

# 水力旋流器内固液两相间的相对运动( III)<sup>①</sup>

## ——湍流频率与固液跟随特性

徐继润 罗 茜<sup>†</sup>

(大连大学化学与化学工程系, 大连 116622)

<sup>†</sup>(东北大学资源与环境工程系, 沈阳 110006)

**摘 要** 考察了湍流频率对水力旋流器内固液两相间相对运动的影响。研究表明, 颗粒与流体在切向与轴向的跟随性与湍流频率的关系比较简单, 即随湍流频率的增加两相间的跟随性下降, 但在旋流器的半径方向, 由于湍流脉动与离心沉降的联合作用, 颗粒与流体的跟随呈复杂的变化。视颗粒粒度的不同, 径向跟随性指标  $\eta_r$  (表征颗粒速度与流体速度之比) 与湍流频率  $\omega$  的关系有三种基本形式: 对小颗粒,  $\eta_r$  随  $\omega$  的增加出现极大值, 但  $\eta_r$  始终为正(颗粒与流体的运动同向); 对中等粒度的颗粒, 随  $\omega$  的增大,  $\eta_r$  由负而正, 并在正负区各出现一次极值; 对大颗粒,  $\eta_r$  虽也存在由负而正的变化, 但极大值只出现在正值区。文中对这些现象给出了合理的解释。

**关键词** 水力旋流器 颗粒运动 湍流频率 跟随特性

**中图法分类号** TQ021.1

水力旋流器内的湍流问题是一个非常复杂的研究课题, 迄今为止所取得的进展比较有限。一般认为, 流体介质作湍流运动, 而被分离的固体颗粒与周围流体的相对运动仍符合 Stokes 定律<sup>[1]</sup>。换言之, 固液两相间应具有一定的运动跟随特性, 从而对流体运动的研究成果可望简单地移植到颗粒运动中来。在旋流器的切向与轴向, 颗粒与介质之间存在良好的跟随特性<sup>[2]</sup>, 不过在颗粒发生离心沉降的半径方向, 固液两相间却存在较为明显的运动差异。这种差异与流体湍流频率之间存在什么样的联系, 是本文要探讨的主题。

固液两相间的跟随情况可用跟随性指标  $\eta$  (定义为颗粒复振幅与流体复振幅之比) 与  $\varphi$  (定义为颗粒相位与流体相位之差) 来描述。若  $\eta=1$ ,  $\varphi=0$ , 则颗粒与流体之间不存在相对运动; 若  $\eta>0$ , 表示颗粒与流体同向运动; 若  $\eta$

$<0$ , 表示颗粒运动方向与流体相反; 若  $\varphi>0$ , 说明颗粒在起动时间上超前; 若  $\varphi<0$ , 则颗粒在运动时间上滞后。在本文的第一部分我们已从 BBO 方程导出水力旋流器切向、轴向及径向的跟随指标。为节约篇幅起见, 这里不再给出这些指标的表达式, 对此感兴趣的读者请参阅有关文献<sup>[3]</sup>。另外, 考虑到颗粒与流体的跟随主要体现在速度(包括大小与方向)上, 因此本文只对跟随指标  $\eta$  予以分析, 而对颗粒运动在时间上的“超前”或“滞后”则不予细究。

