

铸坯凝固过程计算机模拟^①

郭 戈¹

1 (甘肃工业大学电信系, 兰州 730050)

乔俊飞² 王 伟²

2 (东北大学自动化研究中心, 沈阳 110006)

摘 要 为了克服仅仅以铸坯热平衡为基础进行建模的不足, 针对传热、钢水流动和凝固三种现象, 建立起铸坯凝固过程的数学模型。实验表明, 基于这种模型的计算机模拟结果与实际连铸生产中的铸坯凝固过程十分接近, 为铸坯冷却控制提供了可靠的保证。

关键词 铸坯 传热 对流 凝固 建模

中图法分类号 TG249. 7 TP15

连铸实质上是一个散热过程, 不但钢水的过热和熔态热得以释放, 而且凝固后的多余热量也散发出去。液相区散热的方式包括对流和传导, 而固相区则以热传导方式散热。铸坯拉出结晶器后, 还要进一步由喷水或汽雾进行冷却, 以实现铸坯和支撑辊进行连续的可以控制的冷却。进入空冷区之后, 铸坯主要以辐射和与空气的自然对流方式散热。针对铸坯凝固过程建立准确的数学模型对于实现可预测的冷却控制和提高铸坯质量都是很重要的。目前常见的铸坯冷却模型大多是单纯根据传热现象建立的铸坯凝固过程传热偏微分方程模型, 然后根据一定的初始条件和边界条件采用有限差分法对其求解。事实上, 这种方法由于没有考虑液芯中由电磁搅拌和自然对流引起的钢水对流散热因而很不准确。如何补偿液相区和两相区中钢水的对流散热一直是铸坯凝固过程建模中的一个关键问题, 为此, 本文综合传热、钢水流动和凝固三种现象, 建立起铸坯凝固过程的计算机模拟模型。

1 铸坯凝固过程建模

不同断面形状的铸坯凝固过程具有类似

性, 为了便于分析, 本文以方坯连铸为例。相比之下, 拉坯方向上的传热比横截面上的传热小得多, 故可以忽略, 并做如下假设:

(1) 钢的传热具有各向同性, 铸坯凝固壳定向生长;

(2) 液相温度与固相温度固定不变;

(3) 液芯中的钢水流动主要由浇铸流和自然对流引起, 忽略铸坯鼓肚和收缩等次要因素, 且钢水流动是满足牛顿力学的不可压缩的紊流;

(4) 不考虑结晶器振动和液面波动的影响。

1. 1 传热模型

根据传热学原理得出铸坯凝固传热偏微分方程如下:

$$\begin{aligned} \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} + \rho c \frac{\partial}{\partial x}(u\theta) + \rho c \frac{\partial}{\partial y}(v\theta) + \\ \rho c \frac{\partial}{\partial z}(w\theta) = \frac{\partial}{\partial x}(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x}) + \\ \frac{\partial}{\partial y}(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z}) + S \end{aligned} \quad (1)$$

为了简化方程, 设对应于 $i = 1, 2, 3$, s_i 分别表示 x , y 和 z 方向上的速度 u , v 和 w ; c_i 分别表示 x , y 和 z 坐标方向, 则该方程可写为

$$\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} + \rho c \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial c_i}(s_i \theta) =$$

① 辽宁省优秀青年科研人才培养基金项目 963007 和国家计委“九五”科技攻关项目 85- 524- 02- 05 资助
收稿日期: 1997- 12- 20; 修回日期: 1998- 08- 12 郭 戈, 男, 26 岁, 博士

$$S + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial c_i} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial c_i} \right) \quad (2)$$

式中 C —比热, ρ —钢密度, λ —导热系数, θ —温度, x 和 y —分别为铸坯宽度方向和厚度方向, t —凝固时间, S —由凝固潜热引起的热流, 其计算如下^[1]:

$$S = \rho L_t \frac{\partial \delta}{\partial t} \quad (3)$$

式中 L_t —凝固潜热, $\delta = \delta(t)$ —凝固壳厚度, 它与铸坯温度场密切相关, 下文将进行探讨。

求解传热方程(1)的边界条件如下:

A 弯月面

$$\theta = \theta_0$$

B 铸坯中心轴线

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0$$

C 铸坯表面

在结晶器内, 铸坯通过保护渣熔膜向结晶器铜壁传热, 热流可用下式描述:

$$q = q_c + q_r$$

$$q_c = (\theta - \theta_m) / (d_p / \lambda + R)$$

$$q_r = \alpha_r (\theta^4 - \theta_m^4)$$

水雾冷却区

$$q = h(\theta - \theta_w)$$

空冷区

$$q = \varepsilon \sigma (\theta^4 - \theta_a^4)$$

式中 q —热流密度, θ_m —结晶器铜板温度, d_p —保护渣熔膜厚度, q_c 和 q_r —分别为通过对流和辐射传递的热流, λ —热传导系数, R —铸坯与结晶器之间的热阻, α_r —辐射散热系数, 以上参数的取值见文献[2]。 θ_0 —浇注温度, θ_w 和 θ_a —分别为冷却水温度和环境温度, ε 和 σ —分别为辐射系数和波尔兹曼常数, h —综合传热系数, h 的计算如下^[3]:

水雾冷却

$$h = 5.88 \frac{W}{\alpha} + 0.013$$

喷水冷却

$$h = 0.477 \left(\frac{W}{\alpha} \right)^{0.451}$$

支撑辊

$$h = 0.4$$

式中 W —冷却水流密度; α —为修正系数, 取 $\alpha = 1.3$ 。

上述边界条件和方程(1)一起构成了铸坯凝固过程传热数学模型, 由方程(1)可以看出, 铸坯凝固传热受液芯中钢水对流的影响, 所以应对钢水对流进行建模。

1.2 钢水流动模型

我们知道, 铸坯凝固过程中液相区的散热包括传导和对流, 如何补偿液相区和两相区的对流散热, 是准确描述铸坯凝固过程的一个关键问题。铸坯液芯中的对流是由钢水浇注流所具有的动力学能量、自然对流以及电磁搅拌等所引起的紊流。下面给出计算紊流的主导方程^[4]:

连续性方程

$$\frac{\partial s_i}{\partial c_i} = 0 \quad (4)$$

动量方程

$$\frac{\partial s_i}{\partial t} + \frac{\partial s_i s_j}{\partial c_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial c_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial c_i} \left[\mu_e \left(\frac{\partial s_i}{\partial c_j} + \frac{\partial s_j}{\partial c_i} \right) \right] + a_i \quad (5)$$

式中 s_i 和 c_i 的意义与方程(2)中相同, p —钢水静压力, μ_e —有效粘度, 它可由下式求得

$$\mu_e = \mu_m + \mu_t$$

式中 μ_m —分子动力学粘度, 为常数; μ_t —紊流粘度, 由下式确定

$$\mu_t = \frac{C_3 \phi^2}{e}$$

式中 C_3 —待定系数, ϕ —紊流动力学能量, e —紊流动力学能量损耗系数。它们可根据紊流的特性和雷诺方程用下面的紊流模型求解。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial s_i \phi}{\partial c_i} = \frac{\partial}{\partial c_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\phi} \frac{\partial \phi}{\partial c_i} \right) + \mu_t \frac{\partial s_i}{\partial c_i} \left(\frac{\partial s_i}{\partial c_j} + \frac{\partial s_j}{\partial c_i} \right) - e \quad (6)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial s_i e}{\partial c_i} = \frac{\partial}{\partial c_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_e} \frac{\partial e}{\partial c_i} \right) + \frac{C_1 e \mu_t}{\phi} \frac{\partial s_i}{\partial c_i} - \left(\frac{\partial s_i}{\partial c_j} + \frac{\partial s_j}{\partial c_i} \right) - \frac{C_2 e^2}{\phi} \quad (7)$$

