第 9 卷第 1 期
Vol. 9 No. 1

中国有色金属学报
The Chinese Journal of Nonferrous Metals

1999 年 3 月
Mar. 1999

金属体积成形中的韧性损伤准则①

稽国金　彭颖红　阮雪榆
(上海交通大学国家模具 CAD 工程研究中心, 上海 200030)

摘　要　以 Lemaitre 的 4 个基本要素, 即损伤变量、各向同性损伤假设、有效应力、应变等效性假设, 以及热力学和损伤只发生在拉伸应力的塑性变形下的假设为基础, 提出了一个韧性损伤准则, 它能解释自由均匀镦粗的自由表面无裂纹的现象。

关键词　体积成形　韧性损伤　破坏准则

中图法分类号　O346.5

金属材料在伴有拉伸应力的塑性变形过程中, 会有损伤劣化。从物理学观点来讲, 损伤可看作是由微空洞和微裂纹的形成和发展, 最后成为宏观裂纹。从力学观点来讲, 损伤可看作是影响材料强度的状态变量; 材料强度是指在有效应力意义下的变形强度和破坏强度, 状态变量就是损伤的损伤变量。连续介质损伤力学(Continuum Damage Mechanics, CDM), 就是在有效应力和损伤变量基础上建立和发展起来的。

前苏联塑性力学家 Kachanov[1] 在 1958 年研究蠕变时, 第一次引进"连续性因子"和"有效因子"的概念。以后, Rabotnov[2] 又进一步引进了"损伤因子"的概念。在这些概念的基础上, 他们采用连续介质力学的唯象方法, 研究了材料细观蠕变损伤所引起的劣化过程。此后 20 年, 这些概念和方法主要局限于分析蠕变断裂。直到 70 年代后期, 由于原子能工业和航天技术方面遇到一些新问题, 材料损伤的概念开始受到多方面的重视。除 Kachanov 和 Rabotnov 外, 瑞典的 Hult[3] 和 Broberg, 法国的 Lemaitre[4] 和 Chaboche, 英国的 Hayburst 和 Lechie, 日本的村上澄男[5](Murakami), 美国的 Kremple 等人采用连续介质力学的方法, 把损伤因子推广为一种场变量, 逐渐形成了"连续介质损伤力学"的概念。同时, 随着金属学检测技术的进步, 美国的 Argon, 英国的 Ashbyt 和 Gittas 等人对金属材料的损伤机制, 也做了不少工作。本文正是基于这样的研究背景, 在金属材料体积成形中的损伤劣化和裂纹形成方面展开深入的研究, 为解决金属成形中的裂纹的形成和发展提供了理论依据。

1　旧的韧性损伤准则

Lemaitre[6] 曾在损伤变量(图 1 示)、各向同性损伤假设、有效应力、应变等效性假设(图 2 示)及热力学基础上, 从弹性损伤应变能释放率角度推出了一个韧性损伤准则:

$$D = \frac{D_c}{\varepsilon_R - \varepsilon_D} \times \left\{ p \left[\frac{2}{3}(1+\upsilon) + 3(1-2\upsilon)\left(\frac{\sigma_H}{\delta_{eq}}\right)^2 \right] - \varepsilon_D \right\} \tag{1}$$

式中　D_c 为宏观裂纹开始时的损伤极限值; ε_D, ε_R, 分别为损伤开始和损伤破坏时的一维应变; σ_H, σ_{eq}, 分别为平均应力和等效应力; p 为累积塑性应变, 其定义为 $p = \left(\frac{2}{3} \varepsilon^p \times \varepsilon^p \right)^{1/2}$; υ 为泊松比。

