

岩体初始应力实测值的各向异性球壳模型解析^①

黄醒春 寇新建

(上海交通大学建筑工程与力学学院, 上海 200030)

摘 要 提出了各向异性弹性球壳模型, 并据此建立了岩体初始应力状态的解析式; 得出了与全球实测应力值相吻合的解析结果, 从自重应力理论的角度分析了岩体初始应力沿地表深度的分布特征。解析结果表明: 岩体初始应力主要受岩体自重、地表位移、地温以及由岩体弹性参数 E 和 μ 间接表述的地质构造运动的影响; 水平面内最大及最小正应力的差异主要取决于岩体各向异性特征。

关键词 岩体初始应力 最大水平应力 最小水平应力 各向异性球壳模型解析

中图法分类号 TU 452

岩体初始应力是一切地下工程科学设计以及稳定性分析中不可缺少的原始数据。迄今, 人们对其进行了大量的理论及原位实测研究, 积累了大量有实用价值的实测数据; 但由于岩体应力分布的复杂性, 这些“点”的实测值还不能反映岩体初始应力状态的全貌。1982年, McCutchen W R^[1]提出基于各向同性弹性球壳模型的自重应力理论以来, Sugawara K等^[2]进一步研究了地表沉陷、地温等影响下的岩体初始应力状态, 得出了与实测水平应力平均值相吻合的解析结果。但是, 事实上水平面内的岩体初始应力往往表现为各向异性, 即水平面内存在最大应力 σ_{H_1} 及最小应力 σ_{H_2} 。这是各向同

性球壳模型所无法解析的。

本文将根据各向异性弹性球壳模型, 从自重应力理论的角度出发, 考虑地表沉陷、岩体自重、岩体物理力学参数的各向异性、地温影响等, 建立能表述水平应力 σ_{H_1} , σ_{H_2} 分布特征的岩体初始应力的解析解。