上述紊流方程中的 C_1 , C_2 , C_3 , σ_ϕ 及 σ_ϵ 均为待定常数^[5]。

求解上述紊流方程的边界条件如下^[6]:

浸入式水口注流口

$$u = U_i, w = 0, v = 0$$

$$\phi = 0.01 U_i, e = \phi^{1.5}/r$$

结晶器底端

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

铸坯中心轴线

$$u = 0, v = 0, \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0, \frac{\partial e}{\partial x} = \frac{\partial e}{\partial y} = 0$$

结晶器壁

$$u = 0, v = 0, w = U_0$$

式中 U_0 为拉速, U_i 为水口注流速度, r 为浸入式水口半径。

1.3 凝固壳生长模型

在 1.1 节文中提到的凝固潜热所引起的热流与凝固壳生长厚度密切相关。铸坯的凝固壳生长过程可用凝固定律描述:

$$\delta = f(x, y, z, t)$$

坯壳生长速率取决于凝固界面两边的温度梯度, 而温度场反过来也受凝固层厚度的影响, 可见坯壳厚度与铸坯温度场相互关联, 所以求凝固定律的精确解析解是很困难的, 目前广泛采用平方根定律对坯壳厚度进行估算, 即

$$\delta = k\sqrt{t}$$

式中 k 为凝固系数。

另外也可采用热平衡法进行估算, 通常情况下估算结果与实验数据很吻合。尽管计算坯壳凝固厚度的途径很多, 但至今还没有一种可靠的方法, 而且在铸坯凝固后期, 由于凝固加快, 所以此时这些方法不适用。

本文采用傅里叶级数描述铸坯外形, 并采用保角映射的方法计算坯壳厚度。实际中的方坯断面如图 1 所示, 将该断面形状保角映射到单位圆内, 取图中 $ABCD$ 为计算域, 将其映射到上半平面内, 然后在该半平面内根据热平衡方程就可得到铸坯凝固层的厚度

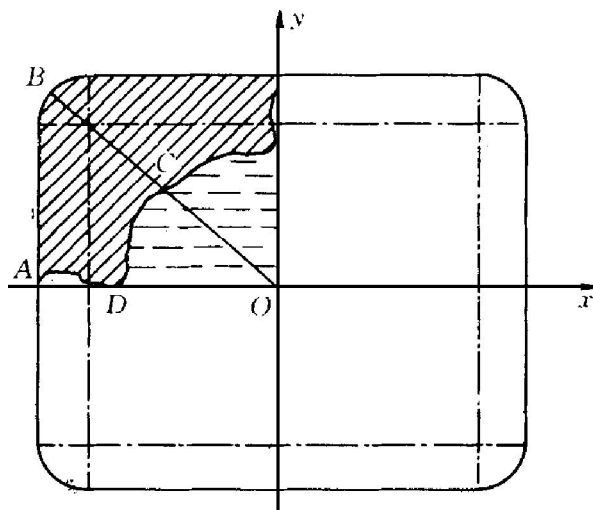


图1 铸坯凝固断面

Fig. 1 Cross section of solidifying casting blank

$$\delta_1 = AD = a - a(a_1 e^{-\xi} + a_5 e^{-5\xi} + a_9 e^{-9\xi} + \dots) \quad (8)$$

$$\delta_2 = BC = a[a_1(1 - e^{-\xi}) - a_5(1 - e^{-5\xi}) + a_9(1 - e^{-9\xi}) - \dots] \quad (9)$$

详细计算过程及其相关参数 a_i ($i = 1, 5, 9, \dots$) 以及 ξ 等的取值见文献[7]。通常 $\delta_2 > \delta_1$, 这说明铸坯角部表面散热较快, 其温度低于其它部位的表面温度。这一点在后面的模拟计算和实验中已得到了很好的验证。

