[文章编号] 1004- 0609(2000)06- 0804- 05

考虑变形热效应的本构关系建立方法①

罗子健, 杨 旗, 姬婉华
(西北工业大学 材料科学与工程学院, 西安 710072)

[摘 要] 在等温恒应变速率压缩过程中, 随着等效应变速率的增大, 变形热效应对流动应力的影响程度增大。当等效应变速率很小时, 变形热效应对流动应力的影响可忽略不计, 压缩过程可近似认为是等温过程; 当等效应变速率较大时, 变形热效应对流动应力的影响相当显著, 压缩过程基本上成为绝热过程。提出了一种考虑变形热效应对流动应力影响的本构关系建立方法。用该方法建立的本构关系能客观地反映材料在热态变形过程中的动态响应特性, 为提高塑性加工过程数值模拟的精度创造了必要的前提。

[关键词] 本构关系; 变形热效应; 非线性回归; 热力参数
[中图分类号] TG 301 [文献标识码] A

所谓本构关系, 是指变形材料的流动应力与变形温度及等效应变和等效应变速率之间的关系。由于本构关系可以表征材料变形过程中的动态响应特性, 因而它是利用有限元方法对塑性加工过程进行数值模拟的前提条件之一, 也是变形热力参数选择及设备吨位确定的主要依据。

常用的本构关系有两种: 唯象本构关系和统计本构关系[1]。唯象本构关系是用数理统计方法或人工神经网络建立的应力、应变和应变速率等可以宏观测定的物理量间的关系, 而不涉及有关原子和分子结构的微观机制[2, 3]。统计本构关系则建立在原子和分子模型描述的微观机制上。显然, 唯象本构关系比较简单, 适用于塑性加工过程的数值模拟。

目前, 大都利用在 Thermecmastor-Z 型热加工模拟试验机上进行等温恒应变速率压缩试验的结果, 采用 Arrhenius 型方程构造材料的唯象本构关系。但是, 研究结果表明, 对于航空用难变形材料, 按 Arrhenius 型方程构造唯象本构关系误差较大。此外, 在所谓等温恒应变速率压缩试验过程中, 变形热效应对合金流动应力的影响不容忽略, 而现有的各类热加工模拟试验机均不能考虑这种影响。因此, 直接利用热加工模拟试验机提供的数据构造本构关系不能得到令人满意的结果。

本文作者提出了一种利用在 Thermecmastor-Z 型热加工模拟试验机上进行等温恒应变速率压缩试验的结果, 以 Zener-Hollomon 参数为主变量, 且考虑变形热效应对流动应力影响的本构关系建立方法, 使所建立的本构关系能客观地反映材料在热态变形过程中的动态响应特性。

1 实验

实验所用材料为上海钢铁五厂生产的 d11 mm GH4169 合金热轧棒材。合金成分为: 0.044 C, 18.98 Cr, 3.05 Mo, 0.46 Al, 0.92 Ti, 5.14 Nb, 0.13 Si, 52.16 Ni, 其余为 Fe(质量分数, %)。棒材的晶粒度为 11 μm。

将棒材加工成 d8 mm × 12 mm 的圆柱形试样。在试样两端面上加工有深度为 0.2 mm 的浅槽, 以存贮玻璃润滑剂, 减少试样与压头之间的摩擦。为了获得试验材料在不同应变、应变速率和变形温度条件下的流动应力, 在 Thermecmastor-Z 型热加工模拟试验机上进行等温恒应变速率压缩试验。试验温度为 960, 980, 1 000 和 1 020 ℃, 试验应变速率为 0.01, 0.1, 1, 10 和 50 s^{-1}, 共 20 个试验规范, 每个规范 2~ 3 个试样, 所有试样的高度压缩率均为 50% (相当于真应变为 0.7)。

2 本构关系的建立方法

目前, 一般按以下 3 种 Arrhenius 型方程建立材料的本构关系[4, 5]:

$$\dot{\varepsilon}\exp(Q/RT) = A_1\exp(n_1\bar{\sigma}) \quad (1)$$

$$\dot{\varepsilon}\exp(Q/RT) = A_2\bar{\sigma}^{n_2} \quad (2)$$

① [基金项目] 国家自然科学基金资助项目(59875071) [收稿日期] 1999- 07- 03; [修订日期] 2000- 06- 12
[作者简介] 罗子健(1934-), 男, 教授, 博士生导师.

