

多层介质地层中有低速层 出现时的陷模研究^①

张碧星

(中南工业大学地球物理勘探新技术研究所, 长沙 410083)

喻明 熊伟 兰从庆

(中国科学院武汉物理研究所, 武汉 430071)

摘 要 在三维情况下, 利用 B , P , C 坐标系研究了水平多层介质中导波的能量分布, 提出了一种计算大深度处位移和能流密度的方法, 避免了精度丢失问题。在有低速层介质情况下, 在深入分析瑞利模的基础上, 首次研究了陷模的频散及能流分布, 分析了它们的传播机制。导波能量可能分布在自由表面附近, 表现为面波; 也可能集中在自由界面下某一深度处, 表现为沿低速层延伸方向传播的导波。

关键词 多层介质 B , P , C 坐标系 导波 陷模 瑞利波

中图法分类号 P31

在地球物理勘探、工程物探、超声无损检测等应用研究领域, 弹性波在均匀层状介质中的传播具有重要意义, 因而一直是人们研究的热门课题。弹性波场是纵波和横波的耦合, 在一定程度上比电磁场复杂。Ber Menahem 等^[1]引入 B , P , C 坐标系, 大大简化了三维情况下层状介质中弹性波场的边值求解问题, 对以后的工作起到了重要的作用。

层状介质地层中的导波(guided wave)更具特色, 它传播远、抗干扰能力强; 不仅携带了较多的地层信息, 而且能够较容易地被激发和接收, 为此人们开展了许多深入的工作。然而绝大多数研究工作者研究的导波均为瑞利(Rayleigh)波和拉夫(Love)波, 这种波传播的能量随深度的增加而迅速衰减, 因而称为表面波(surface waves)。在实际的层状介质地层中, 特别是地表下出现低速层时, 除这种模式波外, 还存在陷模波(trapped waves), 这种陷模

波往往对应于沿着地表下某一层面的延伸方向传播的导波。如果信号的测量是在地表进行的话, 这种陷模波不容易被检测到, 常被人们忽视。

近年来跨井(cross-borehole)声学和垂直地震剖面(VSP)等技术取得了很大的进展, 与其它地球物理方法相比, 跨井声学技术在确定地层岩石物性参数及储层参数等地层不均匀的连续性时更具有应用前景。Johnson 等^[2]在科罗拉多(Colorado)完成的跨井实验研究中发现: 井孔中(包括发射井和接收井)的斯东利波[Stoneley wave, 又称管波(tube wave)]和沿地表下低速层中传播的导波可以相互转化, 它们是强烈地耦合在一起的; 沿低速地层传播的导波是耦合在井孔中的管波的主要机制。实验还表明当地层中出现断层时, 这些导波和管波都将消失。这充分表明对导波模式(特别是与沿地表下介质层中传播的导波对应的陷模)的研

① 国家自然科学基金资助课题 19372074 收稿日期: 1997-01-13; 修回日期: 1997-04-27

张碧星, 男, 33岁, 副教授, 博士后

究将具有重要的意义。

然而, 目前人们对于这种模式导波的研究相对很少, 而且也仅限于导波的频散及衰减特性上^[3]。Guzhev 等^[4]曾在二维情况下研究了沿固液交界面传播的斯东利波的能量分布, 对于三维情况下层状介质中传播的导波的能量研究的工作相当少见。我们^[5]曾研究过层状介质中面波的能量分布, 本文正是针对上述情况, 在三维情况下通过理论和数值研究从能量角度上不仅对层状介质中面波作了深入的分析, 而且首次研究了陷模的能量分布特性, 将为地球物理勘探等应用研究中利用导波拾取地层信息提供理论依据。为井孔斯东利波与岩层陷模的耦合研究奠定基础, 对有色金属、油气藏、煤田等勘探具有直接的和潜在的应用意义。

1 水平分层介质模型

考虑由 N 层水平的、均匀的、各向同性的和完全弹性的介质组成的半无限的层状介质模型, 引入圆柱坐标系 (r, θ, z) , $z = 0$ 为自由表面, 模型中介质的序号及界面位置示于图 1。