① 收稿日期: 1998-02-01; 修回日期: 1998-04-14　　稽国金, 男, 27 岁, 博士研究生

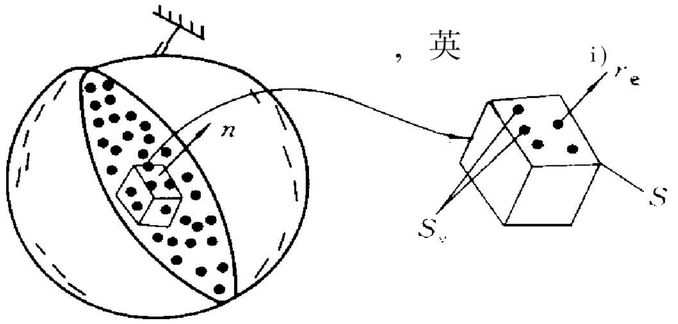

图 1　损伤单元

Fig. 1　Damage element

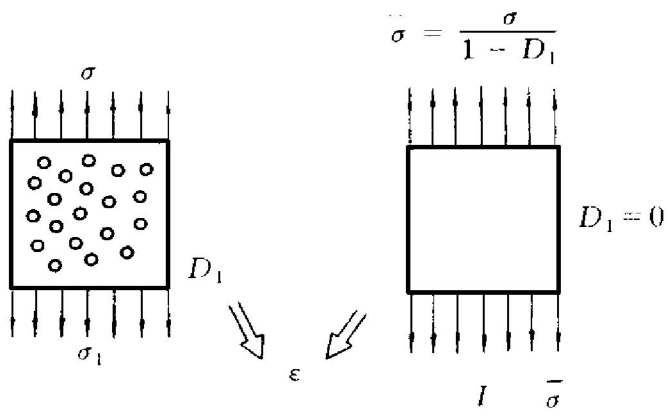

图 2　应变等效

Fig. 2　Strain equivalence

正如 Kachanov 所指出的，式(1)中的应力三轴度 σ_H/σ_{eq}是平方项，不能反映应力三轴度 σ_H/σ_{eq}为负值的情况。而在塑性加工中，其基本应力状态除冲压中的少数工序和拉拔等以外，在绝大多数的塑性加工方法中，变形基本应力状态为负值。为了克服上述不足，吴诗惇和梁华[7]提出以考虑损伤的塑性势为热力学势能，并依此导出新的损伤演变方程：

$$D = \frac{D_c}{\varepsilon_R - \varepsilon_D} \times \left[\exp\left[B\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} - \frac{1}{3}\right) \right] \times \bar{\varepsilon} - \varepsilon_D \right] \quad (2)$$

式中　B 为材料常数。

根据 Kuhn[8]成形极限曲线(图 3 示)，在自由均匀镦粗中，自由表面没有裂纹产生。而应用式(1)和(2)，对于自由均匀镦粗，$\sigma_H/\sigma_{eq} = -1/3$，分别得

$$D = \frac{D_c}{\varepsilon_R - \varepsilon_D}(P - \varepsilon_D)$$

和

$$D = \frac{D_c}{\varepsilon_R - \varepsilon_D}\left[\exp\left[B\left(-\frac{2}{3}\right) \right] \times \bar{\varepsilon} - \varepsilon_D \right]$$

即随着自由均匀镦粗的继续，其自由表面可能有裂纹产生，显然与 Kuhn 曲线不符。

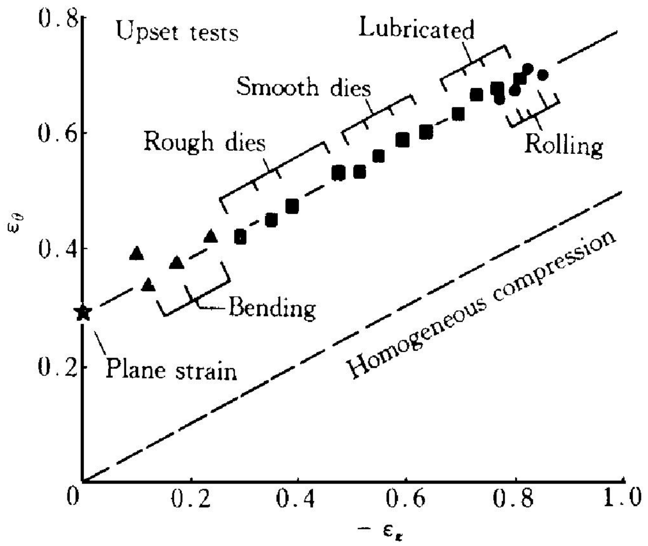

图 3　Kuhn 成形极限曲线

Fig. 3　Relationship between tensile and compressive surface strains of fracture in upseting, rolling and bending tests (cold-drawn 1045 steel, slope of line is one-half, intercept is 0.28)

