

软弱岩体 Berger 模型及井巷流变地压^①

张向东

(辽宁工程技术大学土木工程系, 阜新 123000)

郑雨天 吕兴亚 张玉凡

(东北大学资源与土木工程学院, 沈阳 110006)

摘 要 在室内对硅藻岩进行了主要物理力学指标测定和蠕变试验的基础上, 分析了软弱岩体的流变特性。根据 Berger 模型, 建立了软弱岩体的流变状态方程和蠕变方程来分析支护前围岩移动规律和支护后流变地压的增长规律, 同时还研究了软弱岩体的长期强度。

关键词 软岩 流变地压 蠕变 长期强度 非线性回归分析

不论是矿山, 还是铁路、公路和军事人防工程, 都需要开拓大量的井巷、隧道和峒室, 这些统称为地下工程。地下工程的施工经常遇到软弱岩体, 在这类岩体中施工和维护都十分困难。

软弱岩体多属于第三系地层, 一般含有大量的粘土矿物成分, 多为高岭土、蒙脱石、伊利石和水云母等, 亲水性强, 遇水潮解或崩解, 极易风化。第三系软弱岩体的特性是成岩性低、胶结性差、抗压强度小, 且具有或多或少的膨胀特性, 同时还具有时间效应, 即具有明显的流变特性, 支护前围岩蠕变变形量随时间而不断增加, 支护后围岩与支护体间构成弹粘性或弹粘塑性的力学体系, 从而对支护体产生随时间而不断增长的流变地压。

具有代表性的软弱岩体有: 硅藻岩、泥岩、粘土页岩、泥质板岩、泥质粉砂岩等。本文在对硅藻岩进行蠕变试验的基础上, 采用 Berger 模型对其应力应变进行了系统的研究, 最后得到了支护前围岩位移的发展规律及流变地压的计算公式。

1 物理力学特性和蠕变规律

硅藻岩是典型的软弱岩体, 通过现场取

样, 室内试验测得其主要物理力学指标参见表 1。为研究硅藻岩的流变特性, 在室内对其进行了蠕变试验, 得到的蠕变曲线如图 1 所示^[3]。

表 1 室内试验测定的主要物理力学指标

指标	视密度	真密度	含水率	抗压强度	抗拉强度	弹性模量
符号	r_e	d_p	W	R_p	R_{lp}	E_t
单位	kg/m ³	kg/m ³	%	MPa	MPa	MPa
数值	163.8	253.6	52.0	2.31	0.17	180

指标	泊松比	凝聚力	内摩擦角	膨胀应力	膨胀率
符号	μ	C	φ	σ	δ
单位		MPa	(°)	kPa	%
数值	0.24	0.55	30.4	16.9	1.47

试验结果表明, 硅藻岩具有明显的流变特性, 例如, 在试件内应力为 0.848 MPa 时其蠕变变形量为瞬时变形量的 300% 多, 且最后发生破坏。硅藻岩的强度明显与时间有关, 荷载的作用时间越长, 其强度越低, 可用下述方程描述:

$$\sigma_t = A + B e^{-\alpha t}$$

(1)

式中 A , B , σ 均为试验参数, 由试验结果经回归分析得, $A = 0.518 \text{ MPa}$, $B = 1.792 \text{ MPa}$, $\alpha = 0.060 \text{ d}^{-1}$ 。

① 收稿日期: 1995- 07- 20; 修回日期: 1996- 06- 10 张向东, 男, 33 岁, 副教授, 博士

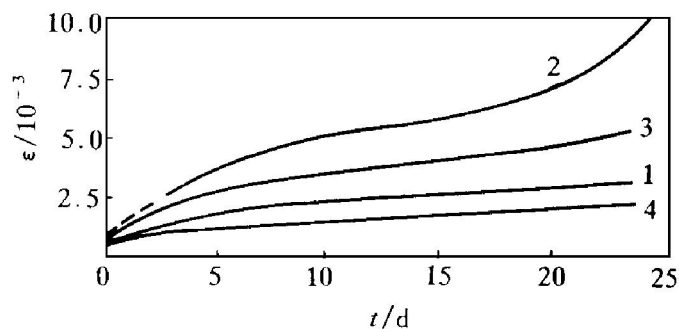


图1 硅藻岩的蠕变曲线

1— $\sigma = 0.848 \text{ MPa}$; 2— $\sigma = 0.942 \text{ MPa}$; 3— $\sigma = 0.958 \text{ MPa}$;
4— $\sigma = 0.455 \text{ MPa}$