在 B, P, C 坐标系中, P -SV 波和 SH 波场是解耦的, 可分别考虑它们, 限于篇幅, 本文内容只涉及 P -SV 波情形, 并只给出必要的数学过程。对于繁杂冗长的推导步骤, 读者可参考有关文献。

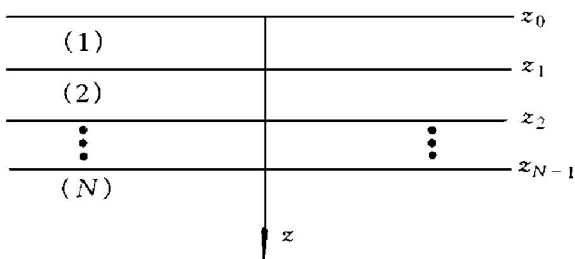


图 1 多层介质模型

Fig. 1 Model of multilayered media

取位移应力矢量及位移势矢量分别为^[6, 7]

$$\mathbf{S} = (U_B/k, U_P/k, \tau_P/\omega^2, \tau_B/\omega^2)^T,$$

$$\phi = (\varphi^+, \varphi^-, \psi^+, \psi^-)^T \quad (1)$$

式中 U 与 τ 分别表示位移和应力场, 下标 B 和 P 表示 B, P, C 坐标系中 B 和 P 分量, φ^+, φ^- 表示向上和向下传播的 P 波部分, 而 ψ^+, ψ^- 则表示向上和向下传播的 SV 波部分。因而由式(1)可以得到

$$\mathbf{S} = \mathbf{M}\phi, \quad \phi = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{S},$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \gamma_S & -\gamma_S \\ \gamma_P & -\gamma_P & 1 & 1 \\ \rho(\gamma-1) & \rho(\gamma-1) & \rho\gamma\gamma_S & -\rho\gamma\gamma_S \\ \rho\gamma\gamma_P & -\rho\gamma\gamma_P & \rho(\gamma-1) & -\rho(\gamma-1) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \gamma & -\frac{\gamma-1}{\gamma_P} & -\frac{1}{\rho} & \frac{1}{\rho\gamma_P} \\ \gamma & \frac{\gamma-1}{\gamma_P} & -\frac{1}{\rho} & -\frac{1}{\rho\gamma_P} \\ -\frac{\gamma-1}{\gamma_S} & \gamma & \frac{1}{\rho\gamma_S} & -\frac{1}{\rho} \\ \frac{\gamma-1}{\gamma_S} & \gamma & -\frac{1}{\rho\gamma_S} & -\frac{1}{\rho} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中

$$\gamma_P = -(1 - c^2/V_P^2)^{1/2},$$

$$\gamma_S = -(1 - c^2/V_S^2)^{1/2},$$

$$\gamma = 2V_S^2/c^2,$$

V_P, V_S 分别为纵波和横波速度, $c = \omega/k$ 为水平方向的相速度, ω 为角频率, k 为水平波数。

第 i 层介质中上下界面的位移应力矢量由传递矩阵 $\mathbf{p}(z_i, z_{i-1})$ 联系:

$$\mathbf{S}(z_i) = \mathbf{p}(z_i, z_{i-1}) \mathbf{S}(z_{i-1}),$$

$$\mathbf{p}(z, z_{i-1}) = \mathbf{M}\mathbf{M}^{-1}, \quad (3)$$

$$\lambda = \text{diag}(e^{\gamma_P kh}, e^{-\gamma_P kh}, e^{\gamma_S kh}, e^{-\gamma_S kh})$$

式中 $h = z_i - z_{i-1}$, 从而第 N 层介质的位移应力矢量与自由表面处的联系为

$$\mathbf{S}(z_N) = \mathbf{p}(z_N, z_0) \mathbf{S}(z_0)$$

$$= \prod_{i=1}^N \mathbf{p}(z_i, z_{i-1}) \mathbf{S}(z_0) \quad (4)$$

我们曾在 Menke^[7]基础上引入矢量

$$\mathbf{E} = (E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6)^T \quad (5)$$

