

文章编号: 1004- 0609(1999)04- 0861- 03

# 平辊冷轧电算中松弛因子和收敛判据的处理<sup>①</sup>

曹富荣<sup>1</sup> 刘相华<sup>2</sup> 温景林<sup>1</sup> 崔建忠<sup>1</sup> 雷方<sup>1</sup>

(1. 东北大学 材料与冶金学院; 沈阳 110006;

2. 东北大学 轧制与连轧自动化国家重点实验室, 沈阳 110006)

**摘要:** 对平辊冷轧过程 6~ 36 单元用体积可压缩法刚塑性有限元进行数值模拟, 研究了松弛因子发生的区间和对收敛性的影响。发现松弛因子在 0.5~ 0.59 之间连续变化时程序收敛, 占取值区间的 10%。在收敛判据处理上, 电算表明如果泛函的一阶导数逐渐变小, 迭代的速度增量逐渐变小至 0, 或者速度变化和能耗率泛函变化逐渐变小, 则迭代收敛。

**关键词:** 有限元; 冷轧; 松弛因子; 收敛判据

**中图分类号:** TG335.12

**文献标识码:** A

典型的刚塑性有限元法如拉格朗日乘数法<sup>[1]</sup>、罚函数法<sup>[2]</sup>和可压缩法<sup>[3]</sup>, 近年来在塑性成型中获得了广泛的应用<sup>[4~ 9]</sup>。由于上述方法处理的是非线性问题, 与弹性有限元相比, 数值求解的难度更大一些。在实际计算机计算时, 对边界条件的处理、初始速度场的确定、摩擦条件的选择、收敛判据和松弛因子等的处理, 成功与否直接影响到刚塑性有限元的应用, 因此这些问题成为刚塑性有限元的难点。近年来, 关于奇异点和罚函数法收敛性有研究报告<sup>[10, 11]</sup>, 但对可压缩法刚塑性有限元松弛因子和收敛判据在实际电算中的运用情况却无任何报道。

本文针对可压缩法刚塑性有限元程序在平辊冷轧模拟中对松弛因子和收敛判据的处理进行研究。体积可压缩法刚塑性有限元的原理、平辊冷轧电算框图、初始速度场、解析条件和电算结果参见文献<sup>[12, 13]</sup>, 这里介绍松弛因子和收敛判据的处理结果。

## 1 判别收敛与发散的办

本文用体积可压缩法刚塑性有限元对平辊

冷轧过程 6~ 36 单元做了有限元计算, 其中 30 单元的收敛情况和迭代次数结果例示于表 1。电算中采用的收敛判据如下。

能耗率泛函判据:

$$\frac{\Delta \phi_k}{\phi_k} < \varepsilon_1 \quad (1)$$

速度判据:

$$\frac{\|\Delta v_k\|}{\|v_k\|} < \varepsilon_2 \quad (2)$$

节点力不平衡量:

$$\frac{\sum_{k=1}^n \Delta S_k}{nA} < \varepsilon_3 \quad (3)$$

式中  $\phi_k$ ,  $\Delta \phi_k$  为能耗率泛函和能耗率泛函的变化;  $\|v_k\|$ ,  $\|\Delta v_k\|$  为  $v_k$ ,  $\Delta v_k$  的欧氏范数;  $n$ ,  $A$ ,  $\Delta S_k$  为结点载荷不平衡量;  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  为预先给定的小正数<sup>[12, 13]</sup>。

电算时, 我们按如下的办法判定程序运行是否收敛。

(1) 方程组迭代时泛函的一阶导数逐渐变小, 速度场迭代过程中速度增量逐渐变小直至接近零, 则收敛; 反之发散。

(2) 速度判据和能耗率泛函逐渐变小, 则

① 收稿日期: 1998- 10- 09; 修回日期: 1999- 01- 05 曹富荣(1964- ), 男, 博士, 讲师

表1 不同松弛因子时的收敛情况和迭代次数

Table 1 Convergence criterion and iteration numbers at different relaxation factors

Item	Relaxation factor	Iteration numbers	Velocity criterion	Energy dissipating function	Data type
1	0.1~ 0.49	Divergence			Real
2	0.5	28	0.828E-06	0.959E-07	Real
3	0.55	25	0.852E-06	0.959E-07	Real
4	0.56	24	0.981E-06	0.959E-07	Real
5	0.57	24	0.840E-06	0.959E-07	Real
6	0.58	23	0.975E-06	0.383E-06	Real
7	0.59	23	0.783E-06	0.383E-06	Real
8	0.60~ 0.99	Divergence			Real
9	0.57	24	0.827E-06	0.224E-09	Double precision

