}{6} \right) \right], \\ y(L, 0) &= \frac{P_0 L^4}{24 E_0 I} - \frac{L^3}{24 E_0 I} P(0), \\ M_a(0) &= \frac{P_0 L^2}{3} - \frac{P(0)L}{4}, \\ R_a(0) &= P_0 L - \frac{P(0)}{2}, \\ M_a(0) &= -\frac{P_0 L^2}{6} \end{aligned} \right\} \quad (8.1-5)$$

式(8.1-5)即是式(5)的初始条件, 为求解式(5)引入变换:

$$y(x, t) = W(x, t) \exp(-t/\tau_r) \quad (9)$$

将式(9)代入式(5)和(7.1-6)可得

$$\begin{aligned} \exp(-\frac{t}{\tau_r}) \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} &= \frac{1}{E_\infty I \tau_r} \left[\frac{P_0 x^2}{2} + M_a(t) - R_a(t)x \right] + \frac{1}{E_0 I} [M_a(t) - R_a(t)x] \\ W(0, t) &= 0, \\ W'(0, t) &= 0, \quad W'(L, t) = 0, \\ W(0, t) &= 0, \\ W'(0, t) &= 0, \quad W'(L, t) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} W(0, t) &= 0, \\ W'(0, t) &= 0, \quad W'(L, t) = 0, \\ W(0, t) &= 0, \\ W'(0, t) &= 0, \quad W'(L, t) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (11.1-6)$$

对式(10)积分一次并代入边界条件式(11.5)可得

$$\begin{aligned} \exp(-\frac{t}{\tau_r}) \frac{\partial W}{\partial x} &= \frac{1}{E_\infty I \tau_r} \left[\frac{P_0 x^3}{6} + M_a(t)x - R_a(t) \frac{x^2}{2} \right] + \end{aligned}$$

$$\frac{1}{E_0 I} [M_a(t)x - R_a(t) \frac{x^2}{2}] \quad (12)$$

将式(11.6)代入上式, 并令 $x = L$, $Y(t) = M_a(t) - \frac{L}{2} R_a(t)$ 可得

$$\frac{L}{E_0 I} \frac{dY(t)}{dt} + \frac{L}{E_\infty I \tau_r} Y(t) + \frac{1}{E_\infty I \tau_r} \frac{P_0 L^3}{6} = 0 \quad (13)$$

此时式(8.5)是式(13)的初始条件, 积分上式并注意到式(6.1)可求 $Y(t)$, 和 $M_a(t)$ 为

$$Y(t) = M_a(t) - \frac{L}{2} R_a(t) = -\frac{P_0 L^2}{6},$$

$$M_a(t) = \frac{P_0 L^2}{3} - \frac{L}{4} P(t) \quad (14.1-2)$$

对式(12)积分, 并注意到式(6.1), (14.2)和边界条件式(11.4)可得

$$\begin{aligned} \exp(-t/\tau_r) W(x, t) = & \frac{1}{E_\infty I \tau_r} \left\{ \frac{P_0 x^4}{24} + \right. \\ & \left[\frac{P_0 L^2}{3} - \frac{L}{4} P(t) \right] \frac{x^2}{2} - \\ & \left[P_0 L - \frac{1}{2} P(t) \right] \frac{x^3}{6} \Big\} + \\ & \frac{1}{E_0 I} \left[\frac{x^3}{12} - \frac{Lx^3}{8} \right] P(t) \end{aligned}$$

将 W 用 $y, \dot{y}$ 表示, 并将 $x = L$ 代入上式且令 $y_0 = y(L, t)$ 整理后可得

$$\begin{aligned} \frac{dy_0(0)}{dt} + \frac{1}{\tau_r} y_0 = & \frac{P_0 L^4}{24 E_\infty I \tau_r} - \\ & \frac{L^3}{24 E_\infty I \tau_r} P(t) - \frac{L^3}{24 E_0 I} \frac{dP}{dt} \end{aligned} \quad (15)$$