作为上传方式, 简化了数学推导和数值计算过程, 并避免了高频区域的有效数字丢失问题。按照式(5), 导波的频散方程为

$$E_6^{(1)} = 0 \quad (6)$$

其导波强度可由对应极点的留数给出。

2 导波能流分析

对给定波数的导波, 其空间位移分量为

$$\left. \begin{aligned} U_r &= i\pi k^2 S_1 [nH_n^{(1)}(kr)/kr - \\ &\quad H_{n+1}^{(1)}(kr)] \cos n\theta \\ U_\theta &= -i\pi kn S_1 H_n^{(1)}(kr) \sin n\theta / r \\ U_z &= i\pi k^2 S_2 H_n^{(1)}(kr) \cos n\theta \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中 $H_n^{(1)}(kr)$ 为 n 阶 Hankel 函数, n 的值与声源的类型有关, 对于对称点力源和垂直点力源, $n=0$, 而对于水平点力源, $n=1$ 。

对于水平层状介质中的导波, 对时间平均的能流密度和能量密度为

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{\pi\omega^5}{rc^3} H \cos^2(n\theta) e_r \\ W &= \frac{\pi\rho\omega^5}{2rc^3} H_1 \cos^2(n\theta) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中 $H = [\gamma(1 - \gamma_P^2) - 1] S_1 S_2 + S_2 S_4 + \rho\gamma [2 - \gamma(1 - \gamma_P^2)] S_1^2$, $H_1 = [1 + 2\gamma - \gamma^2(1 - \gamma_P^2)] \times S_1^2 + S_2^2 + \frac{1 - \gamma_P^2}{\rho^2} S_3^2 + \frac{2}{\rho^2 \gamma} S_4^2$ 。

文献^[5]在三维情况下分析了层状介质中面波的能流密度和能量密度特性, 面波是沿自由界面传播的一种导波, 其能量密度随深度 z 的增加而迅速减少。而对于其它类型的导波特别是沿自由界面下的介质分界面传播的导波, 对应的深度较大, 如果直接按照式(8)来计算, 将会导致精度丢失。为此我们采用另一种表示方法。

利用 Menke^[7]引入的关于 P 和 S 波交叉积的反对称矩阵

$$D_{ij} = W_i^P W_j^S - W_i^S W_j^P \quad (9)$$

以及 $\mathbf{E}$ 矢量和 $\mathbf{D}$ 矩阵的定义, 可以得到

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & E_1 & E_2 & E_3 \\ -E_1 & 0 & E_4 & E_5 \\ -E_2 & -E_4 & 0 & E_6 \\ -E_3 & -E_5 & -E_6 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}^{(1)} = \mathbf{p}^{-1}(z, z_0) \mathbf{D}^{(2)} \mathbf{p}^{-1T}(z, z_0) \quad (10)$$

对于层状介质中的导波 $E_6^{(1)} = 0$, 因此我们有

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(z) &= \mathbf{pS}(z_0) \\ &= \frac{S_2(z_0)}{E_3^{(1)}} \mathbf{p}(-E_2^{(1)}, E_3^{(1)}, 0, E_6^{(1)})^T \\ &= \frac{S_2(z_0)}{E_3^{(1)}} \mathbf{pD}^{(1)}(0, 0, -1, 0)^T \\ &= \frac{S_2(z_0)}{E_3^{(1)}} \mathbf{D}^{(2)} \mathbf{p}^{-1T}(0, 0, -1, 0)^T \\ &= \frac{S_2(z_0)}{E_3^{(1)}} \begin{bmatrix} p_{32}E_1 - p_{33}E_2 + p_{34}E_3 \\ p_{31}E_1 - p_{33}E_4 + p_{34}E_5 \\ p_{31}E_2 - p_{32}E_4 + p_{34}E_6 \\ p_{31}E_1 - p_{32}E_5 + p_{33}E_6 \end{bmatrix}_{(z)} \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)右边与深度 z 处的 $E_i (i=1, \dots, 6)$ 有关, 而它们可由第 N 层介面处的 $\mathbf{E}$ 矢量直接求得, 不需象以往文献那样, 先将最底层的信息按 $\mathbf{E}$ 矢量上传到自由界面 $z=0$ 处, 再按传递矩阵下传到接收点。因此利用式(11)不仅简化了计算过程, 而且数值计算表明能够有效地避免大深度 z 处的精度丢失问题。