2 Berger 模型及参数回归分析

对某些软弱岩体,可采用 Berger 模型来描述其流变特性,如图2所示。

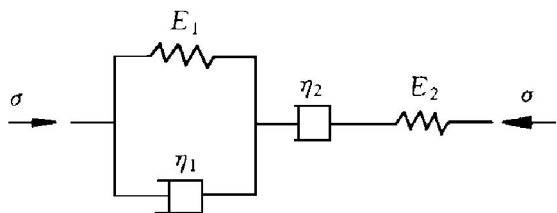


图2 Berger 流变模型

由 Berger 模型得到的流变状态方程为^[1]

$$\ddot{\sigma} + \left(\frac{E_2}{\eta_1} + \frac{E_2}{\eta_2} + \frac{E_1}{\eta_1} \right) \dot{\sigma} + \frac{E_1 E_2}{\eta_1 \eta_2} \sigma = E_2 \ddot{\varepsilon} + \frac{E_1 E_2}{\eta_1} \dot{\varepsilon} \quad (2)$$

当 $\sigma = \text{CONST}$ 时,可得其蠕变方程为

$$\varepsilon = \left(\frac{1}{E_2} + \frac{t}{\eta_2} \right) \sigma + \frac{1}{E_1} \left(1 - e^{-\frac{E_1}{\eta_1} t} \right) \sigma \quad (3)$$

式中 E_1, E_2, η_1, η_2 为参数,应根据试验结果确定。

采用一般非线性回归方法,回归系数可记为

$$\varepsilon = f(t, E_1, E_2, \eta_1, \eta_2) \quad (4)$$

设 b_1, b_2, b_3, b_4 分别为回归系数 E_1, E_2, η_1 和 η_2 的近似值,并令

$$\begin{aligned} E_1 - b_1 &= \delta_1; E_2 - b_2 = \delta_2; \\ \eta_1 - b_3 &= \delta_3; \eta_2 - b_4 = \delta_4 \end{aligned} \quad (5)$$

将回归函数展成泰勒级数,并取线性项,则有

$$\varepsilon = f(t, b_1, b_2, b_3, b_4) + \sum_{j=1}^4 f'_{Bj}(t, b_1, b_2, b_3, b_4) \delta_j \quad (6)$$

式中

$$f'_{B1} = \frac{\partial f}{\partial E_1} = -\frac{\sigma}{E_1^2} \left(1 - e^{-\frac{E_1}{\eta_1} t} \right) + \frac{\sigma}{E_1} \left(1 + \frac{t}{\eta_1} e^{-\frac{E_1}{\eta_1} t} \right)$$

$$f'_{B2} = \frac{\partial f}{\partial E_2} = -\frac{\sigma}{E_2^2}$$

$$f'_{B3} = \frac{\partial f}{\partial \eta_1} = -\frac{\sigma t}{\eta_1^2} e^{-\frac{E_1}{\eta_1} t}$$

$$f'_{B4} = \frac{\partial f}{\partial \eta_2} = -\frac{\sigma}{\eta_2^2}$$

最小二乘目标函数

$$\begin{aligned} Q &= \sum [\varepsilon_i - f(t_i, E_1, E_2, \eta_1, \eta_2)]^2 \\ &= \sum [\varepsilon_i - f(t_i, b_1, b_2, b_3, b_4)]^2 - \sum f'_{Bj}(t, b_1, b_2, b_3, b_4) \delta_j \end{aligned} \quad (7)$$

令

$$\frac{\partial Q}{\partial \delta_k} = 0, \quad k = 1, \dots, 4$$

则有

$$\sum_{j=1}^4 a_{kj} \delta_j = C_k, \quad k = 1, \dots, 4 \quad (8)$$

式中

$$\begin{aligned} a_{kj} &= \sum [f'_{Bk}(t_i, b_1, b_2, b_3, b_4) \cdot f'_{Bj}(t_i, b_1, b_2, b_3, b_4)], \\ &\quad k, j = 1, \dots, 4 \\ C_k &= \sum [[\varepsilon_i - f(t_i, b_1, b_2, b_3, b_4)] \cdot f'_{Bk}(t_i, b_1, b_2, b_3, b_4)], \\ &\quad k = 1, \dots, 4 \end{aligned}$$

解上述方程组,可得回归系数增量 $\delta_1, \dots, \delta_4$, 回归分析步骤如下:

- (1) 选取回归系数的初始值 $b_1, \dots, b_4$;
- (2) 计算 a_{kj} 及 C_k ;
- (3) 解线性方程组(8)得 $\delta_1, \dots, \delta_4$;
- (4) 则 $b_1 + \delta_1, \dots, b_4 + \delta_4$ 就是回归系数的第一次近似值;
- (5) 将第一次近似值作为回归系数的初始值,重复上述步骤,至 $\delta_1, \dots, \delta_4$ 足够小为止。

采用上述方法对试验结果进行分析处理, 得到回归参数如下:

$$E_1 = 483.9 \text{ MPa};$$

$$E_2 = 152.6 \text{ MPa};$$

$$\eta_1 = 752.4 \text{ MPa} \cdot \text{d};$$

$$\eta_2 = 3131.3 \text{ MPa} \cdot \text{d}$$

3 支护前井巷围岩的移动规律

假定井巷断面为圆形, 原岩应力各向等压, 且为 p_o , 如图 3 所示。

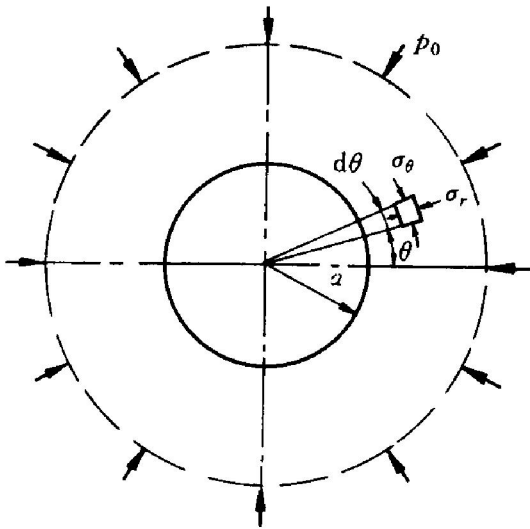


图3 支护前井巷围岩力学模型

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_\theta \\ \sigma_r \end{array} \right\} = (1 \pm \frac{a^2}{r^2}) p_o \quad (9)$$

若认为原岩应力场是一个不随时间改变的稳定应力场, 则支护前围岩二次应力场与时间无关, 可直接采用蠕变方程求解围岩位移。

相对位移由附加应力场引起, 即

$$\left. \begin{array}{l} \sigma'_\theta \\ \sigma'_r \end{array} \right\} = \pm \frac{a^2}{r^2} p_o \quad (10)$$

在复杂应力状态下, 三维 Berger 模型蠕变方程为

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{G_2} + \frac{t}{H_2} + \frac{1}{G_1} (1 - e^{-\frac{G_1}{H_1} t}) \right] S_{ij} \quad (11)$$

对于平面应变问题, 将上式展开得:

$$\epsilon'_\theta = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{G_2} + \frac{t}{H_2} + \frac{1}{G_1} (1 - e^{-\frac{G_1}{H_1} t}) \right] \cdot \frac{a^2}{r^2} p_o \quad (12)$$

根据轴对称几何方程可得围岩的相对位移为

$$u' = \frac{a^2 p_o}{2r} \left[\frac{1}{G_2} + \frac{t}{H_2} + \frac{1}{G_1} (1 - e^{-\frac{G_1}{H_1} t}) \right] \quad (13)$$

井巷围岩周边上的相对位移为

$$u'_a = \frac{a p_o}{2} \left[\frac{1}{G_2} + \frac{t}{H_2} + \frac{1}{G_1} (1 - e^{-\frac{G_1}{H_1} t}) \right] \quad (14)$$

由上式可以看出, u'_a 随时间不断增大。

若取 $a = 3.5 \text{ m}$, $p_o = 2.5 \text{ MPa}$, $G_1 = 195.1 \text{ MPa}$, $G_2 = 61.5 \text{ MPa}$, $H_1 = 303.4 \text{ MPa} \cdot \text{d}$, $H_2 = 1262.6 \text{ MPa} \cdot \text{d}$, 则可得围岩周边相对位移与时间关系曲线如图 4 所示。

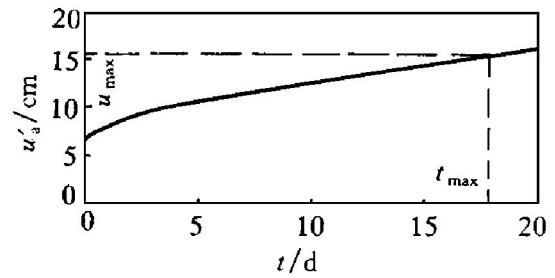


图4 围岩周边相对位移随时间变化曲线

4 支护后围岩与支护粘弹性分析

由于支护阻止了围岩的继续位移, 使支护受到围岩的挤压力, 即形成流变地压。

围岩与支护相互作用力学模型如图 5 所示, 围岩应力场为

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_\theta \\ \sigma_r \end{array} \right\} = (1 \pm \frac{a^2}{r^2}) p_o \mp \frac{a^2}{r^2} p \quad (15)$$

