[文章编号] 1004- 0609(2000)05- 0736- 04

吹炼炉入炉铜锍品位的灰色预测①

胡 军, 梅 炽, 李欣峰, 姚俊峰, 胡志坤
(中南工业大学 热工设备仿真与优化研究所, 长沙 410083)

[摘 要] 根据灰色理论, 采用新陈代谢灰色建模法对铜锍品位的历史数据建立了 GM(1, 1) 模型群, 并对各维模型进行了精度检验, 计算表明维数为 4~ 6 时模型精度达 A 级, 维数继续增大则模型的精度变差。选出精度高的模型对当前加入连续吹炼炉的铜锍的品位进行预测并做均值化处理, 采用此法对现场 90 余班次的数据进行了预测计算, 与化验值相比, 预测值的平均绝对误差在 ±0.5% 以内。

[关键词] 灰色预测; 灰色模型; 铜锍品位; 吹炼

[中图分类号] TP183; TF811 [文献标识码] A

信息不完全的系统称为灰色系统。由于系统与环境、系统内部诸因素之间相互作用的复杂性, 以及外界的各种随机干扰而难以进行系统分析。以往一般是采用概率统计方法, 但这种方法建立在大量数据的基础上, 而且对于平稳过程、高斯分布或白噪声等以外的过程[1], 统计方法往往难以处理。灰色系统理论通过整理原始数据以弱化随机性, 在此基础上建模和预测[2]。目前灰色理论已渗透到自然科学和社会科学的许多领域, 完成了大量的经济、农业、气象、环境、材料等领域的重大课题[3~7]。

一些铜冶炼厂因为缺乏快速化验分析设备, 吹炼时入炉铜锍的品位(称为新息)往往未知, 但该参数是确定合理吹炼制度所必需的, 本文作者利用铜锍品位的历史数据, 基于灰色系统理论来预测入炉铜锍的品位。

1 GM(1, 1) 模型及铜锍品位的预测

GM 模型即灰色模型, 其建模时, 先将原始数列作生成处理, 使之变为较有规律的生成数列, 常用的生成方法是一次累加生成。当只有一个数列 $\boldsymbol{x}^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \cdots, x^{(0)}(n))$ 时, 作一次累加生成, 得到生成数列 $\boldsymbol{x}^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \cdots, x^{(0)}(n))$, 式中

$$\boldsymbol{x}^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^{k} x^{(0)}(i) \qquad (k = 1, 2, \cdots, n) \tag{1}$$

累加生成可以使任意非负数列变为递增的数列, 使其随机性弱化, 规律性增强。

某铜冶炼厂采用密闭鼓风炉熔炼-连吹炉吹炼的生产工艺, 当班班次送入连吹炉的铜锍品位是未知的, 但前班次的品位化验值已知。由于厂方对熔炼过程的操作参数未收集存档, 而只保留了以往各班次的铜锍品位化验值, 因此为了预测吹炼炉当前班入炉的铜锍品位, 作者对铜锍品位的历史数据建立 GM(1, 1) 模型。根据马尔科夫链原理可知, 当前班次的熔炼生产情况应该和最近的几个班次相关, 而与早先班次的关系不大, 因此按顺序取最近的 10 个班次的化验数据建模, 取原始数列 $\boldsymbol{x}^{(0)}$ 为:

$$\boldsymbol{x}^{(0)} = (42.112, 41.255, 40.861, 40.656, 40.450, 39.193, 39.371, 39.922, 40.629, 40.807) \tag{2}$$

则其生成数列 $\boldsymbol{x}^{(1)}$ 为

$$\boldsymbol{x}^{(1)} = (42.112, 83.367, 124.228, 164.884, 205.334, 244.527, 283.898, 323.82, 364.449, 405.256) \tag{3}$$

对 $\boldsymbol{x}^{(1)}$ 可建立白化方程 $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}^{(1)}}{\mathrm{d}t} + a\boldsymbol{x}^{(1)} = u$, 这是一个一阶单变量的微分方程, 所以记为 GM(1, 1)。根据灰色理论, 取参数列 $\hat{\boldsymbol{a}} = (a, u)^{\mathrm{T}}$, 按最小二乘法, 可求出 $\hat{\boldsymbol{a}}$:

$$\hat{\boldsymbol{a}} = (\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{-1})\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}_N \tag{4}$$