## 1 湍流频率与固液跟随特性的一般描述

在水力旋流器内的不同流动方向, 湍流频率对固体颗粒与流体的跟随性有显然不同的影响(见图1)。在切向与轴向, 颗粒速度始终与

① 国家教委优秀年轻教师基金资助课题

收稿日期: 1997-11-25; 修回日期: 1998-03-23

徐继润, 男, 43岁, 博士, 教授

流体运动方向相同,但大小则随着湍流频率的增大而降低;在径向,对图中指定粒度的颗粒来说,湍流频率的增加并未改变其流动方向,但在某一频率下,颗粒的跟随性最好。

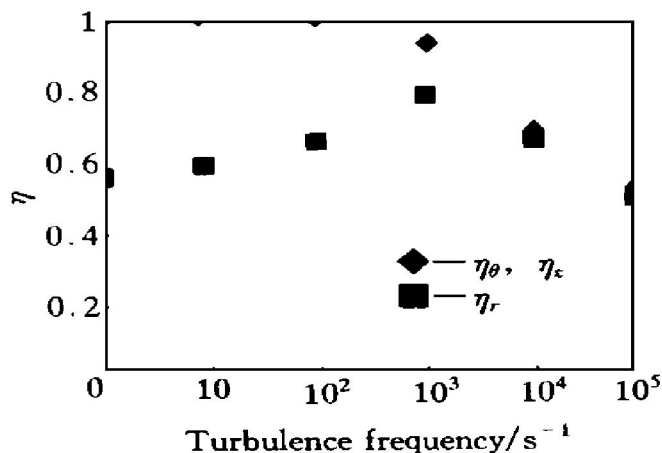


图1 跟随性与湍流频率的关系

Fig. 1 Follow-up parameters vs turbulence frequency

( $r = 2 \text{ cm}$ ,  $x = 50 \mu\text{m}$ ,  $\rho_p = 3.0 \text{ g/cm}^3$ ,

$\rho_f = 1.0 \text{ g/cm}^3$ ,  $u_0 = 320 \text{ cm/s}$ ,  $A_\theta/A_r = -10$ )

为考察不同粒度颗粒在径向与流体的跟随方向及湍流频率的关系,我们补充计算了粒度分别为  $30 \mu\text{m}$ ,  $90 \mu\text{m}$  及  $120 \mu\text{m}$  颗粒的跟随性指标。结果表明,在切向与轴向,仍然维持跟随性随湍流频率的增大而单调下降的规律,在径向则发生了比较复杂的变化。根据计算结果作出的径向跟随性指标  $\eta_r$  与湍流频率  $\omega$  的关系曲线如图2所示。从图2可见,随颗粒粒度的增大,径向的跟随性指标与湍流频率的关系经历了3种代表性的变化。第一,颗粒粒度较小时,  $\eta_r$  随  $\omega$  的增大而降低,但不发生符号上的改变。第二,对中等粒度的颗粒,  $\eta_r$  的符号随  $\omega$  的增加由负变为正,而且出现了双极值现象,即在颗粒跟随方向发生改变前后各有一个极值,不过第一个极值不是十分明显,因为在其出现以后直到  $\eta_r$  的符号改变前,  $\eta_r$  的数值只有稍许降低,几乎维持在一个平台上。为分析方便起见,我们把  $\eta_r$  为正值(即颗粒与流体同向运动)时所对应的极值称为主极值,而把  $\eta_r$  为负(即颗粒与流体反向运动)时所对应的极值叫做次极值。第三种情况为粒度较大的颗

粒,  $\eta_r$  随  $\omega$  的变化也是由负而正,但只出现主极值。除极值点外,进一步的“搜索”计算表明,颗粒跟随方向的改变并不是连续的,而是存在某一间断点  $\omega_0$ ,在该间断点的两侧,跟随性指标  $\eta_r$  各趋向某一大小相等符号相反的极限值  $\eta_0$ 。图2为不同粒度颗粒在水力旋流器径向与流体的跟随指标  $\eta_r$  随湍流频率的典型变化,下面将对  $\eta_r - \omega$  曲线上的几个特征值(主极值、次极值、间断点)作出较为详细的分析。

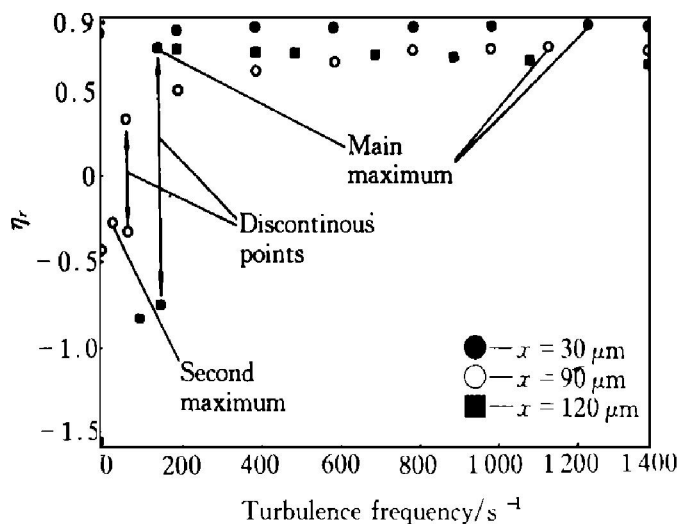


图2 跟随性指标  $\eta_r$  随湍流频率  $\omega$  的变化

Fig. 2 Follow-up parameter  $\eta_r$  vs turbulence frequency

( $r = 2 \text{ cm}$ ,  $x = 50 \mu\text{m}$ ,  $\rho_p = 3.0 \text{ g/cm}^3$ ,  $\rho_f = 1.0 \text{ g/cm}^3$ ,  $u_0 = 320 \text{ cm/s}$ ,  $A_\theta/A_r = -10$ )