上式中只有地压值 p 随时间而变化, 该式即为围岩应力场的粘弹性解。

井巷开掘后引起的附加应力场为:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma'_\theta \\ \sigma'_r \end{array} \right\} = (\pm p_o \mp p) \frac{a^2}{r^2} \quad (16)$$

在复杂应力状态下, 流变状态方程为

$$\begin{aligned} \dot{S}_{ij} + \left(\frac{G_2}{H_1} + \frac{G_2}{H_2} + \frac{G_1}{H_1} \right) S_{ij} + \frac{G_1 G_2}{H_1 H_2} S_{ij} \\ = 2G_2 \ddot{e}_{ij} + \frac{2G_1 G_2}{H_1} \dot{e}_{ij} \end{aligned} \quad (17)$$

将上式展开, 得切向应力和应变的流变状态方程为

$$\ddot{\sigma}_\theta + \left(\frac{G_2}{H_1} + \frac{G_2}{H_2} + \frac{G_1}{H_1} \right) \dot{\sigma}_\theta + \frac{G_1 G_2}{H_1 H_2} \sigma_\theta = 2G_2 \ddot{\epsilon}_\theta + \frac{2G_2 G_2}{H_1} \dot{\epsilon}_\theta \quad (18)$$

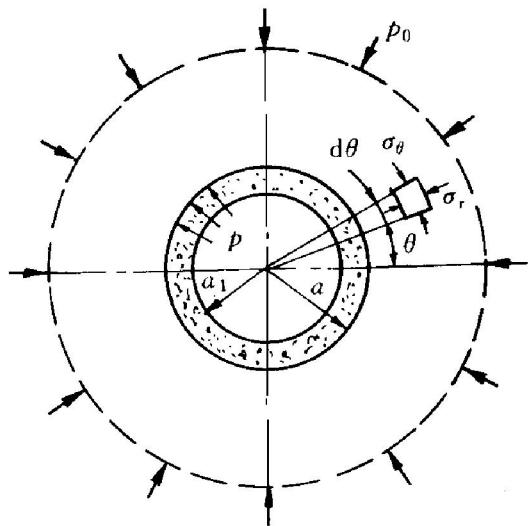


图5 支护后井巷围岩力学模型

将式(16)代入上式,并由轴对称几何方程有:

$$-\frac{a^2}{r^2} \ddot{p} - \left(\frac{G_2}{H_1} + \frac{G_2}{H_2} + \frac{G_1}{H_1} \right) \frac{a^2}{r^2} \dot{p} + \frac{G_1 G_2}{H_1 H_2} (p_o - p) \frac{a^2}{r^2} = 2G_2 \frac{\ddot{u}}{r} + \frac{2G_1 G_2}{H_1} \frac{\dot{u}'}{r} \quad (19)$$

在井巷围岩周边上有:

$$-\ddot{p} - \left(\frac{G_2}{H_1} + \frac{G_2}{H_2} + \frac{G_1}{H_1} \right) \dot{p} + \frac{G_1 G_2}{H_1 H_2} (p_o - p) = \frac{2G_2}{a} \ddot{u}_a + \frac{2G_2 G_1}{a H_1} \dot{u}_a' \quad (20)$$

围岩与支护的接触条件为

$$u_a^S = u_a' - u_1$$

式中 u_1 —井巷开掘后到支护前已产生的位移量, u_a^S —支护外周边的位移量。

若假定支护为线弹性体,则 u_a^S 与地压 p 的关系为

$$u_a^S = \frac{p}{k_s} \quad (22)$$

式中 $k_s = \frac{2G_s(a^2 - a_1^2)}{a[(1 - 2v_s)a^2 + a_1^2]}$, MPa/m;

G_s —支护材料的剪切模量; v_s —支护材料的泊松比。

将式(21)、(22)代入式(20)有:

$$\alpha_2 \ddot{p} + \alpha_1 \dot{p} + \alpha_0 p = \alpha_0 p_o \quad (23)$$

式中 $\alpha_0 = \frac{G_1 G_2}{H_1 H_2}$;

$$\alpha_1 = \frac{G_2}{H_1} + \frac{G_2}{H_2} + \frac{G_1}{H_1} + \frac{2G_1 G_2}{a H_1 k_s};$$

$$\alpha_2 = 1 + \frac{2G_2}{a k_s}$$

方程的通解为

$$p = c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t} + p_o \quad (24)$$