1 岩体初始应力实测值分布特点

由应力解除法实测的岩体初始应力沿地表深度 Z 的分布如图 1(a), (b), (c), (d) 所示。

图 1(a) 为实测铅垂应力沿地表深度 Z 的分布。其平均关系可表示为 $\sigma_{V\text{mean}} = -26.5Z$

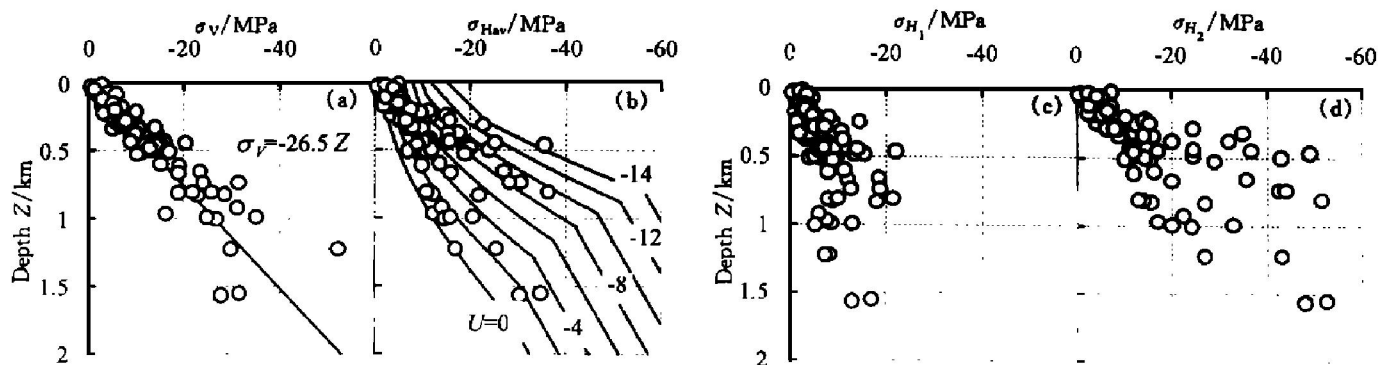


图 1 实测应力分布特点

Fig. 1 Distribution of initial rock stress measurements

① 国家教委回国留学人员资助项目

收稿日期: 1997-08-15; 修回日期: 1998-04-20

黄醒春, 男, 41岁, 副教授

(km), 如图中的实线所示。显然, σ_{Vmean} 可视为平均容重等于 26.5 kN/m^3 的岩石自重应力。图 1(b) 中空白圆点为实测水平应力的平均值, 实线是按各向同性弹性球壳模型的计算结果。可见, 平均应力 σ_{Hav} 与地表位移量 U 存在一一对应的关系, 且全部实测值均位于地表沉陷 $U = 0 \sim -17 \text{ km}$ 所对应的范围内。图 1(c), (d) 分别为水平面内最大应力 σ_{H_1} 及最小应力 σ_{H_2} 沿深度 Z 的分布。两者均具有较大的离散性, 且随深度 Z 的增大, 水平应力的绝对值 $|\sigma_{H_1}|$, $|\sigma_{H_2}|$ 具有相应增大的趋势。

上述对实测岩体应力分布特征的解析正是本文的立意所在。

2 各向异性球壳模型及解析方法

首先, 将水平面内平均应力 σ_{Hav} , 应力比 ξ (本文称之为最大剪应力系数) 以及三维应力状态下的平均应力 σ_m , 偏差应力 σ_d 分别定义如下:

$$\sigma_{Hav} = \frac{\sigma_{H_1} + \sigma_{H_2}}{2} \quad (1)$$

$$\xi = \frac{\sigma_{H_1} - \sigma_{H_2}}{\sigma_{H_1} + \sigma_{H_2}} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_m &= \frac{-\rho g Z + \sigma_{H_1} + \sigma_{H_2}}{3} \\ &= \frac{-\rho g Z + 2\sigma_{Hav}}{3} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\sigma_d = -\rho g Z - \sigma_m \quad (4)$$

式中 ρ —岩体平均密度, 26.5 kN/m^3 ; g —重力加速度, 9.8 m/s^2 。

对各向异性弹性球壳模型, 取图 2 所示的球坐标 (r, θ, ϕ) , 则相应的正应力分量为 $(\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_\phi)$, 正应变分量为 $(\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_\phi)$ 。

根据弹性球壳模型原理:

$$\sigma_r = -\rho g Z, \quad \varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi = \frac{U}{R_0} \quad (5)$$

式中 U —地表沉陷量; R_0 —地球半径, $R_0 = 6370 \text{ km}$; Z —自地表向下的深度。

根据弹性理论, 任意深度 Z 的应力-应变

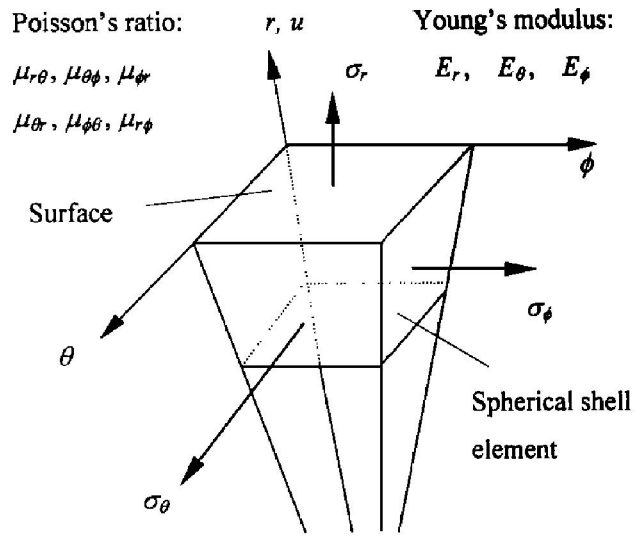


图2 球壳模型及坐标系

Fig. 2 Orthotropic spherical shell model & its coordinates

关系如下:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_r} & -\frac{\mu_{r\theta}}{E_\theta} & -\frac{\mu_{r\phi}}{E_\phi} \\ -\frac{\mu_{\theta r}}{E_r} & \frac{1}{E_\theta} & -\frac{\mu_{\theta\phi}}{E_\phi} \\ -\frac{\mu_{\phi r}}{E_r} & -\frac{\mu_{\phi\theta}}{E_\theta} & \frac{1}{E_\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_\phi \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中 E_r, E_θ, E_ϕ 分别为相应坐标方向的弹性模量; $\mu_{r\theta}, \mu_{r\phi}, \dots, \mu_{\phi\theta}$ 分别为对应的泊松比。考虑对称性, 则:

$$\frac{\mu_{r\theta}}{E_\theta} = \frac{\mu_{\theta r}}{E_r}, \quad \frac{\mu_{r\phi}}{E_\phi} = \frac{\mu_{\phi r}}{E_r}, \quad \frac{\mu_{\theta\phi}}{E_\phi} = \frac{\mu_{\phi\theta}}{E_\theta} \quad (7)$$

引进无量纲参数 S, β, γ 有

$$S = E_r/E, \quad \beta = E_\theta/E, \quad \gamma = E_\phi/E \quad (8)$$

同时, 为使计算简单起见, 假定式(7)中的所有比值均等于 μ/E 。即:

$$\begin{aligned} \mu_{r\theta} &= \mu_{\theta r} = \mu S, \quad \mu_{r\phi} = \mu_{\phi r} = \mu \beta, \\ \mu_{r\phi} &= \mu_{\phi r} = \mu \gamma \end{aligned} \quad (9)$$

以上各式整理得:

$$E \varepsilon_\theta = -\mu \sigma_r + \sigma_\theta / \beta - \mu \sigma_\phi \quad (10)$$

$$E \varepsilon_\phi = -\mu \sigma_r - \mu \sigma_\theta + \sigma_\phi / \gamma \quad (11)$$

考虑热膨胀应变 ε^T , 则:

$$E(\$$

$$\varepsilon^T = \alpha \cdot \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta Z} \right)_0 \cdot Z \quad (14)$$

式中 α —岩体热膨胀系数, $\left(\frac{\Delta\theta}{\Delta Z} \right)_0$ —地温梯度。

将式(5)代入式(12)及式(13), 令水平面内的应力 $\sigma_0 = \sigma_{H_1}$, $\sigma_\phi = \sigma_{H_2}$ 可得:

$$\sigma_{H_1} = (1 + \Gamma + \Theta) \cdot$$

$$\left| \frac{E}{1-\mu} \cdot \frac{U}{R_0} - \frac{\mu Q_g Z}{1-\mu} - \frac{E\alpha}{1-\mu} \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta Z} \right)_0 \cdot Z \right| \quad (15)$$

$$\sigma_{H_2} = (1 - \Gamma + \Theta) \cdot$$

$$\left| \frac{E}{1-\mu} \cdot \frac{U}{R_0} - \frac{\mu Q_g Z}{1-\mu} - \frac{E\alpha}{1-\mu} \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta Z} \right)_0 \cdot Z \right| \quad (16)$$

$$\text{式中 } \Gamma = \frac{1}{2} \frac{(\beta - \gamma)(1 - \mu)}{1 - \beta\gamma\mu^2}$$

$$\Theta = \frac{1}{2} \frac{(\beta + \gamma)(1 - \mu) + 2\beta\gamma\mu - 2}{1 - \beta\gamma\mu^2}$$

考虑前述对平均水平应力 σ_{Hav} 及最大剪应力系数 ξ 的定义, 式(16)中 $\Theta = 0$, 即:

$$(\beta + \gamma)(1 - \mu) + 2\beta\gamma\mu = 2 \quad (17)$$

成立时, 可得平均水平应力 σ_{Hav} 如下:

$$\sigma_{Hav} = \frac{E}{1-\mu} \cdot \frac{U}{R_0} - \frac{\mu}{1-\mu} Q_g Z - \frac{E}{1-\mu} \cdot \alpha \cdot \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta Z} \right)_0 \cdot Z \quad (18)$$