$$\dot{\bar{\varepsilon}}\exp(Q/RT) = A_3\sinh(\alpha\bar{\sigma})^{n_3} \tag{3}$$

式中　Q 为变形激活能；R 为气体常数；$\dot{\bar{\varepsilon}}$为等效应变速率；T 为变形温度；$\bar{\sigma}$为流动应力；n_1，n_2 和 n_3 为与应变速率敏感性指数有关的参数；A_1，A_2，A_3 和 α 均为材料的特性参数。

根据流动应力在上述方程中出现的形式，式(1)~(3)分别称为指数方程、幂函数方程和双曲正弦方程。文献[5]指出，式(1)适用于流动应力较高的材料，式(2)适用于流动应力较低的材料，式(3)能兼顾上述两种情况。GH4169 合金虽属流动应力高的材料，但是，根据作者的经验，选用式(1)建立的本构关系，精度不能令人满意，因此，作者选用式(3)建立该合金的本构关系。

将 A_3 和 n_3 分别用 A 和 n 表示，则式(3)变为

$$\dot{\bar{\varepsilon}}\exp(Q/RT) = A\sinh(\alpha\bar{\sigma})^{n} \tag{4}$$

式(4)表明，流动应力只是变形温度与等效应变速率的函数。实际上，对于热态塑性变形过程，应变也是影响流动应力的主要因素[6]。作者按式(4)构造 GH4169 合金的本构关系时，通过建立材料特性参数 Q，A，α，n 与等效应变的函数关系式，以考虑等效应变对流动应力的影响。

按式(4)建立材料的本构关系，关键是确定式中的各材料特性参数。不考虑变形热效应时，对等温恒应变速率压缩试验结果直接进行线性回归，所确定的材料特性参数与等效应变的关系如下：

$$\ln A = \begin{cases} 75\,780\bar{\varepsilon}^4 + 55\,583\bar{\varepsilon}^3 + 14\,541\bar{\varepsilon}^2 - \\ 1\,531.7\bar{\varepsilon} + 85.858 & (\bar{\varepsilon} < 0.25) \\ -3\,979.3\bar{\varepsilon}^4 + 6\,373.4\bar{\varepsilon}^3 - 3\,798\bar{\varepsilon}^2 + \\ 1\,007.9\bar{\varepsilon} - 59.360 & (0.25 \leqslant \bar{\varepsilon} < 0.5) \\ -9\,831.3\bar{\varepsilon}^4 + 24\,202\bar{\varepsilon}^3 - 22\,281\bar{\varepsilon}^2 + \\ 9\,085.2\bar{\varepsilon} - 1\,340.1 & (\bar{\varepsilon} \geqslant 0.5) \end{cases} \tag{5}$$

$$n = \begin{cases} 319.40\bar{\varepsilon}^4 + 202.19\bar{\varepsilon}^3 - 240.33\bar{\varepsilon}^2 + \\ 66.802\bar{\varepsilon} - 1.4210 & (\bar{\varepsilon} < 0.25) \\ -571.00\bar{\varepsilon}^4 + 911.69\bar{\varepsilon}^3 - 540.96\bar{\varepsilon}^2 + \\ 140.91\bar{\varepsilon} - 8.7648 & (0.25 \leqslant \bar{\varepsilon} < 0.5) \\ -3\,073.3\bar{\varepsilon}^4 + 7\,401.2\bar{\varepsilon}^3 - 6\,673.5\bar{\varepsilon}^2 + \\ 2\,665.8\bar{\varepsilon} - 392.88 & (\bar{\varepsilon} \geqslant 0.5) \end{cases} \tag{6}$$

$$Q = \begin{cases} 787\,000\bar{\varepsilon}^4 - 583\,160\bar{\varepsilon}^3 + 155\,280\bar{\varepsilon}^2 - \\ 17\,106\bar{\varepsilon} + 1\,050.9 & (\bar{\varepsilon} < 0.25) \\ -21\,987\bar{\varepsilon}^4 + 35\,938\bar{\varepsilon}^3 - 21\,778\bar{\varepsilon}^2 + \\ 5\,912.0\bar{\varepsilon} - 150.86 & (0.25 \leqslant \bar{\varepsilon} < 0.5) \\ -45\,727\bar{\varepsilon}^4 + 114\,560\bar{\varepsilon}^3 - 107\,160\bar{\varepsilon}^2 + \\ 44\,440\bar{\varepsilon} - 6\,412.1 & (\bar{\varepsilon} \geqslant 0.5) \end{cases} \tag{7}$$