式中

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)) & 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

① [收稿日期] 1999- 11- 02; [修订日期] 2000- 05- 09 [作者简介] 胡 军(1972-), 男, 博士.

$$y_N = [x^{(0)}(2),\ x^{(0)}(3),\ \cdots,\ x^{(0)}(n)]^{T} \tag{6}$$

解微分方程$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u$, 得到时间响应函数

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{u}{a})\exp(-at) + \frac{u}{a} \tag{7}$$

然后对 $\hat{x}^{(1)}(t+1)$ 进行还原, 可求得 $\hat{x}^{(0)}(t+1)$ 的值:

$$\hat{x}^{(0)}(t+1) = \hat{x}^{(1)}(t+1) - \hat{x}^{(1)}(t) \tag{8}$$

将实际值与计算值之差记为 $e^{(1)}(k)$, $e^{(0)}(k)$, 其中:

$$e^{(1)}(k) = \hat{x}^{(1)}(k) - x^{(1)}(k)$$

$$e^{(0)}(k) = \hat{x}^{(0)}(k) - x^{(0)}(k)$$

根据以上计算方法, 我们将 $x^{(1)}$ 的值代入, 计算得:

$$a = 2.103\,6\times10^{-3},\quad u = 40.281$$

则模型的时间响应函数为:

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = -19\,363.484\exp(-2.103\,6\times 10^{-3}t) + 19\,405.596 \tag{9}$$

然后用式(6)还原计算出 $\hat{x}^{(0)}$, 并可计算出残差数列 $e^{(0)}$:

$\hat{x}^{(0)} = (42.112,\ 40.690,\ 40.604,\ 40.519,\ 40.434,\ 40.349,\ 40.264,\ 40.179,\ 40.095,\ 40.011)$

$e^{(0)} = (0,\ -0.565,\ -0.257,\ -0.137,\ -0.016,\ 1.156,\ 0.893,\ 0.257,\ -0.534,\ -0.796)$

进一步可计算得到新息预测值 $\hat{x}^{(0)}(11) = 39.927$, 而实际化验结果为 41.213, 预测残差为 −1.286。

实际上, 对以上 10 维数列, 围绕最新的历史数据 $x^{(0)}(10)$ 可派生出不同维数的新数列如:

9 维数列: $x^{(0)} = (41.255,\ 40.861,\ 40.656,\ 40.450,\ 39.193,\ 39.371,\ 39.922,\ 40.629,\ 40.807)$

8 维数列: $x^{(0)} = (40.861,\ 40.656,\ 40.450,\ 39.193,\ 39.371,\ 39.922,\ 40.629,\ 40.807)$

尔后对各维数列建立相应的 GM(1, 1) 模型。从而形成 GM(1, 1) 模型群, 如表 1 所示。由表中数据可知, 4, 5, 6 维模型的预测残差较小。我们对现场 90 余班次所进行的计算发现, 绝大多数情况下, 数列维数小时, 模型的残差较小, 而且预测的精度较好, 这可能是因为与早先炉的生产情况相比, 当前炉与相邻几个炉的生产关系更密切所致。

2　GM(1, 1) 模型的精度校验

GM 模型的精度通常用后验差法来检验。首先计算出残差数列 $e^{(0)} = (e^{(0)}(2),\ e^{(0)}(3),\ \cdots,\ e^{(0)}(n))$。记原始数列 $x^{(0)}$ 及残差数列 $e^{(0)}$ 的方差分别为 S_1^2 和 S_2^2, 即 $S_1^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x^{(0)}(k) - \bar{x}^0)^2$, $S_2^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{k=2}^{n}(e^{(0)}(k) - \bar{e}^0)^2$, 式中 $\bar{x}^0 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x^{(0)}(k))$, $\bar{e}^0 = \frac{1}{n-1}\sum_{k=2}^{n}(e^{(0)}(k))$, 然后用下式计算后验差比值 C 及小概率误差 P:

$$C = S_2/S_1 \tag{10}$$

$$P = P\{0.674\,5S_1 > |e^{(0)}(k) - \bar{e}^{(0)}|\} \tag{11}$$

计算完毕后根据表 2 来评定模型的精度等级, 若等级为 A 则模型的精度好, 若等级为 D 则模型的精度差。

GM(1, 1) 模型群中各模型的精度列于表 3。由表 3 可知, 4, 5, 6 维数列的模型精度好。根据表 1 的计算结果, 这三个数列对新息的预测值分别为: 41.343, 41.449, 41.348, 平均值为 41.424, 与化验值 41.213 相差甚小。因此我们可先对历史数据建立 GM(1, 1) 模型群, 然后判别各模型的精度, 选取精度较好的模型进行预测, 并求取平均值作为新息的预测值。