## 2 跟随性指标 $\eta_r$ 的主极值与次极值

颗粒速度的跟随性只在旋流器径向出现极大值,这显然应归因于离心力存在。从常识上似可理解,在一般情况下,颗粒速度与流体速度的跟随特性随湍流频率的增大而下降(就象在旋流器切向与轴向所看到的那样)。不过,若要从理论上进一步解释这一现象,则有必要对湍流机制予以简要说明。现代湍流理论认为,湍流是由一系列频率不同、尺度各异的旋涡叠加而成,而旋涡的尺度与脉动频率成反

比,即最小旋涡尺度对应着最大的湍流频率<sup>[4]</sup>。Laufer<sup>[5]</sup>和 Liepman<sup>[6]</sup>提出横向旋涡尺度  $\lambda_r$  与湍流频率  $\omega$  的关系为

$$\frac{1}{\lambda_r} = \frac{\pi \omega}{\sqrt{2} U} \quad (1)$$

式中  $U$  为主流的平均速度。Hinze<sup>[4]</sup> 进而证明纵向旋涡尺度  $\lambda_z$  与横向旋涡尺度  $\lambda_r$  间存在下述联系:

$$\lambda_z = \sqrt{2} \lambda_r \quad (2)$$

可见,旋涡尺度(无论是横向的还是纵向的)与湍流频率之间存在确定的线性反比关系,根据给定的湍流频率可以估计相应的旋涡尺度。显然,对在湍流中运动的固体颗粒来说,其与不同频率湍流的跟随特性应取决于自身尺寸与湍流尺度的相对大小,湍流尺度越大于颗粒尺寸,颗粒与流体的跟随性越好。在水力旋流器的切向与轴向,颗粒与不同频率流体湍流的跟随情况反映的就是这一事实。湍流频率对跟随性的这种影响规律当然也适用于水力旋流器的径向流动,不过此时除湍流频率的影响外,颗粒所受的离心力也在发挥作用。随湍流频率的增大,湍流尺度减小,这意味着相应频率下流体的速度值降低,而颗粒所受的离心力与流体切向速度的平方成正比,因此湍流频率的增大将导致离心力的下降。从跟随的角度来看,当然是离心力越小,颗粒与流体的跟随性越好。归结来说,在水力旋流器的径向,颗粒与流体的跟随受到湍流频率与离心力的双重制约,前者的增大使跟随性下降,而离心力的减小又有利于颗粒的跟随,这两种相反的作用使得  $\eta$  随  $\omega$  的变化出现了图2中的极值现象。而这种现象在不同粒度颗粒上的体现又各有其特点。对较小的颗粒(图2中的  $30 \mu\text{m}$  颗粒),由于离心力很小,离心沉降作用远不足以克服湍流的携带作用,因此颗粒始终与流体保持相同的流动方向(即  $\eta$  为正),跟随指标则在某一频率处稍有提高;随颗粒粒度的增大(如图2中的  $90 \mu\text{m}$  颗粒),在低频率大尺度旋涡中离心沉降作用占据优势地位,颗粒已不再跟随流体的运动而向相反方向沉降,于是  $\eta$  为负值;但由于

离心沉降作用随湍流频率的增大而降低,于是  $\eta$  的绝对值随  $\omega$  的增大而减小,当湍流作用超过离心作用后,  $\eta$  由负而正,颗粒与湍流同向运动。这时候由于颗粒受到的离心作用随湍流频率的增大逐渐减小,因而  $\eta$  的数值随  $\omega$  的增大继续保持增加的势头,达到极大值后又转而降低。此外,次极值点及间断点的存在,也是较大颗粒与流体沿径向的跟随性指标  $\eta$  关于湍流频率  $\omega$  的两个重要分布特征。若颗粒进一步增大,前述的分布特征依然存在,但主极值点及次极值点所对应的湍流频率逐渐向间断点靠近,直至三者几乎重合在一起(如图2中  $120 \mu\text{m}$  颗粒所对应的  $\eta - \omega$  曲线)。湍流频率的增加同时导致相反的两种效应(颗粒跟随高频湍流的困难及高频湍流引起离心力降低又有利于颗粒的跟随)可容易地解释  $\eta - \omega$  曲线上的主极值点,而次极值点的存在其实也与此有关,只是理解上稍稍复杂一些。当粒度较大的颗粒在低频脉动下向旋流器器壁沉降时,湍流频率的增大仍使得  $\eta$  降低,但由于  $\eta$  是负数,故其绝对值反而增加;而  $\omega$  的增大所引起的离心沉降作用的减弱也仍然是改善跟随性,从而使  $\eta$  趋于增大(即使其绝对值减小),这两种作用的综合结果使得在某一频率处出现了次极值( $\eta$  的绝对值最小)。