$$\alpha = \begin{cases} 86.499\bar{\varepsilon}^4 - 62.979\bar{\varepsilon}^3 + 16.937\bar{\varepsilon}^2 - \\ 2.019\,8\bar{\varepsilon} + 0.096\,64 & (\bar{\varepsilon} < 0.25) \\ 1.136\,8\bar{\varepsilon}^4 - 1.796\,6\bar{\varepsilon}^3 + 1.063\,2\bar{\varepsilon}^2 - \\ 0.276\,94\bar{\varepsilon} + 0.030\,537 & (0.25 \leqslant \bar{\varepsilon} < 0.5) \\ 5.393\,9\bar{\varepsilon}^4 - 12.889\bar{\varepsilon}^3 + 11.544\bar{\varepsilon}^2 - \\ 4.581\,1\bar{\varepsilon} + 0.682\,79 & (\bar{\varepsilon} \geqslant 0.5) \end{cases} \tag{8}$$

3　实验数据的修正和特性参数的确定

在试样压缩过程中，塑性变形功大部分转化为热能，引起工件温度升高。这种现象称为变形热效应。实际上，在所谓等温恒应变速率压缩过程中，虽然试样表面温度保持恒定，但由于变形功转化的热量无法及时消散，导致试样内各部位温度有不同程度的升高。在同一温度和变形程度下，变形热效应对合金流动应力的影响主要取决于等效应变速率。因此，为了建立较为精确的本构关系，对流动应力的试验数据进行修正是十分必要的[6~9]。

在试样压缩过程中，假定对于等效应变增量 $\Delta\bar{\varepsilon}$，试样内部温升是均匀的，且合金的比热容 c_p 和密度 ρ 均为常数，则试样的温升 ΔT 为[10]：

$$\Delta T = \eta\beta\frac{\bar{\sigma}_{ave}\Delta\bar{\varepsilon}}{\rho c_p} \tag{9}$$

式中　η 为热转化效率，一般取 $\eta = 0.9$；β 为压缩过程的绝热系数，可近似认为 β 只与等效应变速率有关；$\bar{\sigma}_{ave}$为相应于 $\Delta\bar{\varepsilon}$的平均等效应力，即

$$\bar{\sigma}_{ave} = \frac{1}{\Delta\bar{\varepsilon}}\int_{\bar{\varepsilon}\bar{\sigma}}^{\bar{\varepsilon}+\mathrm{d}\bar{\varepsilon}} \bar{\sigma}\mathrm{d}\bar{\varepsilon} \tag{10}$$

根据文献[8, 9]，绝热系数 β 与等效应变速率 $\dot{\bar{\varepsilon}}$的关系列于表 1。

表 1　绝热系数 β 与等效应变速率 $\dot{\bar{\varepsilon}}$的关系

Table 1　Dependence of adiabatic coefficient β on equivalent strain rate $\dot{\bar{\varepsilon}}$

$\dot{\bar{\varepsilon}}/s^{-1}$	≤0.001	0.1	1.0	10	≥50
β	0	0.48	0.88	0.97	1.0

温升 ΔT 引起流动应力的变化 $\Delta\bar{\sigma}$可按式(11)确定：

$$\Delta\bar{\sigma} = \left|\frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial(1/T)}\right|_{\bar{\varepsilon},\dot{\bar{\varepsilon}}} \cdot \left|\frac{1}{T_n + \Delta T} - \frac{1}{T_n}\right| \tag{11}$$

式中　T_n 为等温恒应变速率压缩过程的名义温度。

流动应力的修正过程如下：

1) 以流动应力的实验数据 $\bar{\sigma}$作为初始值 $\bar{\sigma}^{(0)}$，给定收敛精度 ξ；

2) 置 $k = 0$；

3) 由式(9) ~ (11)计算出 $\Delta\bar{\sigma}^{(k)}$，求得新解 $\bar{\sigma}^{(k+1)} = -\Delta\bar{\sigma}^{(k)} + \bar{\sigma}^{(k)}$，重新计算式(4)中 A，n，α，Q 与等效应变的关系；