2　新的韧性损伤准则

针对以上不足，本文以只伴有拉伸应力的塑性变形才引起损伤劣化假设为基础，遵循 Lemaitre 四个假设，以考虑损伤的对应于拉伸应力的塑性势作为热力学势能，推导出一个韧性损伤演化准则。

以考虑损伤的对应于拉伸应力的塑性势作为热力学势能 φ，即

$$\phi = \frac{1}{\rho_m}\frac{1}{1 - D}\left(\int_0 \sigma_1^+ \mathrm{d}\varepsilon + \cdots + \int_0 \sigma_n^+ \mathrm{d}\varepsilon\right) \quad (3)$$

式中　D 为损伤变量；σ_1^+，σ_n^+ 为拉伸应力；ε 为对应于 σ^+ 的应变；ρ_m 为材料密度。

Lemaitre 按照不可逆热力学定义损伤应变能释放率为

$$y = \rho_m \frac{\partial \phi}{\partial D} = \frac{-1}{(1 - D)^2}\left(\int_0 \sigma_i^+ \mathrm{d}\varepsilon + \cdots +\right.$$

$$\int_0 \sigma_n^+ \mathrm{d}\varepsilon) \tag{4}$$

设耗散势为

$$\varphi^* = \frac{S_0}{s_0+1}\left(\frac{-y}{S_0}\right)^{s_0+1} \dot{p} \tag{5}$$

$\dot{p}$ 为累积塑性应变率，其定义为

$$\dot{p} = \left[\frac{2}{3}\dot{\varepsilon}^p \times \dot{\varepsilon}^p\right]^{1/2} \tag{6}$$

式中　s_0 和 S_0 与材料和温度相关。

损伤演化方程为

$$\dot{D} = -\frac{\partial \varphi^*}{\partial y} = \left(\frac{-y}{S_0}\right)^{s_0} \dot{p} =$$

$$\left[\frac{1}{S_0}\frac{1}{(1-D)^2}\left(\int_0 \sigma_1^+ \mathrm{d}\varepsilon + \cdots + \int_0 \sigma_n^+ \mathrm{d}\varepsilon\right)\right]^{s_0} \dot{p} \tag{7}$$

取 Ramberg-Osgood 硬化规律为：

$$p = \left[\frac{\sigma_{eq}}{(1-D)K}\right]^M$$

或

$$\frac{\sigma_{eq}}{1-D} = K \times p^{\frac{1}{M}} \tag{8}$$

式中　K，M 均为材料常数。

将式(8)代入式(7)，得

$$\dot{D} = \left[\frac{1}{S_0}\left(\frac{K}{\sigma_{eq}}\right)^2\left(\int_0 \sigma_1^+ \mathrm{d}\varepsilon + \cdots + \int_0 \sigma_n^+ \mathrm{d}\varepsilon\right)\right]^{s_0} \cdot p^{\frac{2s_0}{M}} \times \dot{p} \tag{9}$$

上式为韧性损伤的一般本构方程。

设 p_D 为损伤门槛值，即

当 $p < p_D$ 时，$D = 0$

对上式积分，得：

$$D = \left[\frac{1}{S_0}\left(\frac{K}{\sigma_{eq}}\right)^2\left(\int_0 \sigma_1^+ \mathrm{d}\varepsilon + \cdots + \int \sigma_n^+ \mathrm{d}\varepsilon\right)\right] \cdot \frac{M}{2s+M}\left(p^{\frac{2s_0+M}{M}} - p_D^{\frac{2s_0+M}{M}}\right) \tag{10}$$

对于大塑性变形，硬化指数通常是很高的，$M \to \infty$，因此，

$$D = \left[\frac{1}{S_0}\left(\frac{K}{\sigma_{eq}}\right)^2\left(\int_0 \sigma_1^+ \mathrm{d}\varepsilon + \cdots + \int \sigma_n^+ \mathrm{d}\varepsilon\right)\right]^{s_0} \times (p - p_D) \tag{11}$$