3 有低速层介质时的导波分析

在本部分内容中, 我们通过数值计算来研究和分析有低速层出现时, 水平多层介质中导波的频散和传播特性以及能量分布。先由式(6)确定导波的频散特性, 并由其留数按式(11)得到导波的位移应力矢量, 再由式(7)、(8)即可分析导波的位移和能量分布。我们选择了一个三层介质模型, 其中包含了一个低速层, 它们的参数取值见表1。

导波的模式可以分为两类: 表面模和陷模(surface and trapped modes)。表面模主要依赖于自由表面 $z=0$ 的存在, 对应的波能量主要集中在自由表面附近, 并随深度的增加而迅速衰减, 通常称为表面波(如瑞利(Rayleigh)波和拉夫(Love)波)。陷模则主要依赖于自由界面下的介质交界面, 其能量在自由表面下某一深度处取得最大。所有的导波在传播过程中不损耗能量。

当频率趋于无穷大时, 多层介质中瑞利波

的相速度和群速度趋于只有第一层介质时的瑞利波相速度和群速度, 我们用 V_{∞} 来表示这个速度, 在表 1 中三组参数下不难得到 $V_{\infty}=2\,269\text{ m/s}$ 。我们分两部分来进行讨论。

表 1 三层介质模型参数

Table 1 Parameters of three-layered media				
Note	Compreesional wave velocity / ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	Shear wave velocity / ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	Density / ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	Thickness / m
1	4 000	2 500	2 600	5
	3 000	2 400	2 000	3
	4 000	2 500	2 600	∞
2	4 000	2 500	2 600	5
	3 000	2 000	2 000	3
	4 000	2 500	2 600	∞
3	4 000	2 500	2 600	5
	3 000	1 600	2 000	3
	4 000	2 500	2 600	∞

3.1 $V_{\text{S}}(2) > V_{\infty}$

这时第二层介质中的横波速度 $V_{\text{S}}(2)$ 大于 $V_{\infty}=2\,269\text{ m/s}$, 第一组参数就是这种情况。图 2 是本情况下瑞利波的频散(a)和能流密度(b)曲线, 其群速度(图 2(a), 虚线)在低频范围内比相速度(实线)低而在高频区域则要高; 瑞利波的能流密度(图 2(b))与只有一层介质的半无限情况类似, 这说明瑞利波随深度衰减很快, 受自由表面下介质分界面的影响很不明显。这时若直接利用在自由界面上接收的瑞利波信号来获取表面下的地层信息是很不方便的。

图 3 给出了在第一组参数下的另一种导波的频散和能流性质。由图 3(a)可见, 该导波的相速度(实线)和群速度(虚线)在高频区域接近第二层介质中的横波速度 $V_{\text{S}}(2)(=2\,400\text{ m/s})$, 在低频区域具有截止频率, 在截止频率处相速度和群速度等于第一层介质的横波速度 $V_{\text{S}}(1)(=2\,500\text{ m/s})$ 。这种导波的能流密度(图 3(b))与图 2(b)相比, 具有更窄的频带。