此时初始条件 $y(0)$ 由式(8.2)确定, 因此积分上式可得

$$\begin{aligned} y_0(t) = & \frac{P_0 L^4}{24 I} \left[\frac{1}{E_\infty} + \left(\frac{1}{E_0} - \frac{1}{E_\infty} \right) \cdot \right. \\ & \left. \exp(-\frac{t}{\tau_r}) \right] + \frac{L^3}{24 I \tau_r} \left(\frac{1}{E_0} - \frac{1}{E_\infty} \right) \cdot \\ & \int_0^t P(t') \exp(-\frac{t-t'}{\tau_r}) dt' - \\ & \frac{L^3}{24 E_0 I} P(t) \end{aligned} \quad (16)$$

显然梁中点挠度 $y_0(t)$ 即是矿柱压缩量, 而梁中点反力也是矿柱所受荷载, 因此式(16)也是

关于帮柱的平衡方程。

2 系统岩爆的尖点突变理论分析

式(16)包含两个变量 y_0 和 t , 但时间 t 不是状态变量, 也不会发生突跳, 因此只需研究 y_0 的突跳。因为式(16)是关于矿柱的平衡方程, 因此若 v 是系统的势函数, 则式(16)等价于 $\partial v / \partial y_0 = v' = 0$ 。即使式(16)满足的 y_0 是系统定态点的集合, 而从 $\partial^2 v / \partial y_0^2 = \partial v' / \partial y = 0$ 可求出退化定态点, 为此将式(16)对 y_0 求偏导并注意到式(6.2)可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v}{\partial y_0^2} = \frac{\partial v'}{\partial y_0} = & 1 - \frac{L^3}{24 I \tau_r} \left(\frac{1}{E_0} - \frac{1}{E_\infty} \right) \cdot \\ & \exp(-\frac{t}{\tau_r}) \int_0^t f'(y_0) \exp(-\frac{t-t'}{\tau_r}) dt' + \\ & \frac{L^3}{24 E_0 I} f'(y_0) \end{aligned} \quad (17)$$

再将式(17)对 t 求导可得

$$\begin{aligned} \frac{L^3}{24 E_0 I} \frac{df'}{dt} + \frac{L^3}{24 I \tau_r^2} \left(\frac{1}{E_0} - \frac{1}{E_\infty} \right) \exp(-\frac{t}{\tau_r}) \cdot \\ \int_0^t f'(y_0) \exp(-\frac{t-t'}{\tau_r}) dt' - \\ \frac{L^3}{24 I \tau_r} \left(\frac{1}{E_0} - \frac{1}{E_\infty} \right) f'(y_0) = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

联立式(17), (18)消去积分项, 并整理, 可得

$$\frac{df'}{dt} + \frac{E_0}{E_\infty \tau_r} f' = -\frac{24 E_0 I}{L^3 \tau_r} \quad (19)$$

积分式(19)可求出

$$\begin{aligned} f'[y_0(t)] = & \{f'[y_0(0)] + \frac{24 E_\infty I}{L^3 \tau_r} \} \cdot \\ & \exp[-E_0 t / (E_\infty \tau_r)] - \frac{24 E_\infty I}{L^3} \end{aligned} \quad (20)$$

将式(20)代入式(17)经运算可得出退化定态点集合满足:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v'}{\partial y_0} = & \{1 + \frac{L^3}{24 E_0 I} f'[y_0(0)]\} \exp(-\frac{t}{\tau_r}) \\ & = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

由于 $(L^3 / 24 E_0 I) > 0$, 上式只有当 $f'(y_0) < 0$, 即矿柱进入峰值强度后的变形区才能满足, 即随着控制参量的变化退化定态点在 $y_0 > y_c$

的某个区间上。现在确定使 $(\partial^2 v' / \partial y_0^2) = 0$ 成立的点, 为此将式(17)对 y_0 求偏导, 可得

$$\frac{\partial^2 v'}{\partial y_0^2} = \frac{L^3}{24E_0 I} f''(y_0) - \frac{L^3}{24I \tau_r^2} \left(\frac{1}{E_0} - \frac{1}{E_\infty} \right) \exp\left(-\frac{t}{\tau_r}\right) \cdot \int_0^1 f''(y_0) \exp\left(\frac{t'}{\tau_r}\right) dt' = 0 \quad (22)$$