收敛;反之发散。

(3) 方程组求解矩阵奇异  $ir = 1$ , 则表明发散。

由于该程序采用三方面的收敛判据,一旦达到设定的精度,则模拟结果与实际场量(应力场、位移场、应变速率场等)的逼近程度是很高的。

## 2 取不同松弛因子时的迭代次数和收敛精度

有限元非线性方程迭代的速度场速度增量为:  $\{u\}_i = \{u\}_{i-1} + \alpha \Delta\{u\}_i$ 。每次迭代求出的速度增量,不是用速度场增量的全量来修正,而是先乘以一个小于1的松弛因子来修正。为了全面了解方程组迭代过程中收敛和发散时松弛因子的取值范围,采取在0~1之间以0.1增量动态输入松弛因子的办法研究。如果某一因子下能耗率泛函一阶导数一直下降,则运行下去;如果某一因子下能耗率泛函一阶导数出现上升,则立即用Ctrl+C键退出,换下一增量因子运行。从表1可见,对应的速度场收敛时的松弛因子在0.5~0.59之间连续变化,以0.58和0.59时的迭代次数最小,为23次。

## 3 结论

对开发的体积可压缩法刚塑性有限元程序着重研究了收敛判据和松弛因子选择对收敛性的影响。实际调试发现,松弛因子取0.5~0.59之间的连续数时程序均收敛,占松弛因子选择区间的10%。采用泛函判据、速度判据、节点力不平衡量判据共同保证程序迭代的收敛。

## REFERENCES

- 1 Kobayashi S, Lee C H and Shah S N. J Jap Soc Tech Plast, 1973, 14: 770.
- 2 Zienkiewicz O C and Taylor R L. The Finite Element Method, Fourth Edition. New York: McGraw-Hill, 1991: 2.
- 3 Mori K, Shima S and Osakada K. Trans Jap Soc Mech Engng, 1979, 45: 965.
- 4 Tang J, Wu W T and Walters J. J Mater Process Technol, 1994, 46: 117.
- 5 Pasquinelli G. Int J Plast, 1995, 11: 623.
- 6 Huang S Y, Chang Z H, Wang Z Y et al. Trans Nonferrous Met Soc China, 1998, 8(3): 490.
- 7 Mori K and Osakada K. Int J Mech Sci, 1984, 26: 515.

- 8 Mori K, Nakadoi and Fukuda M. *Adv Tech Plast*, 1984, 2: 1009.
- 9 Kobayashi S, Oh S and Altan T. *Metal Forming and Finite-element Method*. New York: Oxford University Press, 1989.
- 10 Meng Y G(孟永钢). *Chin J Mech Engng(机械工程学报)*, 1992, 28: 42.
- 11 Zhong Y(钟毅). *J Kunming Ins Tech(昆明工学院学报)*, 1992, 17: 31.
- 12 Liu X H(刘相华). *Rigid Plasticity Finite-element Method and Its Application in Rolling(刚塑性有限元及其在轧制中的应用)*. Beijing: Metallurgical Industry Press, 1994.
- 13 Zhao Z Y(赵志业) and Wang G D(王国栋). *Modern Mechanics of Plastic Forming(现代塑性加工力学)*. Shenyang: Northeastern University of Technology Press, 1986.

## Treatment of relaxation factor and convergence criterion in simulating flat roll cold rolling process

Cao Furong<sup>1</sup>, Liu Xianghua<sup>2</sup>, Wen Jinglin<sup>1</sup>, Cui Jianzhong<sup>1</sup>, Lei Fang<sup>1</sup>

1. *School of Material and Metallurgy, Northeastern University, Shenyang 110006, P. R. China*

2. *State Key Laboratory of Rolling and Continuous Rolling Automation, Northeastern University, Shenyang 11006, P. R. China*

**Abstract:** The volume compressible rigid plasticity finite element method(RPFEM) has been used to numerically simulate the flat roll cold rolling process for 6~ 36 elements. Attention is given to the range of relaxation factor at convergence and its effect on convergency. It is found that the relaxation factor lying between 0.5 and 0.59 and continuous change can assure the convergence of the program, accounting for 10% of the whole range of relaxation factor. It is shown that in convergence criterion treatment, if one rank derivative of functional becomes small gradually and the velocity increment decreases gradually, or if change of speed and functional decreases gradually, the program will converge.

**Key words:** finite element method; cold rolling; relaxation factor; convergence criterion

(编辑 袁赛前)