图 4 绘出了上述导波(a)和瑞利波(b)的能流密度与深度 z 的关系, 由图 4(a)可知该模的

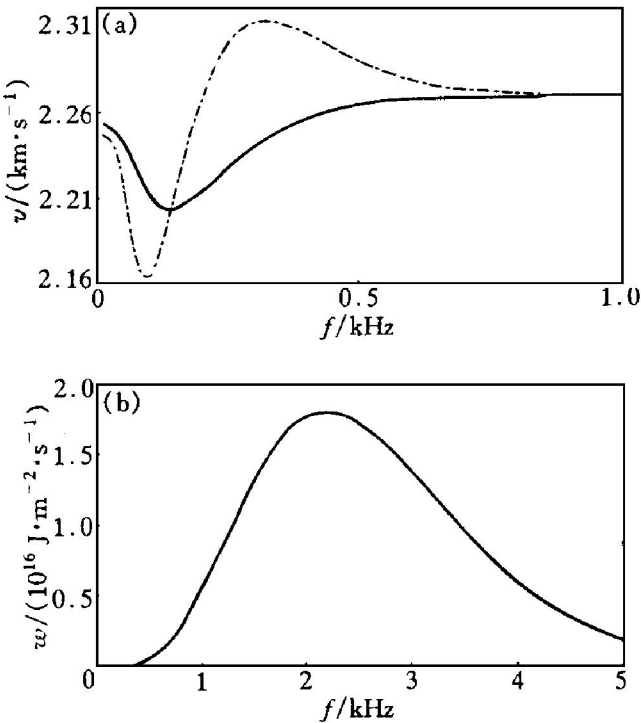


图 2 瑞利波的频散(a)和能流密度(b)曲线

Fig. 2 Dispersion curves (a) and mean energy flux density (b) of Rayleigh wave

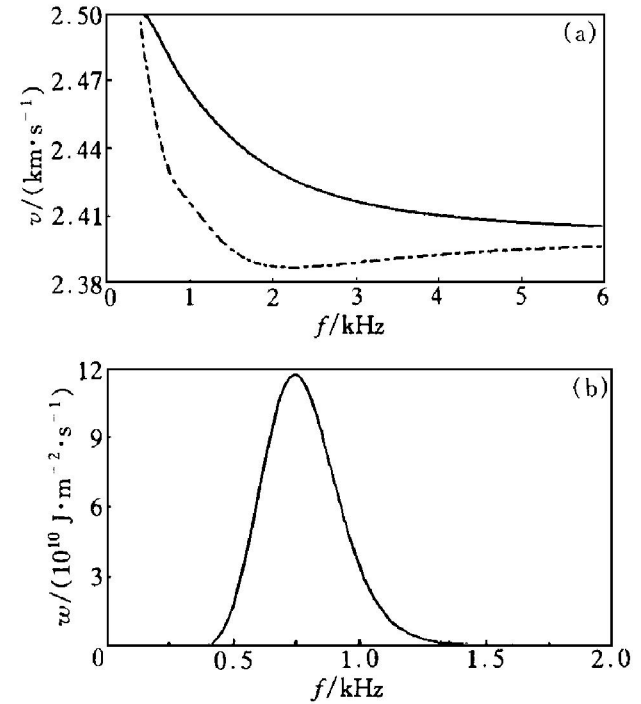


图 3 陷模波的频散(a)和能流密度(b)曲线

Fig. 3 Dispersion curves (a) and mean energy flux density (b) of trapped wave

大部分能量均集中在第二层介质内($z = 5 \sim 8$ m), 且随离开 $z = z_1$ (接收点位于平面 $z = z_1$ 之上部) 及 $z = z_2$ (接收点位于 $z = z_2$ 之下部) 的距离的增加而迅速减少, 能流密度的最大值处在第二层介质的中部, 因而被称为陷模。从图 4(a) 中还可看出与能流密度最大的曲线对应的频率约为 0.8 kHz, 这与图 3(b) 是相符的。然而在图 4(b) 中的瑞利波没有这种特性, 其能量集中在自由表面附近, 故被称为面波。

在图 4 中, 瑞利波能流密度强度大于陷模波强度, 这与声源离自由表面的距离 z_s 有关。如果 z_s 增加, 声源向低速层介质靠近时, 陷模波强度会明显大于瑞利波能流强度。