按式(18)~(21)的类似求导过程可得

$$\frac{\partial^2 v'}{\partial y_0^2} = \frac{L^3}{24E_0 I} f''[y_0(0)] \exp\left(-\frac{t}{\tau_r}\right) = 0 \quad (23)$$

由于 $(L^3/24E_0 I) > 0$, $\exp(-t/\tau_r) > 0$, 显然只有当 $f''(y_0) = 0$ 上式才能成立。因此由式(3)可求出 $y_1 = 2y_c$ 。现在求 $(\partial^2 v' / \partial y_0^2)$ 在 y_1 处的值, 为此将式(22)对 y_0 求偏导并注意到 $f'''(y_1)$ 与时间无关可提出积分号外, 因此得

$$\frac{\partial^3 v'}{\partial y_0^3} = \left[\frac{L^3}{24E_0 I} - \frac{L^3}{24I \tau_r^2} \left(\frac{1}{E_0} - \frac{1}{E_\infty} \right) \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_r}\right) \int_0^1 \exp(t'/\tau_r) dt' \right] f'''(y_0) = 0$$

积分上式并注意到式(3)可得

$$\frac{\partial^3 v'}{\partial y_0^3} \Big|_{y_0=y_c} = \frac{\lambda e^{-2}}{y_c^2} \left[\frac{L^3}{24E_\infty I} (1 - \exp(-t/\tau_r)) + \frac{L^3}{24E_0 I} \right] \quad (24)$$

由于 $\lambda e^{-2}/y_c^2 > 0$, $\frac{L^3}{24E_\infty I} > 0$, $\frac{L^3}{24E_0 I} (1 - \exp(-t/\tau_r)) \geq 0$, 因此 $\frac{\partial^3 v'}{\partial y_0^3} \Big|_{y_0=y} > 0$, 这样按尖点突变理论 y_1 是尖点, 而将平衡方程式(16)在尖点附近展开成 Taylor 级数时 $\frac{\partial^3 v'}{\partial y_0^3} \Big|_{y_0=y_c}$ 是第一个非零项, 因此高于三次的项可以略去而不影响系统在尖点附近的定性性质, 这样由控制方程式(5), 边界条件式(7.1-6)和初始条件式(8.1-5)确定的力学模型对应于尖点突变模型, 而从式(21)和式(23)可以看出退化定态点集合和尖点与时间无关, 将式(6.2)代入式(16)并将式(16)在 y_1 附近展开, 并略去三次以上项并整理, 可得

$$v' = (y_0, t) = \left\{ \lambda_1 + \frac{24S(t)I}{L^3} - \frac{p_0 L}{y_{01}} \right\} + \left\{ \frac{24S(t)I}{L^3} - \lambda_1 \right\} \left[\frac{y_0(t) - y_1}{y_1} \right] + \frac{2}{3} \lambda_1 \left[\frac{y_0(t) - y_1}{y_1} \right]^3 \quad (25.1)$$

$$\frac{1}{S(t)} = \frac{1}{E_\infty} + \left(\frac{1}{E_0} - \frac{1}{E_\infty} \right) \exp(-t/\tau_r), \quad \lambda_1 = \lambda e^{-2} \quad (25.2-3)$$

若令 $x(t) = [y_0(t) - y_1]/y_1$, 则上式变为

$$x^3 + u(t)x + v(t) = 0 \quad (26)$$

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= \frac{3}{2} \left[\frac{K(t)}{\lambda_1} - 1 \right], \\ v(t) &= \frac{3}{2} \left[1 + \frac{K(t)}{\lambda_1} - \frac{p_0 L}{\lambda_1 y_1} \right], \\ K(t) &= \frac{24S(t)I}{L^3} \end{aligned} \right\} \quad (27.1-3)$$