同理, 最大剪应力系数:

$$\xi = \Gamma = \frac{1}{2} \frac{(\beta - \gamma)(1 - \mu)}{1 - \beta\gamma\mu^2} \quad (19)$$

$$\left. \begin{matrix} \sigma_{H_1} \\ \sigma_{H_2} \end{matrix} \right\} = (1 \pm \xi) \sigma_{Hav} \quad (20)$$

式(18)与 Sugawara 等所提出的各向同性弹性球壳模型的解析结果^[2]相同。即平均水平应力可视为: 由地表沉陷 U 引起的变形应力

$\frac{E}{1-\mu} \cdot \frac{U}{R_0}$, 铅垂应力引起的水平附加应力

$-\frac{\mu}{1-\mu} Q_g Z$, 地热引起的温度应力 $-\frac{E}{1-\mu} \cdot$

$\alpha \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta Z} \right)_0 \cdot Z$ 三部分的叠加。式中的弹性参数 E , μ 除直接反映完整岩石的物性外, 间接地反映了断层等的力学特性, 从而间接地反映了

地质构造对岩体初始应力状态的影响。此外, 考察式(19), β 和 γ 分别是与水平面内弹性模量 E_0 和 E_ϕ 有关的量。即: 最大剪应力系数 ξ 主要由水平面内的弹性模量决定。换言之, 水平面内最大及最小正应力的差异主要受岩体的各向异性特征支配。对于各向同性球壳模型, $S = \beta = \gamma = 1$, $\xi = 0$, $\sigma_{H_1} = \sigma_{H_2} = \sigma_{Hav}$ 成立。

由条件式(17)及式(9)可导出最大剪应力系数 ξ 的计算式:

$$\xi = \frac{-2(1-\mu) \sqrt{(3-Q+\frac{2}{\mu})(1-\mu)}}{4-\mu^2 \left| (3-Q)^2 - (3-Q+\frac{2}{\mu})(1-\mu) \right|} \quad (21)$$

$$\text{式中 } Q = \exp \left[-\frac{1}{B} \frac{\sigma_d}{B} \right]$$

3 实测 σ_{H_1} 和 σ_{H_2} 的拟合

由式(18), (20)及(21)可知: 水平面内的应力 σ_{Hav} , σ_{H_1} , σ_{H_2} 受岩体泊松比 μ 、弹性模量 E 、地表沉陷 U 、热膨胀系数 α 及地温梯度 $(\Delta\theta/\Delta Z)_0$ 等因素的影响。这里, 首先参考有关研究结果取 $\mu = 0.2$, $\alpha = 1.4 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$, $(\Delta\theta/\Delta Z)_0 = 35^\circ\text{C}/\text{km}$ 。其次, 根据各向同性弹性球壳模型的分析结果, 取岩体弹性模量 E 为平均应力 σ_m 的函数^[2]; 作 $E = f(\sigma_m)$ 关系图, 如图3折线 $abcd$ 所示。

为了计算简便起见, 取 $E = f(\sigma_m)$ 关系如图中粗实线所示的通过点(0, 5)及点(-50, 16)凹向向下的指数函数关系:

$$E = A[1 - \exp(\sigma_m/B)] + E_0 \quad (22)$$

式中 $A = 22\text{ GPa}$, $B = 72\text{ MPa}$, $E_0 = 5\text{ GPa}$ 。

于是 σ_{Hav} , σ_{H_1} , $\sigma_{$

段先按式(4) 计算偏差应力 σ_d , 再按式(21) 计算水平面内最大剪应力系数 ξ ; 最后由已求得的 σ_{Hav} 及 ξ 按式(20) 计算 σ_{H_1} 及 σ_{H_2} 。