4) 若 $\max\{\bar{\sigma}^{(k+1)} - \bar{\sigma}^{(k)}\} \leqslant \xi$，则 $\bar{\sigma}^{*} = \bar{\sigma}^{(k+1)}$，停止计算，否则转向下一步；

5) 令 $k = k + 1$，转向步骤(3)。

计算过程中所需的物性参数参照有关资料[11]选取如下：GH4169 合金的密度 $\rho = 8.24 \times 10^3$ kg/m^3；比热容 $c_p = 435.4$ J/(kg·K)。

4 结果与分析

考虑变形热效应前后的流动应力增量随等效应变的变化情况示于图 1。从图 1 可以看出，变形热效应对流动应力的影响不容忽视，特别在等效应变速率高和等效应变大的情况下。

根据修正后的等温恒应变速率压缩试验数据所确定的材料特性参数与等效应变的关系如下：

$$\ln A = \begin{cases} 75\,867\bar{\varepsilon}^4 + 55\,488\bar{\varepsilon}^3 + 14\,464\bar{\varepsilon}^2 - \\ 1\,522.4\bar{\varepsilon} + 85.540 \quad (\bar{\varepsilon} < 0.25) \\ -3\,451.0\bar{\varepsilon}^4 + 5\,554.0\bar{\varepsilon}^3 + 3\,329.5\bar{\varepsilon}^2 + \\ 883.29\bar{\varepsilon} - 47.729 \quad (0.25 \leqslant \bar{\varepsilon} < 0.5) \\ -5\,951.3\bar{\varepsilon}^4 + 14\,742\bar{\varepsilon}^3 - 13\,648\bar{\varepsilon}^2 + \\ 5\,588.5\bar{\varepsilon} - 812.85 \quad (\bar{\varepsilon} \geqslant 0.5) \end{cases} \tag{12}$$