按式(26)作图可得图3所示平衡曲面, 曲面上双折线在 $u-v$ 平面上的投影即是分岔集, 其方程为

$$27v^2(t) + 4u^3(t) = 0 \quad (28)$$

尖点突变理论^[7]指出, 当系统位于分岔集上的平衡态时将发生突跳, 这样由式(28)和式(26)显然仅当 $u < 0$ 时, 即

$$[K(t)/\lambda_1] < 1 \quad (29)$$

才发生突跳。式(29)即是系统岩爆的必要条件, 因为式(29)中 $K(t)$ 实际是梁在中点的局

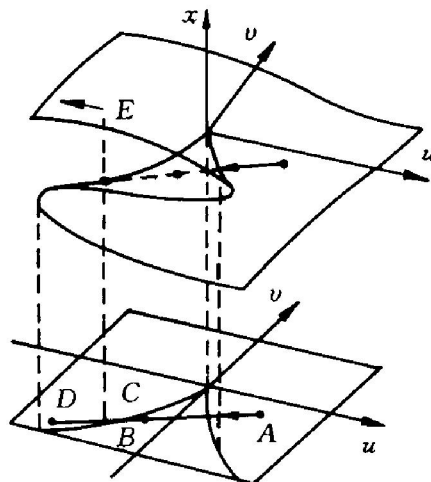


图3 平衡曲面与分岔集

部刚度,而 λ_1 是矿柱在拐点处负刚度的绝对值。因此 $K(t)/\lambda_1$ 可称为刚度比,它仅反映了组成系统的材料特性和几何尺度,系统岩爆的必要条件仅取决于系统自身特性。

为考察岩爆的滞后性,现在讨论 $u(t)$, $v(t)$ 随时间变化的趋势,为此将 $S(t)$ 对时间求导可得

$$\frac{dS(t)}{dt} = \left(\frac{1}{E_0} - \frac{1}{E_\infty} \right) \exp\left(-\frac{t}{\tau_r}\right) / \left\{ \tau_r \left[\frac{1}{E_\infty} + \left(\frac{1}{E_0} - \frac{1}{E_\infty} \right) \exp\left(-\frac{t}{\tau_r}\right) \right]^2 \right\}$$

由于 $\tau_r, E_0, E_\infty > 0$, $\exp(-t/\tau_r) > 0$, $E_0 > E_\infty$, 因此 $dS(t)/dt < 0$ 将式(27.1-2)对时间 t 求导并注意到式(27.3)可得

$$\frac{du(t)}{dt} = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{36L}{\lambda_1 L^3} \frac{dS(t)}{dt} < 0 \quad (30)$$

即 $u(t)$, $v(t)$ 单调减,且递减幅度相同。这表明随 t 的发展, $u(t)$, $v(t)$ 在平面上沿与 u 轴和 v 轴均成 45° 的直线 $u = v + a$ 上变化。因为在分岔集上必有 $y_0 > y_c$ 时 $x(t) = -(1/2)$, 此时由式(28)和式(26)可得 $u = -(3/4)$, $v = -(1/4)$; 相应的直线方程为

$$u = v - 1/2 \quad (31)$$

u, v 在直线上的变化方向如图 4(a) 中箭头所示。由于在荷载作用下 y_0 是渐增的, 初始的 $x < 0$, 即初始状态变量态落在曲面的下半叶, 这样只有跨越分叉集左支才能发生突跳。由上面的讨论与图 4(a) 可知, 只有当系统的初始状态在 $u-v$ 平面上的投影落在由分叉集左支、 v 的正半轴和直线式(31)围成的曲边三角形内(图 3 中的阴影区)时, 随时间的发展才可能跨越分叉集左支; 若初始状态位于直线式(31)的右下方则总也不能发生岩爆。若 $t=0$ 时, 由 $u(0)$, $v(0)$ 确定了区内 A 点, 过该点的直线为 $u = v + a_1[a_1(1/2)]$, 当 t 增加时 u, v 在该直线上可移动到 D 点, 因 D 点已越过分叉集左支, 对所研究的问题实际是不可能的。在这种情况下一定存在一个有限的时间间隔 Δt 使得 $t_c = \Delta t$ 时, 由控制变量 $u(t_c)$, $v(t_c)$ 确定了直线与分叉集的交点 C , 此时在小振动触发作