2 数值计算及实验

由于凝固过程的传热、传质模型及其相关的边界条件都具有非线性, 本文采用有限差分法对这一模型进行数值求解。差分网格划分如图 2 所示。方程 (1) 在数值求解时需要展开如下:

$$\begin{aligned} \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} + \rho c \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial \nabla_i} (s_i \theta) \\ = S + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial \lambda}{\partial c_i} \frac{\partial \theta}{\partial c_i} + \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial c_i^2} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

该方程在计算中必须对其中的各偏微分项进行如下有限差分运算:

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{1}{h} [\theta(x_{k+1}) - \theta(x_k)] \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{1}{h^2} [\theta(x_{k-1}) - 2\theta(x_k) + \theta(x_{k+1})] \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial c_i}(s_i \theta) = s_i \frac{\partial \theta}{\partial c_i} + \frac{\partial s_i}{\partial c_i} \quad (13)$$

式中 x 代表模型中的坐标和时间变量, h 代表该变量在差分运算时所取的步长。在每次运算时都需要保存所有差分网点处的温度、速度、导热系数及各偏微分项的值。

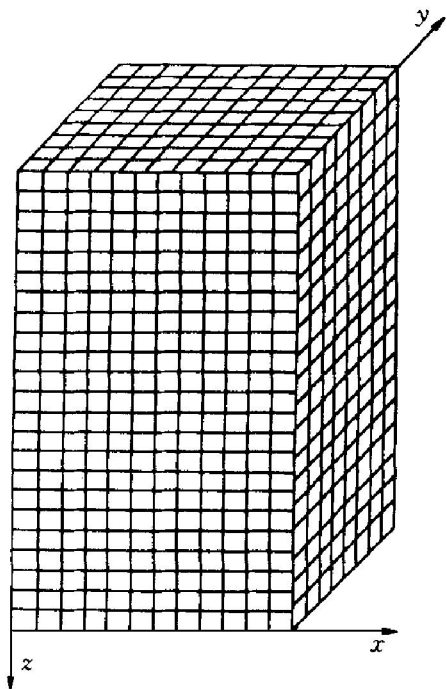


图2 差分网格

Fig. 2 Differential slices

为了简化运算和节省 CPU 内存, 本文引入 Kirchhoff 变换^[7]

$$\theta(\theta) = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\lambda(\theta')}{\lambda_0} d\theta' \quad (14)$$

式中 λ_0 为参考导热系数。从而有

$$\lambda \frac{\partial \theta}{\partial c_i} = \lambda_0 \frac{\partial \theta(\theta)}{\partial c_i} \quad (15)$$

将式(15)代入式(1), 得到变换后的传热方程

$$\begin{aligned} \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} + \rho c \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial c_i}(s_i \theta) \\ = S + \lambda_0 \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 \theta}{\partial c_i^2} \end{aligned} \quad (16)$$

变换后的传热方程求解时每个差分网点的运算量减少了将近一半。

在数值计算中取固相区钢的传热系数与温

度呈线性关系, 即

$$\lambda(\theta) = \alpha + \beta \theta$$

式中 α, β —待定系数。考虑到对流散热的影响, 对于液相区, 传热系数取为

$$\lambda_l = k_c \lambda(\theta)$$

而对于两相区, 传热系数的大小与液芯中树状晶形成的速率有关。研究表明, 采用上述线性关系算得的值偏大, 原因是树状晶枝的底部很少有钢液流动。本文采用如下经验公式:

$$\lambda_s(\theta) = \lambda(\theta) \left[1 + (k_c - 1) \left(\frac{\theta - \theta_s}{\theta_l - \theta_s} \right)^2 \right]$$