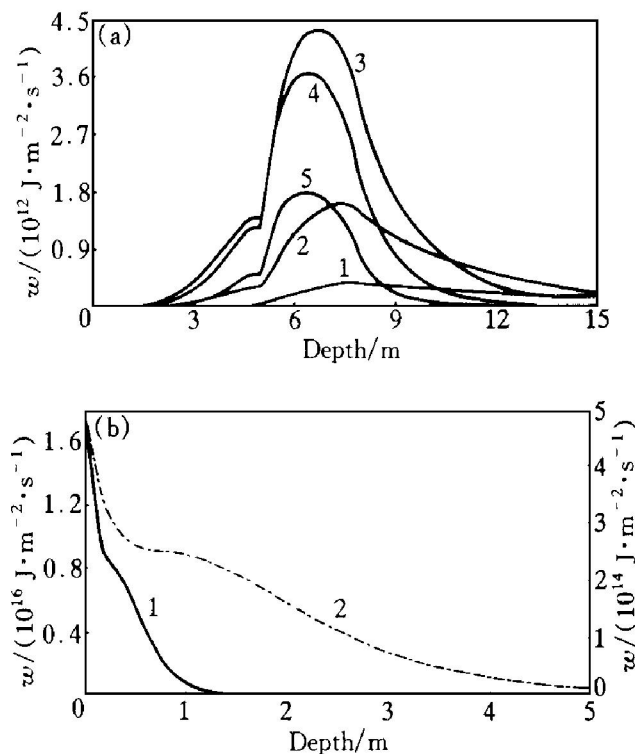


图 4 陷模波(a)和瑞利模(b)的能流密度与深度 z 的关系

Fig. 4 Relation of mean energy flux densities of trapped waves (a) and Rayleigh wave (b) to depth

In (a): 1— $f = 0.5$ kHz; 2— $f = 0.6$ kHz;
3— $f = 0.8$ kHz; 4— $f = 1.0$ kHz;
5— $f = 1.2$ kHz
In (b): 1— $f = 2.0$ kHz; 2— $f = 0.5$ kHz
(right vertical axis)

事实上, 这种陷模还会被激发出多个模式, 它们出现在高频区域, 上述研究的陷模是处在最低频率区域的第一个模式, 高阶模式均与第一个模式类似。从应用角度来考虑, 人们关心的常常是最低模式。

3.2 $V_s(2) < V_\infty$

这情况下, 第二层介质的横波速度 $V_s(2)$ 小于 V_∞ , 第 2 和第 3 组参数属于这种情况。此时瑞利波特性与上述情况很不相同, 它在低频范围中具有截止频率, 其群速度(虚线)小于相速度(实线)且具有一个最小值(图 5(a)), 这有点象 $V_s(2) > V_\infty$ 情况中的陷模行为(图 3(a)), 但它的能流密度曲线却又很象只有第一层介质时的瑞利波的性质(图 5(b))。可见在不同情况下, 瑞利波的性质差别是很大的。

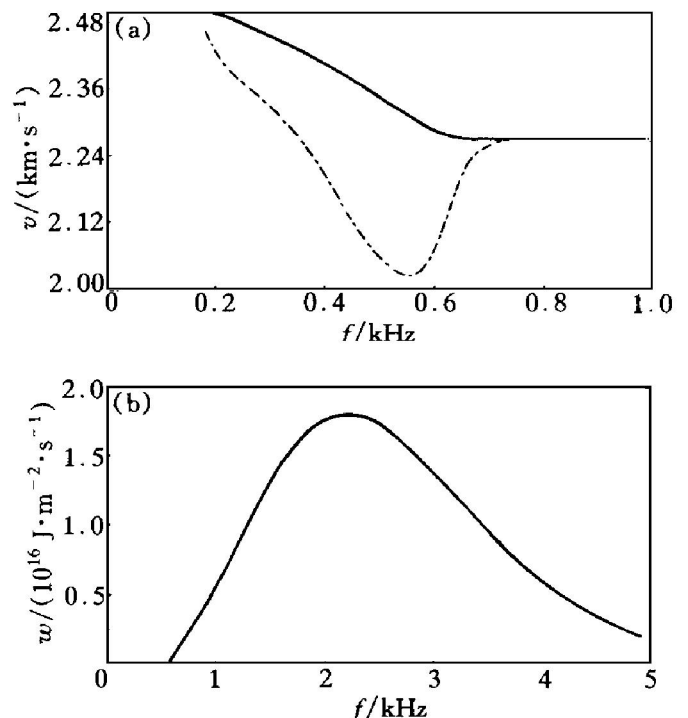


图 5 瑞利波的频散(a)和能流密度(b)曲线

Fig. 5 Dispersion curves (a) and mean energy flux density (b) of Rayleigh wave

在上述两种情况下, 陷模的频散特性也有很大的差别, 陷模的相速度和群速度在高频区域趋于 $V_s(2)$, 而且在低频范围内没有截止频率, 该陷模的群速度(虚线)在不同区域内可以大于或小于其相速度(实线)(图 6(a))。图 6