用下, 状态变量 x 由曲面下半叶突跳到上半叶, 即系统发生了岩爆。这样尽管在 $t=0$ 时系统不发生岩爆, 当 $t=t_c$ 时仍将发生岩爆。若当 $t \rightarrow \infty$ 时 $u(\infty)$, $v(\infty)$ 确定了直线上 B 点, 则系统总也不会发生岩爆。将方程 $u = v + a_1$ 与式(28)联立, 并注意到(27.1)可得

$$\frac{3}{4} \left[\frac{K(t_c)}{\lambda_1} - 1 \right] - a_1 = \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{K(t_c)}{\lambda_1} - 1 \right] \right\}^{-3/2} \quad (32)$$

式中 t_c 是系统状态达到分岔集的时间。若用平面方程 $u = v + a_1$ 截平衡曲面式(26)可得图 4(b)。从图 4(b)可直观看出, 随时间 t 的发展, 状态变量 $x(t)$ 逐渐增加, 即 $y_0(t)$ 是增大的, 表明矿柱被压缩。

这样由上述讨论可知, 对本文所研究的系统, 岩爆滞后是由于顶板岩层变形模量随时间发展而减小, 引起控制变量不断减小, 需要经过一段滞后时间才能达到分岔集左支引起的, 这样就依据突变理论对岩爆滞后现象给出一种

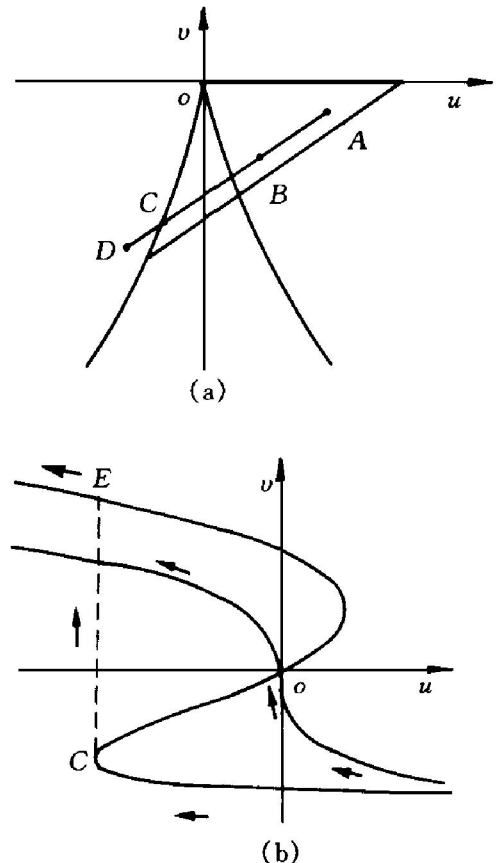


图4 岩爆的滞后与突跳

理论解释。

显然式(32)即是系统发生岩爆的充分条件,且此时矿柱处于峰值强度后的变形区。这些条件等价于:(1)荷载 p_0L 足够大,以使矿柱进入峰值强度后的变形区,(2)梁中点刚度 $K(t)$ 能从 $K(0)$ 减小到 $K(\infty)$,即允许荷载 p_0L 在不破坏系统平衡的条件下不断对系统做功,使 $u(t)$, $v(t)$ 能达到分叉集左支时,式(32)时才能满足。

显然条件式(1)是系统外部条件,而式(2)包含了系统内部条件 $[K(t)$ 的变化]。与必要条件式(29)仅取决于系统内部条件不同,充分条件式(32)还取决于系统的外部条件。

由式(26),(28)容易求得突变前后系统的状态变量及突跳量为

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_2 = - \left(-\frac{\mu}{3} \right)^{1/2}, \\ x_3 &= 2 \left(-\frac{\mu}{3} \right)^{1/2} \Delta x \\ &= x_2 - x_3 \\ &= \frac{3\sqrt{2}}{2} \left[1 - \frac{K(t_c)}{\lambda_1} \right]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (33.1-3)$$