式中 k_c —在 5 ~ 10 之间取值的常数。

虽然铸坯的温度不管在时间上还是在空间上都是连续变化的, 但钢的一些热物理参数在由液相到固相变化的区域内并不是随温度光滑连续变化, 而是发生跳变, 且这种突变不可能正好发生于差分网点上, 所以在求解时只好采取措施来逼近相变区域内快速变化的热特性参数。一种简单的办法是采用零阶逼近方法, 如果时间间隔选得足够小, 就可以很好地逼近热特性参数。这种方法实施起来并不难, 只是采用很小的时间间隔模拟一个连铸过程需要的运算量太大。本文在模型求解时探讨了一种新策略, 即在每个周期中求解方程数次, 由该周期起始温度与最终温度之差计算每个差分网点处的平均热特性参数, 以此作为该处的热特性参数的值。这样, 尽管每个周期的计算量有所增加, 但能够很好地补偿热特性参数的变化, 时间步长也增大了许多, 从而大大减少了总运算量。

本文研究的连铸机正常拉速 $U_0 = 3 \text{ m/min}$, 结晶器横截面为 $40 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$, 结晶器长度 $L = 30 \text{ cm}$, 冷却水温度 $\theta_w = 25 \text{ }^\circ\text{C}$, 环境温度 $\theta_a = 25 \text{ }^\circ\text{C}$, 浇铸温度 $\theta_0 = 1520 \text{ }^\circ\text{C}$, 液相温度 $\theta_l = 1490 \text{ }^\circ\text{C}$, 固相温度 $\theta_s = 1450 \text{ }^\circ\text{C}$, 辐射系数 $\varepsilon = 0.8$, 波尔兹曼常数 $\sigma = 5.67 \times 10^{-12} \text{ J/(cm}^2 \cdot \text{K}^4 \cdot \text{s)}$ 。一般来说, 钢密度随温度而变化, 但并不十分剧烈, 在本文的连铸机工艺条件下, 数值计算中取 $\rho_s = 7.4$, $\rho_{ls} = 7.2$, $\rho = 7.0$ 。

在上述工艺条件下采用有限差分法算得的铸坯厚度如图 3 所示。可以看出, 计算得到的铸坯壳生长趋势在凝固初期与平方根定律很相符, 后来坯壳生长速率加快, 这很好地体现了铸坯凝固后期凝固速率加快的事实。与连铸现场发生漏钢事故后的铸坯壳厚度测量结果相比, 考虑到漏钢时钢水对坯壳的冲刷作用, 计算的铸坯壳厚度与实测值基本一致, 而且计算的固相线所围成的液芯形状与漏钢后的铸坯空穴形状很相似。

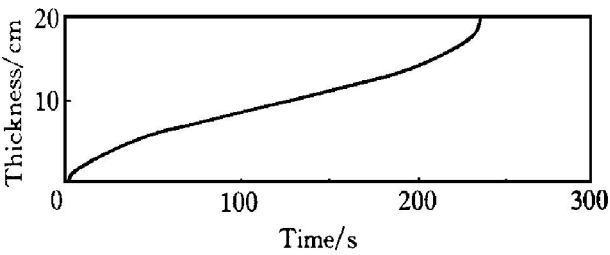


图 3 铸坯壳生长曲线

Fig. 3 Developing of casting blank wall

为了验证本文所建立的铸坯凝固过程数学模型的可靠性, 我们将该模型的计算结果与实验测量结果加以比较。实验中分别采用热电偶和接触式光电测温仪器测量结晶器底端和二次冷却区两个冷却段出口处以及校直点的温度值, 将这几个点处的温度测量结果与计算结果列于表 1。可以看出, 计算得到的铸坯表面温度与实际连铸生产中的测量数据相符合, 说明用该模型可以准确地模拟连铸坯凝固过程。

另外, 值得指出的是计算中发现铸坯角部

的温度明显低于铸坯中部的温度 (如图 4), 所以在冷却控制中应调整冷却喷水量的分布以减小铸坯角部的综合传热系数, 从而实现铸坯均匀冷却, 这与文献 [8] 中的冷却措施相吻合。关于冷却控制, 则有待于进行深入的研究。