解析结果如图 4 所示。

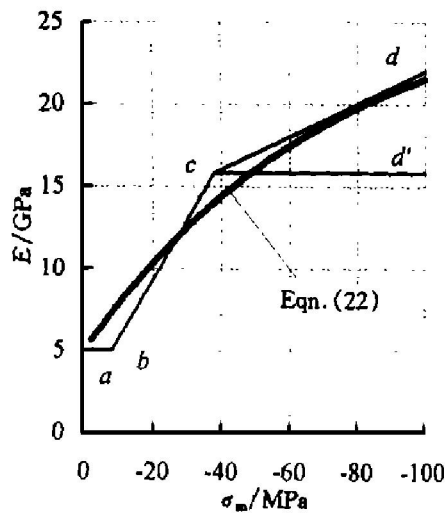


图 3 根据各向同性球壳模型所得的 $E-\sigma_m$ 关系

Fig. 3 Relation of $E-\sigma_m$ from isotropic spherical shell theory

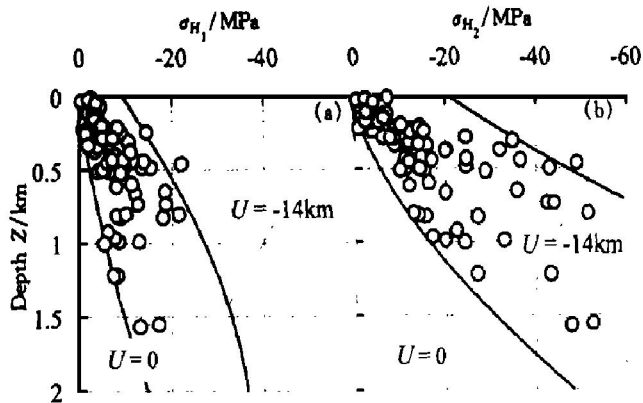


图 4 σ_{H_1} , σ_{H_2} 实测值与解析结果的比较

Fig. 4 Comparison of σ_{H_1} & σ_{H_2} measurements with calculation

图中的空白圆点为实测值, 实线为作者的解析结果。从 4(a), (b) 两图均可看出: 随地表沉陷量的取值增大, σ_{H_1} 与 σ_{H_2} 解析值的绝对值相应增大。 σ_{H_1} , σ_{H_2} 实测值的分布相应地位于地表沉陷 $U=0$ km 及 $U=-14$ km 所对应的解析曲线的范围内。相比较而言, 对应于地表沉陷 U 的增大 σ_{H_1} 增幅较小而 σ_{H_2} 增幅较大。

解析结果与实测值良好吻合。

可见, 岩体初始应力状态可用各向异性弹性球壳模型考虑相应区域岩体弹性参数及地表沉陷来描述, 水平应力 σ_{H_1} 及 σ_{H_2} 的分布特征与地表沉陷 U 相对应(U 的绝对值在 0~ 14 km 内变化)。其次, 由上述解析过程可知, 水平面内的应力 σ_{H_1} , σ_{H_2} 的差异取决于面内最大剪应力系数 ξ , 即由岩体水平面内不同方向的物理力学参数(弹性模量 E_0 , E_ϕ) 所决定。当然, 这种应力状态的弹模依存性以及地壳岩体弹模的变化规律还有待进一步研究。因篇幅所限, 将另文探讨。

4 区域实测例的分析

表 1 所示为作者在日本金石矿山测取的岩体初始应力值。

根据试验结果及现场提供资料^[3, 4], $\mu=0.2$, $\alpha=1.4\times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$, 温度梯度 $(\Delta\theta/\Delta Z)_0=35^{\circ}\text{C}/\text{km}$ 。仍取前述图 3 所示的 $E-\sigma_m$ 关系并根据该地域的地表位移监测及 Sugawara 等人的研究结果^[2- 5], 取地表沉陷 $U=-10$ km。

解析结果如图 5 所示。

图中黑圆点为实测最大水平应力 σ_{H_1} , 空白圆点为实测最小水平应力 σ_{H_2} ; 实线为作者所提球壳模型的解析结果。两者基本吻合。因此, 可以认为各向异性弹性球壳模型适用于区域岩体初始应力状态的评价分析。