3 岩爆最大滞后时间与影响因素

按上节讨论求解式(32)即可得到岩爆滞后时间,但在工程实际中确定岩爆的最大滞后时间 $t_{c \max}$ 比确定滞后时间 t_c 更重要,因为在经历了最大滞后时间 $t_{c \max}$ 后仍不发生岩爆,表明作业区已不受岩爆威胁,人员可进入作业区而不遭遇危险。

按上述讨论,岩爆是系统状态变化经过尖点时发生的现象,因此矿柱变形达到尖点时仍不发生岩爆,表明系统再也不发生岩爆。图4(b)中曲线2即是系统状态变化经过尖点不发生岩爆的一个例子。这样就可按状态变量从 $y_0(t)$ 变形到 $y_1(t)$ 所需的时间确定岩爆最大滞后时间 $t_{c \max}$ 。因为已令 $t_0=0$,因此将 y_1 代入式(25.1)并注意到式(26)可得

$$y_1 = \frac{L^3}{24I} (p_0L - \lambda_1 y_1) \left[\frac{1}{E_\infty} + \left(\frac{1}{E_0} - \frac{1}{E_\infty} \right) \exp(-t_{c \max}/\tau_r) \right] \quad (34)$$

从上式解出 $t_{c \max}$ 可得

$$t_{c \max} = \tau_r \ln \left[\frac{1-b}{1-K(\infty)/\lambda_1 c} \right] \quad (35)$$

式中 $K(\infty) = 24IE_\infty/L^3$ 是 $t \rightarrow \infty$ 时梁在中点的抗弯刚度, $b = E_\infty/E_0$, $c = p_0L/\lambda_1 y_1 - 1$ 。

现讨论影响岩爆最大滞后时间 $t_{c \max}$ 的因素,为便于讨论,令 $c=1$,并按照式(35)作图。从图中容易看出:(1)对于固定的 K/λ_1 , E_∞/E_0 越小,岩爆最大滞后时间越大。(2)对于固定的 E_∞/E_0 , K/λ_1 越小,岩爆滞后时间越短。(3)岩爆滞后时间与松弛时间 τ_r 成正比, E_∞/E_0 越小表明 E_∞ 与 E_0 差别越大,即顶板岩层的粘性越大。 τ_r 越大,梁的粘性也越大,因此论点(1)、(3)与物理直观是吻合的。由于注意到 $K(\infty)/\lambda_1$ 是必要条件式(29)当 $t \rightarrow \infty$ 时的特例,若初始时 $K(0)/\lambda_1 > 0$,则由于 $K(t)$ 的连续性 K/λ_1 越小表明系统满足必要条件所需的时间越短。因此论点(2)与前面关于岩爆必要条件的讨论是一致的。

岩爆滞后发生现象是生产中常见的,因此在岩爆威胁严重的矿井确定加载(由放炮等引起)后的安全延滞时间是一个需要解决的实际问题。本文对岩爆最大滞后时间 $t_{c \max}$ 的讨论对制定这样的安全延滞时间是有帮助的。

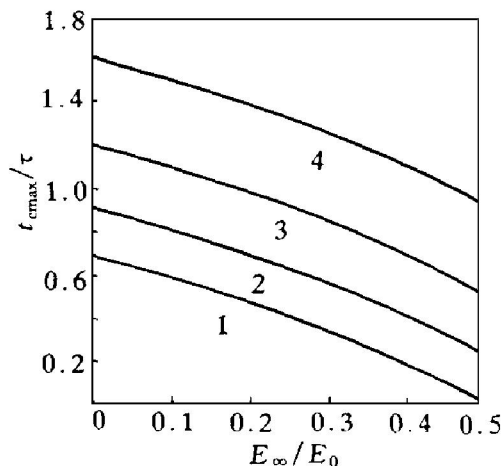


图5 岩爆最大滞后时间

1— $K/\lambda_1 = 0.5$; 2— $K/\lambda_1 = 0.6$;