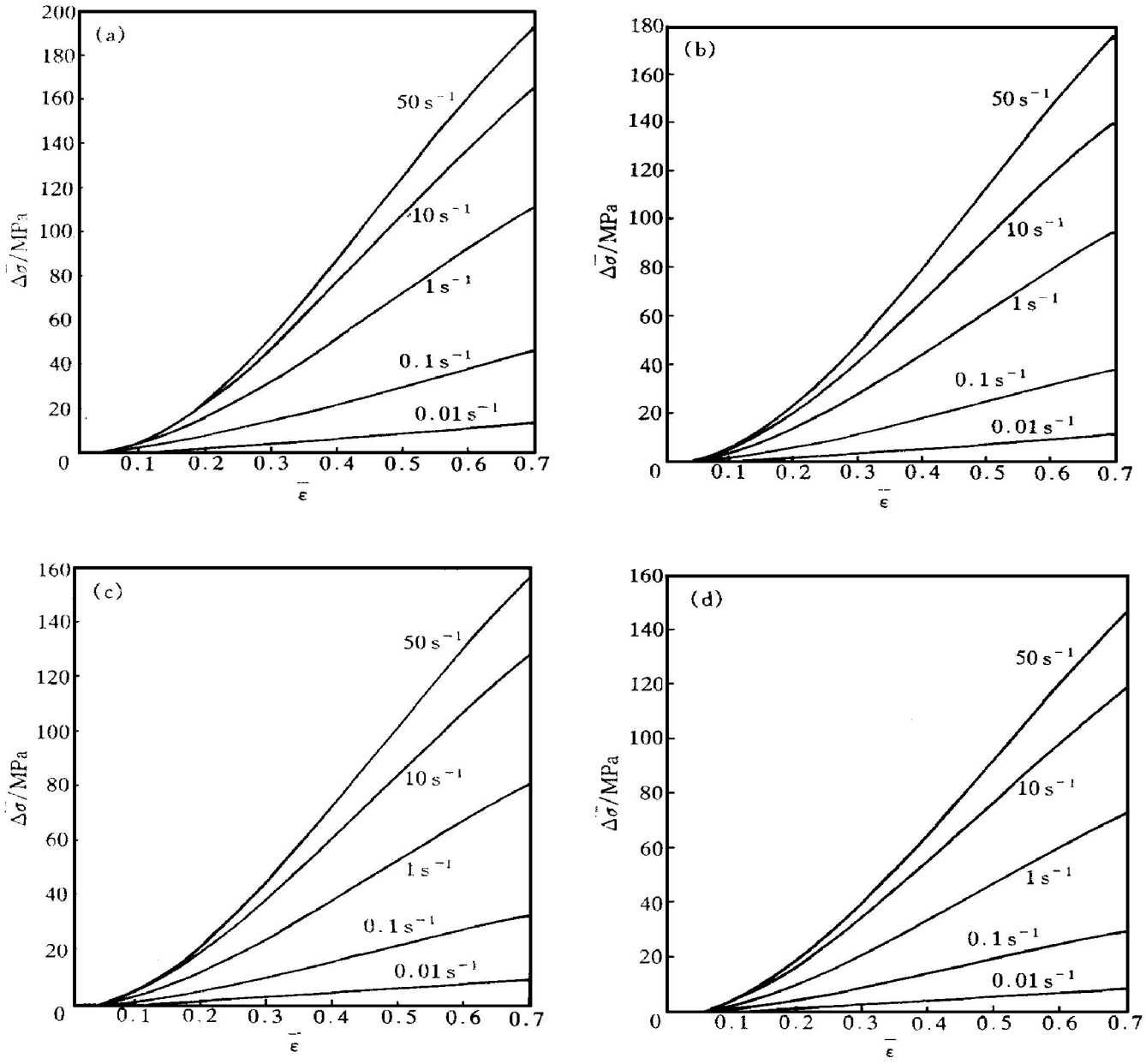

图 1 变形热效应对流动应力的影响

Fig. 1 Influence of deformation heating on flow stress

(a) —960 ℃; (b) —980 ℃; (c) —1 000 ℃; (d) —1 020 ℃

$$n=\begin{cases}150.53\bar{\varepsilon}^4+312.64\bar{\varepsilon}^3-267.60\bar{\varepsilon}^2+\\68.312\bar{\varepsilon}-1.4066 & (\bar{\varepsilon}<0.25)\\-487.07\bar{\varepsilon}^4+784.24\bar{\varepsilon}^3-468.62\bar{\varepsilon}^2+\\121.23\bar{\varepsilon}-6.9500 & (0.25\leqslant\bar{\varepsilon}<0.5)\\-1\,792.5\bar{\varepsilon}^4+4\,353.9\bar{\varepsilon}^3-3\,953.0\bar{\varepsilon}^2+\\1\,586.4\bar{\varepsilon}-233.08 & (\bar{\varepsilon}\geqslant0.5)\end{cases}\tag{13}$$

$$Q=\begin{cases}791\,110\bar{\varepsilon}^4-584\,270\bar{\varepsilon}^3+155\,010\bar{\varepsilon}^2-\\17\,063\bar{\varepsilon}+1\,048.7 & (\bar{\varepsilon}<0.25)\\-20\,150\bar{\varepsilon}^4+32\,933\bar{\varepsilon}^3-20\,030\bar{\varepsilon}^2+\\5\,398.5\bar{\varepsilon}-101.41 & (0.25\leqslant\bar{\varepsilon}<0.5)\\-27\,380\bar{\varepsilon}^4+69\,240\bar{\varepsilon}^3-65\,387\bar{\varepsilon}^2+\\27\,303\bar{\varepsilon}-3\,800.7 & (\bar{\varepsilon}\geqslant0.5)\end{cases}\tag{14}$$

$$\alpha=\begin{cases}82.741\bar{\varepsilon}^4-60.268\bar{\varepsilon}^3+16.221\bar{\varepsilon}^2-\\1.937\,5\bar{\varepsilon}+0.093\,091 & (\bar{\varepsilon}<0.25)\\0.949\,57\bar{\varepsilon}^4-1.517\,0\bar{\varepsilon}^3+0.904\,79\bar{\varepsilon}^2-\\0.238\,16\bar{\varepsilon}+0.027\,025 & (0.25\leqslant\bar{\varepsilon}<0.5)\\2.789\,1\bar{\varepsilon}^4-6.762\,6\bar{\varepsilon}^3+6.132\,0\bar{\varepsilon}^2-\\2.459\,5\bar{\varepsilon}+0.371\,65 & (\bar{\varepsilon}\geqslant0.5)\end{cases}\tag{15}$$