式中

$$\left. \begin{matrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{matrix} \right\} = \frac{\alpha_1 \mp \sqrt{\alpha_1^2 - 4\alpha_0 \alpha_2}}{2\alpha_2};$$

c_1, c_2 为积分常数,需根据初始条件确定。

当 $t = 0$ 时(计算流变地压时,时间从支护时刻起算), $p = 0, \dot{p} = A$

则得

$$c_1 = \frac{A - \lambda_2 p_o}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad c_2 = \frac{A - \lambda_1 p_o}{\lambda_1 - \lambda_2},$$

则

$$p = \frac{A - \lambda_2 p_o}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + \frac{A - \lambda_1 p_o}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} + p_o \quad (25)$$

将式(25)代入式(22)再代入式(21)可得:

$$u_a' = \frac{1}{k_s} \left[\frac{A - \lambda_2 p_o}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + \frac{A - \lambda_1 p_o}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} + p_o \right] + u_1 \quad (26)$$

某立井采用现浇混凝土井壁,水泥标号为400[#],井壁厚度为0.5m,井筒净直径为6.0m,取其它有关参数如表2的示。

根据式(25),可得作用在井壁上的流变地压随时间变化的曲线如图6所示。

5 结论

(1) 流变特性是软弱岩体在受力变形过程

表 2 某立井有关设计指标和围岩力学指标

序号	指标	符号	单位	数量
1	井筒净半径	a_1	m	3.0
2	井筒掘进半径	a	m	3.5
3	混凝土的弹性模量	E_s	MPa	3.25×10^4
4	混凝土的泊松比	ν_s		0.2
		G_1	MPa	195.1
		G_2	MPa	61.5
5	围岩流变参数	H_1	MPa·d	303.4
		H_2	MPa·d	1 262.6
6	原岩应力	p_o	MPa	2.5

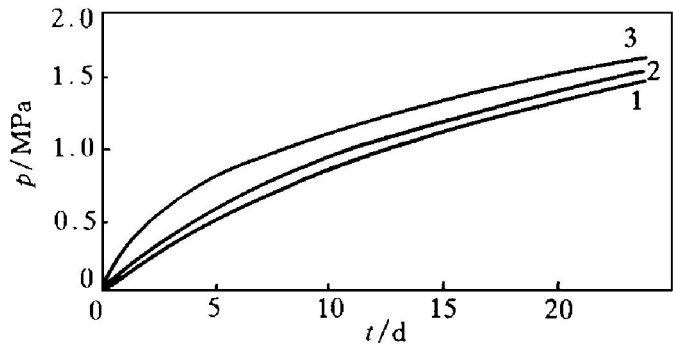


图 6 流变地压随时间变化曲线

中的最本质特性。硅藻岩是具有代表性的软弱岩体之一，试验结果表明，该种岩体蠕变性强，其蠕变变形量为瞬时变形量的 200 % 以上；

(2) 软弱岩体的强度随时间而弱化，是其流变特性的又一种表现形式，荷载作用时间越长，其强度越低，硅藻岩的长期强度可用式 (1) 来描述；

(3) 采用 Berger 模型来分析硅藻岩的流变特性是合适的，由此而得到的支护前井巷围岩相对位移计算公式 (13) 和 (14)，以及支护后井巷流变地压计算公式 (25) 能够很好地揭示其发展规律，与现场实测结果吻合效果好。

参考文献

1 郑雨天. 岩石力学的弹塑性理论. 北京: 煤炭工业出版社, 1988: 303- 373.
2 张向东等. 煤炭科技信息, 1993, (3): 16- 18.

BERGER MODEL OF FLABBY ROCK AND
RHEOLOGIC PRESSURE ACTED ON SHAFT

Zhang Xiangdong

Department of Civil Engineering, Liaoning Engineering Technology University, Fuxin 123000

Zhen Yutian, Lu Xingya, Zhang Yufan

Resources and Civil Engineering Institute, Northeastern University, Shenyang 110006

ABSTRACT The rheologic characteristics of flabby rock have been analyzed on the basis of siliceous rock’s primary physicommechanical targets determined by indoor testing and creep tests. According to Berger model, rheologic constitutive equation and creep equation of flabby rock have been set in order to analyse moving regularity of surrounding rock before supporting and increasing regularity of rheologic pressure after supporting. The long-term strength of flabby rock has been studied in the mean time.

Key words flabby rock rheologic pressure creep long-term strength nonlinear regression analyses

(编辑 何学锋)