3— $K/\lambda_1 = 0.7$; 4— $K/\lambda_1 = 0.8$

4 结论

用尖点突变理论对粘弹性顶板岩层下矿柱岩爆机制与岩爆滞后现象进行了讨论,结果表明系统积累起足够的能量是岩爆发生的条件之一。此外,能否发生岩爆还取决于系统的刚度比,而刚度比条件式(29)实际是系统已积累的能量突然释放的条件,因为由 $f'(y_0)$ 的连续性可知 $K(t_c)/\lambda_1 = K(t_c)/|f'(y_1)| < 1$ 表明必然存在尖点的某一邻域 $[y_1 - \varepsilon_1, y_1 + \varepsilon_2]$,在此域内满足

$$K(t)/|f'(y_0)| \leq 1 \quad (36)$$

等式仅在端点成立,若令图3中C点对应的矿柱压缩量为 y^* ,E点对应的矿柱压缩量为 y^{**} ,因为分岔集中平衡方程的一阶导数为零,则从式(21)可得 $K(t)/|f'(y_0^*)| = 0$,这样显然有 $y_1 - \varepsilon_1 = y_0^*$,而相应邻域为 $[y_0^*, y_1 + \varepsilon_2]$,由于当系统从C点突跳到E点的过程中,即矿柱从 y^* 突然压缩到 y^{**} 的过程中 $u(t)$, $v(t)$ 不变化,这表明在岩爆过程中外界没有向系统输入能量,矿柱压缩需要的能量来自系统内部,即系统某一部分得到的来自系统另一部分释放的能量。因为对相同的变形值,刚度越小释放或储存的能量越大,因此式(36)表明,顶板释放的能量超过了矿柱进一步压缩

需要的能量,而且在尖点前这种能量差一直在增大,经过尖点后才逐步减少。这意味着从 y^* 开始的系统状态变化与矿柱压缩必然是突然的、自行发生的和瞬时完成的,系统能量释放也是突然的、自行发生和瞬时完成的。在实践中,这样的能量释放就是引起灾害的要源。

这样按上述讨论,岩爆发生条件式(32)可看作外界对系统提供充分能量的条件,而条件式(28)可看作能量突然释放的条件。

本文考虑了顶板岩层的粘弹性,从突变理论的角度对岩爆滞后现象给出了一种理论解释。但岩爆滞后现象还可以是由其它原因造成的,如高地应力作用下矿柱强度随时间的衰减等,对这一问题作者将另外探讨。

参考文献

- 1 殷有泉,郑顾团. 地球物理学报, 1988, 1(6): 658- 663.
- 2 徐曾和,徐小荷,唐春安. 煤炭学报, 1995, 20(4): 485- 491.
- 3 唐春安,徐小荷. 岩石力学与工程学报, 1990, 8(2): 100 - 107.
- 4 陈宗基. 岩石力学与工程学报, 1990, 6(1): 1- 17.
- 5 唐春安. 岩石破裂过程中的灾变. 北京: 北京煤炭工业出版社, 1993: 10- 30.
- 6 徐曾和,李刚常. 力学与实践, 1993, 15(1): 44- 47.
- 7 桑德期 P T 著. 凌复华译. 灾变理论入门. 上海: 上海科学出版社, 1987.

CUSP CATASTROPHE OF OCCURRENCE CONDITIONS AND HYSTERESIS OF ROCKBURSTS IN PILLAR WORKINGS

Xu Zenghe, Xu Xiaohe

P. O. Box 138, Northeastern University, Shenyang 110006

ABSTRACT The instability mechanism of the pillar rockbursts, which is under a thick, viscoelastic roof stratum, was discussed by applying the cusp catastrophic theory. It was explicated that the rockbursts take place only when the stiffness ratio satisfies the condition enabling energy to release abruptly, and the system has accepted enough energy from external world. It is the cause of the rockbursts hysteresis that a piece of period is needed before the control variates satisfy the equation of bifurcation set, and the factors influencing the hysteresis time were discussed.

Key word occurrence condition of rockbursts hysteresis time of rockbursts cusp catastrophe viscoelasticity

(编辑 何学锋)