### 3 关于 $\eta - \omega$ 曲线上的间断点

在某一频率  $\omega_0$  处,径向跟随性指标  $\eta$  发生了突变,即  $\eta - \omega$  曲线上出现了间断点,这一现象可从另一角度说明。从直观上考虑,似乎应该存在这样一个湍流频率,在该频率下,颗粒的跟随性指标  $\eta = 0$ ,即颗粒停留在某一半径“轨道”上,就象“平衡轨道”理论<sup>[7]</sup>所假定的那样。然而,如果从湍流脉动的角度分析这一问题,结论则显然不同。因为在任何一个不为零的湍流频率下,以该频率脉动的流体对流场中的任何颗粒都不可能毫无影响。这应是  $\eta - \omega$  的理论曲线上不存在零点的原因。这

种解释与“平衡轨道”理论并无实质上的矛盾。颗粒的所谓“平衡轨道”并不反映颗粒与任何特定频率湍流成分的跟随关系,而是所有湍流成分共同作用下的统计平均结果。换言之,在水力旋流器的任一半径位置,总是存在这样的平衡颗粒,该颗粒与不同频率湍流成分的跟随指标  $\eta$  对所有频率  $\omega$  的统计平均值等于零。

我们定义  $\eta$  的平均值如下:

$$\overline{\eta} = \int_0^{\omega_m} \eta(\omega) f(\omega) d\omega \quad (3)$$

式中的  $f(\omega)$  为湍流频率分布的概率密度函数,它满足归一化条件

$$\int_0^{\omega_m} f(\omega) d\omega = 1 \quad (4)$$

这里的  $\omega_m$  为最大湍流频率。对各向同性湍流,  $f(\omega)$  为正态概率密度函数; 对各向异性湍流,  $f(\omega)$  则多少有点偏离这种分布<sup>[4]</sup>。就图 2 中的 3 种粒度来说,若流体的最大湍流频率  $\omega_m$  使得  $90 \mu\text{m}$  颗粒在某一半径处的  $\overline{\eta} = 0$ , 则该颗粒将在该半径处“停留”; 而对  $120 \mu\text{m}$  及  $30 \mu\text{m}$  的颗粒,  $\overline{\eta}$  显然分别小于零及大于零,于是这两种颗粒分别向外沉降及随流体向内运动。 $\eta - \omega$  曲线上的间断点现象,表明不存在使  $\eta = 0$  的湍流成分。如前所述,这一结果可从任何频率的湍流成分都不可能对颗粒的运动毫无影响这一事实得到解释。显而易见,对水力旋流器的所有半径位置来说,总存在相应的临界颗粒,使得粒度大于该临界颗粒的粒子的  $\eta - \omega$  曲线出现间断点,如在半径  $r = 2 \text{ cm}$  处。计算表明这样的临界颗粒粒度大约为  $76 \mu\text{m}$ 。如果考察不同半径处的不同颗粒,我们将会发现许多(从理论上来说是无穷多个)间断点。 $\eta - \omega$  曲线上的这些间断点与流体湍流频率变化的不连续性是相对应的(在图 2 中,为强调湍流频率变化的非连续性起见,我们只作出了有关的数据点而未将它们连成曲线)。在用烟雾作为示踪粒子拍出的湍流照片上,穿过旋涡作出一条直线(见图 3),直线与旋涡流线的交点构成所谓的“康托集”<sup>[8]</sup>(康托集是分形理论中的最基本图形之一,它由在一条直线上