3　预测值精度评估

后验差方法可以衡量灰色模型的精度, 但不能用来衡量模型预测值的精度。由于预测值精度与数列本身的随机性以及与传递误差的系统特征有关, 因此根据灰色理论[8~11], 我们用推算预测值的均方差来评定其精度。由式(7), 我们令

$$Q = (B^{T}B)^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \tag{12}$$

表 1　GM(1, 1) 模型群的计算结果

Table 1　Calculation results of a series of grey model

	4-Dimension	5-Dimension	6-Dimension	7-Dimension	8-Dimension	9-Dimension
Prediction value	41.343	41.449	41.348	40.737	40.37	40.132
Absolute error/ %	0.130	0.236	0.135	−0.476	−0.843	−1.081
Relative error/ %	0.32	0.57	0.33	−1.16	−2.05	−2.62

表 2 模型精度表[9]

Table 2 Accuracy table of grey model

Accuracy grade	P	C
A	$0.95 \leqslant P$	$C \leqslant 0.35$
B	$0.80 \leqslant P < 0.95$	$0.35 < C \leqslant 0.50$
C	$0.70 \leqslant P < 0.80$	$0.50 < C \leqslant 0.65$
D	$P < 0.70$	$0.65 < C$

表 3 模型群的精度

Table 3 Accuracy of every grey model of $x^{(0)}$ sequence

Grey model	C		P		Synthesis accuracy grade
	Value	Grade	Value	Grade	
4-Dimension GM	0.163	A	1	A	A
5-Dimension GM	0.176	A	1	A	A
6-Dimension GM	0.117	A	1	A	A
7-Dimension GM	0.433	B	0	D	D
8-Dimension GM	0.923	D	0	D	D
9-Dimension GM	1.510	D	0	D	D
10-Dimension GM	2.983	D	0.11	D	D

式中 $Q_{12} = Q_{21}$，则预测值的均方差为

$$\sigma_{\hat{x}^{(0)}(t+1)} = [(atx^{(0)}(1) - x^{(0)}(1) - tu)^2 Q_{11} + Q_{12} + 2(atx^{(0)}(1) - x^{(0)}(1) - tu) Q_{12}]^{0.5} \exp(at)\, \sigma_0 \tag{13}$$

根据上式，计算出 4，5，6 维 GM(1，1)模型新息预测精度：4 维为 41.343 ± 0.097；5 维为 41.449 ± 0.095；6 维为 41.348 ± 0.0435，接近化验值 41.213。

4 现场预测及结果

由于新数据对研究系统的特性更有意义，因此，可采用等维新息建模方法对现场作业进行预测，即将化验得到的最新数据 $x^{(0)}(n+1)$ 加入到原有的 n 维 $\boldsymbol{x}^{(0)}$ 数列中，同时去掉 $x^{(0)}(1)$，然后对新的 $\boldsymbol{x}^{(0)}$ 数列建立模型群，并进行精度检验，选取精度好的模型预测和求取平均值。我们对某厂 90 余班次的冰铜品位数据进行了预测，并与实际化验值相比较，表 4 列出了 10 余炉次的预测值与化验值。其中初始的原始数列为 $\boldsymbol{x}^{(0)} = (41.58, 41.477, 41.991, 42.652, 42.359, 43.912, 44.366, 44.513, 43.37, 41.991)$。

表 4 预测误差与化验结果

Table 4 Prediction and assay results (%)