根据式(4)和式(12)~(15)所确定的 GH4169 合金的流动应力曲线示于图 2。为了显示变形热效应的影响，部分未经修正的等温恒应变速率压缩试验数据也表示在图 2 上。从图 2 可以看出，当等效应变速率小时，变形热效应很小，其对流动应力的影响可以忽略不计。因此，这种情况下的压缩过

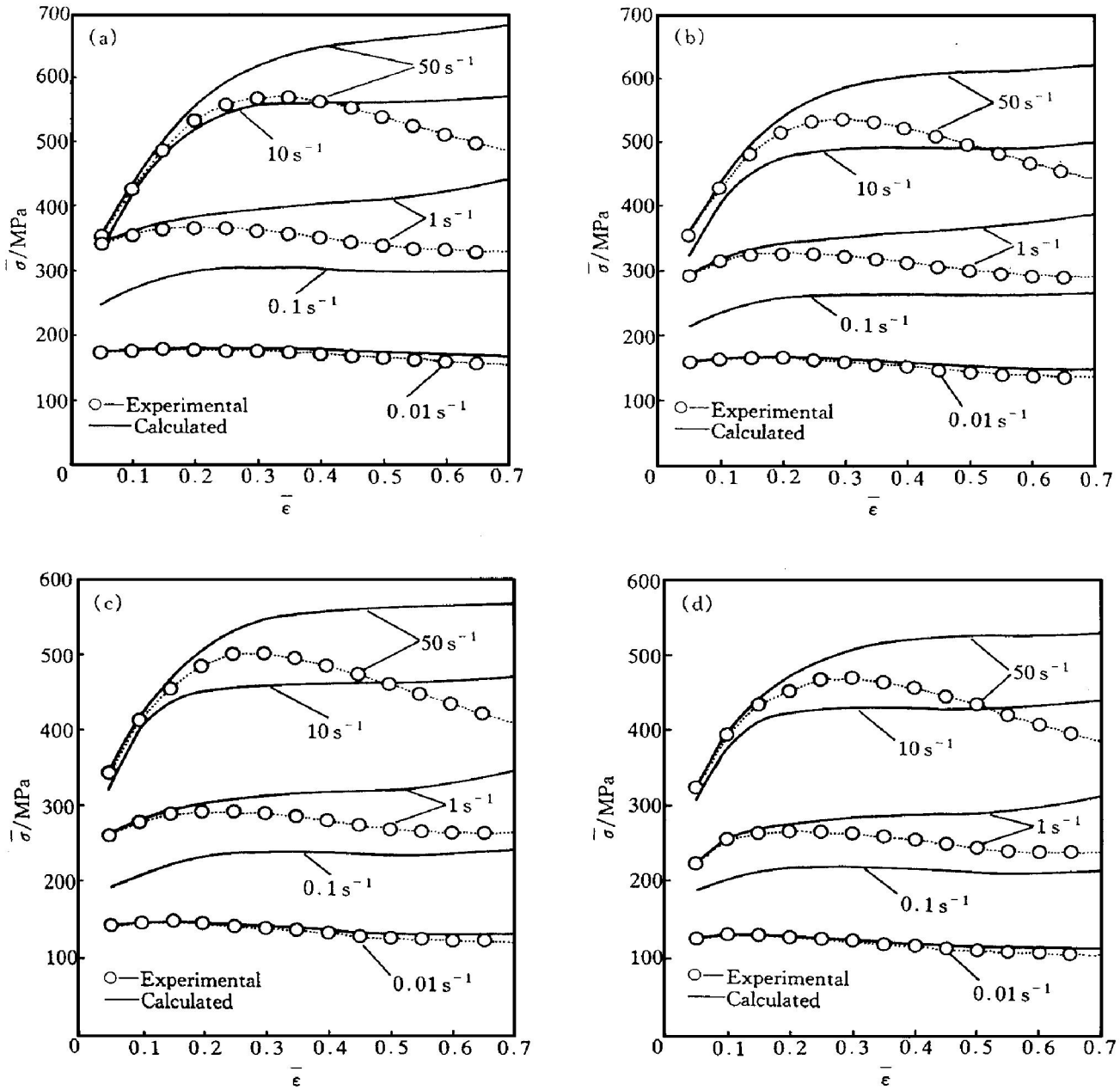

图 2　GH4169 合金的流动应力—应变曲线

Fig. 2　Flow stress—strain curves for GH4169 alloy

(a) —960 ℃; (b) —980 ℃; (c) —1 000 ℃; (d) —1 020 ℃

程可近似认为等温过程。当等效应变速率较大时，变形热效应对流动应力的影响相当显著，压缩过程基本上成为绝热变形过程，因此，必须考虑变形热效应的影响。此外，在同一温度和变形程度下，随着等效应变速率的增大，变形热效应对流动应力的影响程度增大。因此应用作者提出的方法建立的本构关系能客观地反映 GH4169 合金这类难变形材料在热态变形过程中的动态响应特性。

5 结论

1) 利用在热加工模拟试验机上进行等温恒应变速率压缩试验的结果建立本构关系时，必需考虑变形热效应的影响。

2) 提出了一种考虑变形热效应的建立本构关系的新方法，应用该方法建立的本构关系能客观地反映 GH4169 合金这类难变形材料在热态变形过程中的动态响应特性。

3) 提出的本构关系建立方法具有普遍适用性。

[REFERENCES]

[1] ZHOU Jī-hua(周纪华) and GUAN Ke-zhi(管克智). Resistance to Plastic Deformation of Metals(金属塑性变形阻力) [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 1988.

[2] FENG Jian-peng(丰建朋), GUO Ling(郭 灵), ZHANG Mài-cang(张麦仓), et al. 人工神经网络在建立变形高温合金本构关系中的应用 [J]. China Mechanical Engineering(中国机械工程), 1999, 10(1): 49- 51.

[3] ZHANG Xin-quan(张兴全), PENG Ying-hong(彭颖红) and RUAN Xue-yu(阮雪榆). Ti-17 合金本构关系的人工神经网络模型 [J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals(中国有色金属学报), 1999, 9(3): 590 - 595.

[4] Rao K P and Hawbolt E B. Development of constitutive relationship using compression testing of a medium carbon steel [J]. J of Eng Mater and Technol, 1992, 114(1): 116- 123.

[5] Krauss G. Deformation, Processing and Structure [M]. Ohio: American Society for Metals, 1984.

[6] Pu Z J, Wu K H, Shi J, et al. Development of constitutive relationships for the hot deformation of boron microalloying Ti-Al-Cr-V alloys [J]. Materials Science and Engineering, 1995, A192/193(2): 780- 787.

[7] Brand A J, Karhauson K and Kopp R. Microstructural simulation of nickel base alloy inconel 718 in production of turbine disks [J]. Materials Science and Technology, 1996, 12(11): 963- 969.