(b) 为该陷模的能流密度, 其频带较窄, 而且 $V_S(2)$ 当降低时, 能流密度也降低。

图7表明了上述两类导波的能流密度与深度 z 的关系, 容易发现当声源频率低于 0.6 kHz 时, 陷模的能流密度随深度 z 增加而衰减, 随着频率的增加, 陷模的能流密度明显地集中到第二层介质中去 ($z = 5 \sim 8$ m), 见图7(a)。这种情况在图7(b)中正好相反, 当声源频率低于 0.6 kHz 时, 瑞利模的能流集中在第二层介质中, 而当频率增加时, 瑞利模的能流密度随深度 z 的增加而迅减。

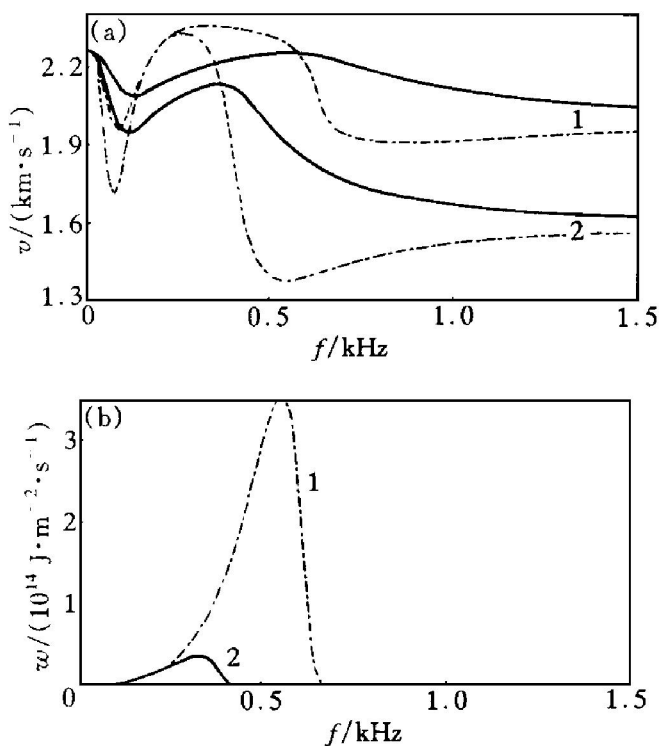


图6 陷模波的频散(a)和与能流密度(b)曲线

Fig. 6 Dispersion curves (a) and mean energy flux density (b) of trapped wave

In (a): 1—parameter group 2; 2—parameter group 3;

In (b): 1—parameter group 2; 2—parameter group 3

由图5~7可知, 瑞利模和陷模在高频部分的相速度、群速度及能流密度很类似于 $V_S(2) > V_\infty$ 时的性质, 这就是我们在 $V_S(2) < V_\infty$ 时将导模分为瑞利模和陷模的主要依据。但是这种划分方式在低频区域是不合理的, 因为这时瑞利模将不对应于表面模。所以当 $V_S(2) < V_\infty$ 时, 在全频范围内是不能笼统地将导模分为表面模和陷模的, 须根据声源的