表 1 岩体初始应力值实例

Table 1 Example of initial rock stress

Site	Depth Z / m	Initial rock stress/ MPa			Direction of σ_{H_1}
		σ_v	σ_{H_1}	σ_{H_2}	
A	280	- 7.9	- 7.2	- 24.5	N64°E
B	430	- 9.0	- 7.1	- 24.6	N80°E
C	520	- 10.3	- 8.9	- 29.5	E
D	650	- 23.6	- 18.5	- 35.7	N58°E
E	730	- 31.5	- 18.7	- 42.5	N91°E
F	730	- 24.2	- 12.7	- 44.0	N75°E

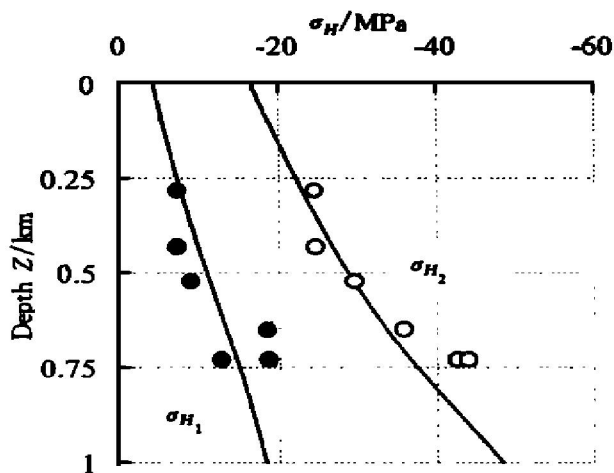


图5 釜石矿山水平应力实测值与解析结果比较

Fig. 5 Comparison of horizontal stress observed at Kamariishi mine with calculating results

5 结论

本文通过建立各向异性弹性球壳模型, 导出了岩体初始应力状态的解析式。并通过对广域及区域岩体应力实测值的模拟分析, 探讨了该解析方法的适用性。从岩体自重应力场理论出发解析了岩体水平应力 σ_{Hav} , σ_{H1} 及 σ_{H2} 的分布特征。解析结果表明: 任意深度 Z 的岩体水平应力主要受该深度的岩体弹性参数 E , μ 以

及热膨胀系数、地温梯度、上覆岩重和相应地域的地表沉陷的影响; 水平面内最大正应力与最小正应力的差异主要取决于岩体参数的各向异性程度。

REFERENCES

- 1 McCutchen W R. Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr, 1982, 19: 201– 203.
- 2 Sugawara K, Jang Hyun Kuk and Huang X C. Journal of the Mining and Materials Processing Institute of Japan, 1995, 111: 913– 918.
- 3 Sakaguchi K and Huang X C. Journal of the Mining and Materials Processing Institute of Japan, 1995, 111: 283– 288.
- 4 Sakaguchi K, Huang X C and Sugawara K. In: Proceeding of Symposium of the Mining and Materials Processing Institute of Japan. Tokyo, 1994: 353 – 354.
- 5 Yoshii K. Earthquake Research Reports, 1979, 54: 75– 117.
- 6 Kohno S. Reports of the Technology and Research on Earthquake & Volcano, 1987, 17: 50– 69.
- 7 Sugawara K and Obara Y. Comprehensive Rock Engineering, 1993, 3: 533– 552.
- 8 Brown E T and Hoke E. Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr, 1978, 15: 211– 215.

ANALYSIS ON INITIAL ROCK STRESS MEASUREMENTS BY ORTHOTROPIC SPHERICAL SHELL MODEL

Huang Xingchun and Kou Xinjian

Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, P. R. China

ABSTRACT An orthotropic spherical shell model has been presented. The elementary equations for initial rock stress analysis have been established in 3D elastic theory. By this method, it is capable to calculate the initial rock stress in any depth below surface, and then trend of maximum and minimum horizontal stress has been investigated based on the gravity field theory. It is shown that the calculation agrees with the initial rock stress measurements observed in the world. In addition, the case example shows a close agreement between the present analysis and the insitu measurement.

Key words initial rock stress maximum and minimum horizontal stress orthotropic spherical shell model analysis

(编辑 何学锋)