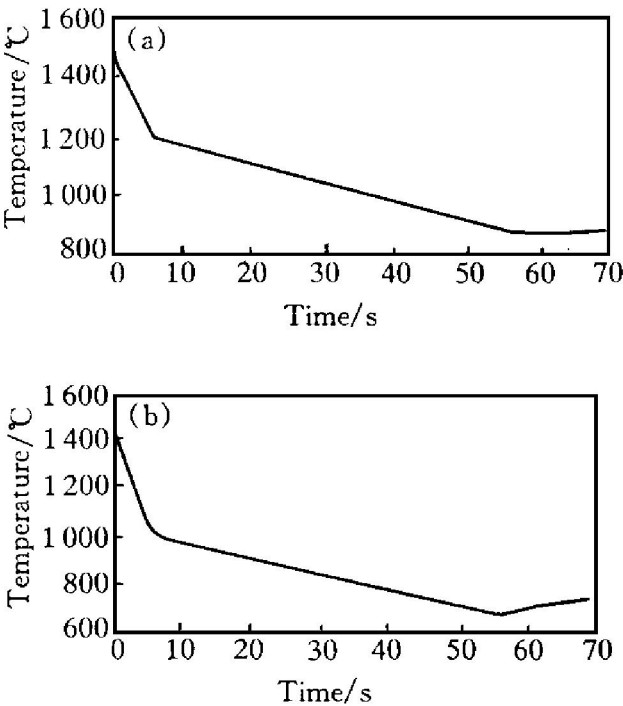


图 4 铸坯表面温度

Fig. 4 Surface temperature of casting blank
(a) —Middle area; (b) —Conner area

REFERENCES

1 Seppo Louhen Kilpi. Scandinavia J Metall, 1994, 23: 9.

2 Akiva Y, Kenichi S, Toshikazu S *et al.* ISIJ Intern, 1993, 33 (1): 140.

3 Cai Kaike (蔡开科). Continuous Casting (连续铸钢). Beijing: Science Press, 1990: 216.

4 James R W and Charles E W eds. Li Weizhen (李为正) and Ye Guang (叶光) transl. Transmission Principle of Momentum, Heat and Mass (动量、热量、质量传递原理), (in Chiense). Beijing: Press of National Defence Industry, 1984: 5.

5 Yeh Jium-Lin, Huang Weng-sing and Chou Chang-Long. ISIJ Intern, 1993, 33 (5): 588.

6 Desantis Michele and Ferretti Alessandro. ISIJ Intern, 1996, 36 (6): 673.

7 Lu Kaiyi (鲁开巖) and Yu Jinglu (俞景录). Ther-

表 1 铸坯表面温度测量及计算数据表

Table 1 Measured and calculated temperatures

Position	Calculated temperature / °C	Measured temperature / °C	Error / %
Mould bottom	1 204. 7	1 180	2. 1
First segment	1 084. 6	1 046	3. 6
Second segment	979. 60	955	2. 5
Alignment point	886. 20	870	1. 8

mal Process of Steel Continuous Casting (连续铸钢的热过程), (in Chinese). Beijing: Metallurgical Indus-

try Press, 1987: 4.

8 Lally B, Biegler L and Henein H. Metall Trans B, 1990, 21B: 761.

SIMULATION OF SLAB SOLIDIFICATION WITH COMPUTER

Guo Ge¹, Qiao Junfei² and Wang Wei²

*1 Department of Electrical and Information Engineering,
Gansu University of Technology, Lanzhou 730050, P. R. China*

*2 Research Center of Automation,
Northeastern University, Shenyang 110006, P. R. China*

ABSTRACT A casting blank solidification model was presented in which both thermal transference and liquid steel flow dynamics in the solidifying blank were considered. This model overcomes the drawbacks of modeling based only on conduction of thermal energy. The simulation results and measurements of experiments in the casting line coincide well with each other.

Key words casting blank thermal transference convection solidification modeling

(编辑 何学锋)