频率范围来进行区分, 这也说明在此情况下的导波行为是比较复杂的。

4 结论

(1) 在理论上研究了多层介质中导波的能量特性, 着重在有低速层介质出现时通过数值研究分析了两类导模—瑞利模和陷模的频散和能流密度特性。

(2) 给出了一种计算大深度处能流密度的方法, 不仅避免了大深度时的精度丢失问题, 而且简化了数值模拟过程。

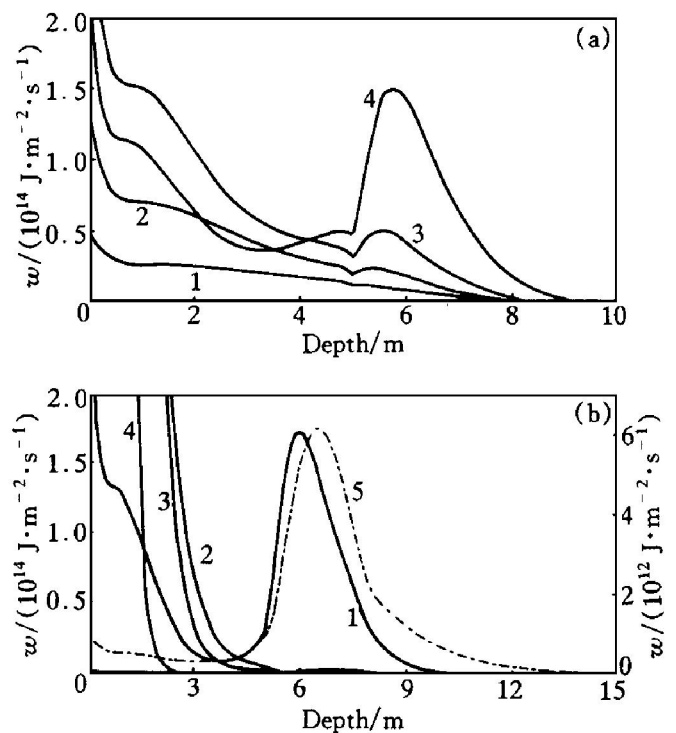


图7 陷模(a)和瑞利模(b)的能流密度与深度 z 的关系

Fig. 7 Relation of mean energy flux densities of trapped waves (a) and Rayleigh waves (b) to depth

In (a): 1— $f = 0.3$ kHz; 2— $f = 0.4$ kHz;

3— $f = 0.5$ kHz; 4— $f = 0.6$ kHz

In (b): 1— $f = 0.6$ kHz; 2— $f = 0.8$ kHz;

3— $f = 1.0$ kHz; 4— $f = 2.0$ kHz;

5— $f = 0.4$ kHz (right vertical axis)

(3) 当 $V_S(2) > V_\infty$ 时, 瑞利模能量集中于自由界面附近, 而陷模能量则集中在自由界

面下的低速层中。当 $V_s(2) < V_\infty$ 时, 两种导模能流与深度 Z 有较复杂的关系, 并依赖于声源频率范围, 两种导模具有截然不同的频散和能量传播特性。

REFERENCES

- 1 Berr Menahem A and Singh S J. Bull Seismol. Soc Am, 1968, 58: 1519– 1572.
- 2 Johnson P A and Albright J N. In: Proceedings of SEG 57th Annual International Meeting, 1987: 22– 27.
- 3 Parra J O and Xu P C. J Acoust Soc Am, 1994, 95: 91– 98.
- 4 Guzhev S N. J Acoust Soc Am, 1994, 95: 661– 667.
- 5 Zhang Bixing(张碧星), Lan Congqing(兰丛庆), Yu Ming(喻明) *et al.* Acta Acoustica, 1998, 23: 97– 106.
- 6 Zhang Bixing, Yu M, Lan C. Q *et al.* J Acoust Soc Am, 1996, 100: 3527– 3538.
- 7 Menke W. Geophy J R Astron, Soc, 1979, 59: 315– 323.

TRAPPED MODES IN MULTILAYERED MEDIA INCLUDED A LOW-VELOCITY FORMATION

Zhang Bixing, Yu Ming[†], Xiong Wei[†] and Lan Congqing

Institute of Applied Geophysics,

Central South University of Technology, Changsha 410083, P. R. China

[†] *Wuhan Institute of Physics,*

Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, P. R. China

ABSTRACT The energy distributions of guided waves in multilayered media have been investigated in three dimensions in B , P , C coordinate system. A method of calculating the displacement and energy flux density at large depth was presented, and the problem of precision loss was avoided. In the case that a low-velocity medium was included, not only was Rayleigh mode analyzed thoroughly, but also the dispersions and energy distributions of trapped modes were studied for the first time, and their mechanisms were analyzed. The energy of guided waves can concentrate possibly in a little area near the free surface, which is corresponding to the surface wave, and it also possibly concentrates in a depth under the free surface, which is corresponding to a guided wave propagation along the stretching direction of the low-velocity formation.

Key words multilayered media B , P , C coordinate system guided wave trapped mode Rayleigh wave

(编辑 何学锋)