的无穷多个不连续的点所组成),这间接表明旋涡的尺寸变化是跳跃式的。 $\eta - \omega$  曲线上的间断点所反映的正是这一事实。

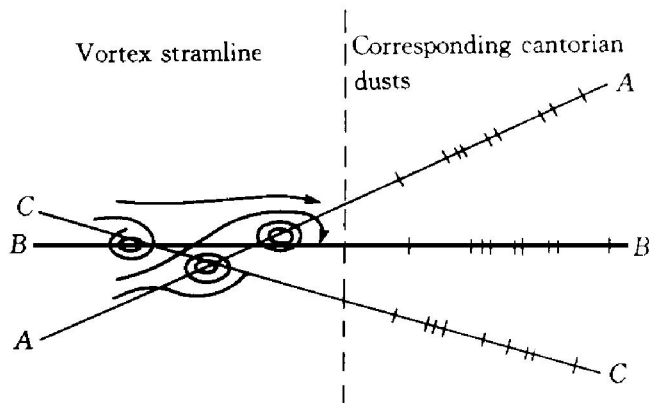


图 3 穿过湍流旋涡所画截线产生的“康托集”示意图<sup>[8]</sup>

Fig. 3 Cantorian Dusts reflecting indirectly the discontinuity of the vortex size

## 4 主极值点处的湍流尺度与颗粒粒度

本节进一步分析图 2 中的主极值点所对应的湍流尺度与颗粒粒度的关系。当固液两相的有关参数(除湍流频率外)为图 1 所给的条件时,按式(1)计算,不同粒度颗粒的主极值点所对应的湍流频率  $\omega_{m1}$  及旋涡尺度  $\lambda$  如表 1 所示。与  $\eta - \omega$  分布类似,主极值点所对应的湍流频率及旋涡尺度与颗粒粒度之间也存在极值现象。随颗粒粒度的增大,主极值点的湍流频率逐渐增加,达到最大值后又逐渐下降,相应的旋涡尺度则作相反的变化。极值点与颗粒粒度间的这种关系是径向跟随所特有的(在旋流器的切向与轴向,无论是何种粒度的颗粒,跟随指标  $\eta_0$  及  $\eta$  总是在湍流频率  $\omega = 0$  时取得最大值)。显然,颗粒在径向的离心沉降作用是主极值点频率发生变化的唯一原因。从湍流频率对颗粒径向跟随的两种相反影响同样可以解释上述现象,这里不再赘言。需要指出的是,为系统考察湍流脉动与颗粒运动速度的关系,所进行的分析与计算并未对流体的最大湍

流频率作出限制。在实际的水力旋流器中，流体脉动频率有其上限值，因此有些颗粒与流体的径向跟随指标  $\eta_r$  可能并未达到主极值。此外，为保证 BBO 方程的有效性，流体的最大湍流频率  $\omega_m$  所对应的旋涡尺度不能小于所分析的最大颗粒尺寸，例如，若流体的最大脉动频率  $\omega_m$  恰好使  $80\mu\text{m}$  颗粒的跟随指标  $\eta_r$  达到主极值，则基于 BBO 方程的上述分析方法便不适用于该粒度以上的颗粒了，因为此时最小旋涡尺度为  $78\mu\text{m}$ (见表 1)。

表 1 颗粒粒度与主极值点的湍流特性

Table 1 Turbulence properties vs particle size at main maximum

| Particle size<br>$x/\mu\text{m}$ | $\omega_{m1}/\text{s}^{-1}$ | As $\omega=\omega_{m1}$ |                         | $\omega_0/\text{s}^{-1}$ |
|----------------------------------|-----------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|
|                                  |                             | $\eta_r$                | $\lambda_r/\mu\text{m}$ |                          |
| 10                               | 605                         | 0.9838                  | 168                     |                          |
| 30                               | 1226                        | 0.8789                  | 83                      |                          |
| 50                               | 1623                        | 0.7803                  | 62                      |                          |
| 76                               | 1362                        | 0.7172                  | 74                      | 0.9~1                    |
| 80                               | 1299                        | 0.7119                  | 78                      | 17~18                    |
| 90                               | 1140                        | 0.7026                  | 84                      | 74~75                    |
| 100                              | 941                         | 0.6990                  | 108                     | 116~117                  |
| 110                              | 727                         | 0.7024                  | 140                     | 142~143                  |
| 120                              | 158                         | 0.7634                  | 644                     | 157~158                  |

5 结语

流体湍流频率对水力旋流器内固液两相间相对运动的影响是一个相当复杂的问题。研究表明，表征颗粒速度与流体速度之比的跟随性指标  $\eta$  在旋流器的不同流动方向呈现不同的变化规律。在切向与轴向， $\eta$  与湍流频率  $\omega$  的关系相对简单，即  $\eta_0$  与  $\eta_z$  随  $\omega$  的增大而下降；