设 p_R 为断裂应变，其对应的损伤值 D_c，即

当 $p = p_R$ 时，$D = D_c$，则

$$D_c = \left[\frac{1}{S_0}\left(\frac{K}{\sigma_{eq}}\right)^2\left(\int_0 \sigma_1^+ \mathrm{d}\varepsilon + \cdots + \int_0 \sigma_n^+ \mathrm{d}\varepsilon\right)\right]^{s_0} \times (p_R - p_D) \tag{12}$$

D 除 D_c，得

$$D = D_c\left(\frac{p - p_D}{p_R - p_D}\right) \tag{13}$$

设

$$\frac{p_R}{p_D} = \frac{\varepsilon_R}{\varepsilon_D} \tag{14}$$

ε_D 和 ε_R 分别为一维条件下损伤应变门槛值和断裂时的应变，则

$$D = D_c\left(\frac{p\dfrac{\varepsilon_R}{p_R} - \varepsilon_D}{\varepsilon_R - \varepsilon_D}\right) \tag{15}$$

设 $s_0 = 1$，则对于一维问题，有

$$D_c = \left[\frac{1}{S_0}\left(\frac{K}{\sigma_{eq}}\right)^2\int_0^{\varepsilon} \sigma_{eq}\mathrm{d}\varepsilon\right](\varepsilon_R - \varepsilon_D) \tag{16}$$

和

$$D_c = \left[\frac{1}{S_0}\left(\frac{K}{\sigma_{eq}}\right)^2\left(\int_0 \sigma_1^+ \mathrm{d}\varepsilon + \cdots + \int_0 \sigma_n^+ \mathrm{d}\varepsilon\right)\right] \times (p_R - p_D) \tag{17}$$

则最后的损伤演化方程为

$$D = D_c\left(\frac{p\dfrac{\int_0 \sigma_1^+ \mathrm{d}\varepsilon + \cdots + \int_0 \sigma_n^+ \mathrm{d}\varepsilon}{\int_0^{\varepsilon} \sigma_{eq}\mathrm{d}\varepsilon} - \varepsilon_D}{\varepsilon_R - \varepsilon_D}\right) \tag{18}$$

从式(18)可看出，对于自由均匀镦粗，因其拉伸应力为零，$D = 0$，因此没有塑性损伤，其自由表面没有裂纹，与 Kuhn 成形极限曲线所得的结论相符合。

3　结论

本文以韧性损伤只发生在伴有拉伸应力的塑性变形中的假设为基础，遵循 Lemaitre 的四大假设，推导出一个韧性损伤准则，能解释自由均匀镦粗中自由表面没有裂纹的现象，弥补

了 Lemaitre 和吴诗惇和梁华的韧性损伤的不足。因未考虑温度和应变率的影响，适用于一般的金属冷、温成形过程。

REFERENCES

1 Kachanov L M. Izv Akad Nawe USSR Otd Teknh Nawk, 1958, 8: 26- 31.

2 Rabotnov Y N. Prog In Appl Mech, 1963: 307- 315.

3 Hult J. In: Topic in Applied Continuum Mechanics. Vienna: Springer-Verlag, 1974.

4 Lemaitre J *et al*. Euromech 147, Cachon, France, 1981.

5 Murakami S and Ohno N. In: Ponter A R S and Hayhurst D R eds. Proc 3rd IUTAM Symposium on Creep in Structures. Springer, Berlin, 1981: 422- 444.

6 Jean Lemaitre. J Eng Mater Tech, 1985, 107: 83- 89.

7 Wu Shichun and Liang Hua. J Mater Proc Tech, 1990, 21: 295- 302.

8 Kuhn H A, Lee P W and Erturk T. J Enger Mater Tech, 1973, 213- 218.

A CRITERION OF DUCTILE DAMAGE IN METALFORMING

Ji Guojin, Peng Yinghong and Ruan Xueyu

National Die & Mold CAD Engineeing Research Center, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, P. R. China

ABSTRACT Based on Lemaitre's four basic elements, such as damage variable, hypothesis of isotropy, concept of effective stress and hypothesis of strain equivalence, and thermodynamics as well, and also on the author's hypothesis that damage can only be developed on plastic deformation with tensile stress, a new model of isotropic ductile damage was derived. The new model can explain that on the free surface of free homogeneous upsetting there is no ductile fracture.

Key words metalforming ductile damage criterion of ductile damage

(编辑 朱忠国)