[8] Oh S I, Semiatin S L and Jonas J J. An analysis of the isothermal hot compression test [J]. Metall Trans A, 1992, 23A(3): 963- 975.

[9] Laasraoui A and Jonas J J. Prediction of steel flow stresses at high temperatures and strain rates [J]. Metall Trans A, 1991, 22A(7): 1545- 1558.

[10] Kobayashi S, Oh S I and Altan T. Metal Forming and the Finite Element Method [M]. Oxford University Press, 1989.

[11] LIU Dong(刘 东). 难变形材料锻造过程的有限元变形-传热-组织演化耦合分析 [D]. Xian: Northwestern Polytechnical University, 1998.

New method to establish constitutive relationship considering effect of deformation heating

LUO Zī-jian, YANG Qi, JI Wan-hua

(College of Materials Science & Engineering, Northwestern Polytechnical University Xí'an 710072, P. R. China)

[Abstract] During the isothermal constant strain rate compression process, the effect of deformation heating on flow stress increases with increasing equivalent strain rate. When the equivalent strain rate is relatively low, this influence can be neglected and the compression process can be considered as an isothermal process. While the equivalent strain rate is high, this influence is of importance and the compression process can be approximately considered as an adiabatic process. In this paper a method is proposed for taking the effect of deformation heating into consideration and the constitutive relationship for GH4169 alloy was formulated by using the method based on the results of isothermal constant strain rate compression test. The proposed constitutive relationship is capable of revealing the dynamical characteristics of materials during hot deformation processes, creating an essential prerequisite for improvement of numerical simulation accuracy of metal forming processes.

[Key words] constitutive relationship; deformation heating; nonlinear regression; thermo-mechanical parameters

(编辑 杨 兵)