但在旋流器的半径方向，由于离心力的存在，跟随性指标  $\eta_r$  与湍流频率的关系比较复杂，表现为三种基本形式：对小颗粒， $\eta_r$  随  $\omega$  的增加出现极大值，但  $\eta_r$  始终为正(即颗粒与流体的运动同向)；对中等粒度的颗粒，随  $\omega$  的增大， $\eta_r$  由负而正，并在正负区各出现一次极值；对大颗粒， $\eta_r$  虽也存在由负而正的变化，但极大值只出现在正值区。而且在  $\eta_r$  发生符号上的改变时，出现明显的频率间断。所有这些现象都可从湍流作用与离心沉降的同时存在以及湍流的基本性质得以解释。

REFERENCES

1 Svarovsky L. Hydrocyclones. London: Holt, Rinehart and Winston Ltd, 1984.

2 Xu Jirun (徐继润) and Luo Qian (罗茜). Flow Field Theory in Hydrocyclones(水力旋流器流场理论). Beijing: Science Press, 1998.

3 Xu Jirun (徐继润) and Luo Qian (罗茜). The Chinese Journal of Nonferrous Metals(中国有色金属学报), 1998: 8(3): 487.

4 Hinze J O ed, Huang Yongnian(黄永念) and Yan Dachun(颜大椿) transl. Turbulence (湍流). Beijing: Science Press, 1985.

5 Laufer J. PhD Thesis. Canifornia Institute of Technology, 1948.

6 Liepmann H W. Helv Phys Acta, 1949, 2: 119.

7 Driessen M G. Review of Industrial Mining, Special Issue, 1951, 4: 449– 461.

8 Kaye B H ed, Xu Xingyang(徐新阳) et al transl. A Random Walk Through Fractal Dimensions(分形漫步). Shenyang: Northeastern University Press, 1994.

# RELATIVE MOTION BETWEEN SOLID PARTICLES AND LIQUID MEDIUM IN HYDROCYCLONES

## PART III: EFFECT OF TURBULENCE FREQUENCY

Xu Jirun and Luo Qian<sup>†</sup>

*Department of Chemical Engineering,*

*Dalian University, Dalian 116622, P. R. China*

<sup>†</sup> *Department of Resources and Environment Engineering,*

*Northeastern University, Shenyang 110006, P. R. China*

**ABSTRACT** The effect of fluid turbulence frequency on the relative motion between solid particles and liquid medium in hydrocyclones was examined with follow-up parameter  $\eta$  and turbulence frequency  $\omega$ . It is shown that the parameters in tangential and vertical directions have simpler relation with turbulence frequency, i. e. the relative motion, as expected, gets more obvious with the increase of turbulence frequency; but in radial direction the lags between particles and fluid behavior have much more complicated than in other two directions due to the existence of centrifugal force. Three basic behavior forms are found for particles with different diameters and the mechanism are explained.

**Key words** hydrocyclones particle motion turbulence frequency follow-up situation

(编辑 吴家泉)

---

(From page 132)

# DYNAMICS OF ELASTIC SCREEN SURFACE AND PENETRATING MECHANISM OF DIFFICULT SCREENING MATERIAL

Zhao Yaomin and Liu Chusheng

*Department of Energy Utilization and Chemical Engineering,*

*China University of Mining Technology, Xuzhou 221008, P. R. China*

**ABSTRACT** The dynamic model of elastic screen surface of screening machine which screens difficult screening material has been set up. By theoretically analyzing the dynamic model, the deformation formula of elastic screen surface in the vibration of screening machine was derived. The penetrating and blocking forces of all kinds sizes of particles were analyzed, and the formula of penetrating force was given, then it was pointed out that the penetrating force of elastic screen surface is bigger than that of rigid screen surface. The mechanism overcoming the blocking of elastic screen surface was explained. The design formula of working revolution of elastic screening machine, which is equal to the fundamental frequency of elastic vibration of screen surface, was given. The comparison experiments between on metal screen surface and on elastic screen surface were made, the results of experiments showed that the screening technical index of the screening machine with elastic screen surface is better than that of the screening machine with metal screen surface.

**Key words** elastic screen surface dynamics of elastic screen surface difficult screening material

(编辑 吴家泉)