Assay value of matte grade	Prediction absolute error			Average value of prediction absolute error
	4-Dimension GM(1，1)	5-Dimension GM(1，1)	6-Dimension GM(1，1)	
42.112	−1.282	−0.567	0.101	−0.583
41.255	−0.015	−0.375	−0.053	−0.148
40.861	0.197	−0.217	−0.508	−0.176
40.656	−0.485	−0.15	−0.441	−0.359
40.450	−0.122	−0.41	−0.238	−0.257
39.193	1.053	0.961	0.706	0.907
39.371	−0.707	−0.361	−0.225	0.431
39.922	−1.324	−1.269	−1.131	−1.241
40.629	−0.398	−1.248	−1.475	−1.04
40.807	0.442	0.204	−0.563	0.028
41.213	0.13	0.236	0.135	0.167
41.166	0.305	0.498	0.608	0.47
41.302	0.12	0.158	0.372	0.217
41.217	0.099	0.265	0.32	0.228
40.861	0.418	0.401	0.553	0.457
41.067	−0.379	−0.179	−0.11	−0.223
41.119	−0.221	−0.272	−0.188	−0.227
Average prediction absolute error	0.453	0.457	0.455	0.421

5　结论

1) 基于灰色理论，利用历史数据建立灰色等维新息模型并预测吹炼炉入炉的冰铜品位。为了提高预测精度，先建立 GM(1，1)模型群，然后评估各模型的精度，选取精度较好的模型进行预测，并求取平均值作为新息的预测值。对某厂 90 余班次的冰铜品位数据进行的预测和校验表明，采用 4 维数列建模时，绝大部分预测绝对误差为 ±0.45%，5 维时为 ±0.55%，6 维时为 ±0.65%，平均总预测误差大致为 ±0.50%。

2) 由于缺乏熔炼生产过程的操作参数，所以预测时，只能根据铜锍品位历史数据这个单一数列来建模，而实际上，熔炼产出的铜锍品位值与进料料况、操作制度等密切相关，只有与这些操作参数相联系，才能更好地预测铜锍品位，并可对各种熔炼操作制度进行评估，因此今后应收集各班次的操作制度、入炉炉料、产出的铜锍品位等数据，以更好地预测并寻找较优操作制度。

[REFERENCES]

[1] DENG Ju-long(邓聚龙). Basic Method of Grey System (灰色系统的基本方法) [M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 1988. 7-8.

[2] YI De-sheng(易德生) and GUO Ping(郭　萍). Grey Theory and Method (灰色理论与方法) [M]. Beijing: Petrochemical Industry Press, 1989.

[3] XIANG Yue-lin(向岳霖). 废弃排放量灰色建模方法初探 [J]. Environment Science Research(环境科学研究), 1995, 8(6): 45-48.

[4] WANG Yu(王　煜). 灰色系统理论在需水预测中的应用 [J]. System Project (系统工程), 1995, 13(6): 60.

[5] MA Guang-wen(马光文) and WANG Hong-wei(王宏伟). 非线性灰色模型在城市用水量预测中的应用 [J]. System Project(系统工程), 1993, 11(1): 23-26.

[6] ZHAO Rui-rong (赵瑞荣). 灰色理论在铁矿石需求中的应用 [J]. Gold Science Technology(黄金科学技术), 1999(8): 18-21.

[7] ZHENG De-ling(郑德玲). 灰色理论在烧结返矿量预测中的应用 [J]. Control and Decision(控制与决策), 1999, 14(3): 245-248.

[8] DENG Ju-long(邓聚龙). 灰色预测和累加生成律的论证 [J]. Journal of Central Institute of Technology(华中工学院学报), 1987, 15(5): 1-12.

[9] LIU Si-feng (刘思峰). The Theory and Application of Grey System(灰色系统理论及应用) [M]. Kaifeng: Henan University Press, 1991. 189-191.

[10] DENG Ju-long (邓聚龙). Grey Prediction and Decision (灰色预测与决策) [M]. Wuhan: Central Institute of Technology Press, 1986. 75-86.

[11] FU Li(傅　立). The Theory and Application of Grey System(灰色系统理论及应用) [M]. Beijing: Scientific and Technical Literature Press, 1991. 58-64.

Grey prediction grade of matte added into converting furnace

HU Jun, MEI Chi, LI Xin-feng, YAO Jun-feng, HU Zhi-kun

(Institute on Simulation & Optimization of Pyro-Installations,
Central South University of Technology, Changsha 410083, P. R. China)

[Abstract] Based on the grey theory, by adopting metabolism grey modeling method, a series of GM(1, 1) models for the historical matte grade data were developed, and the accuracy of each model was also tested. The result shows that the grade of the models' accuracy is A as the dimension of the sequence is from 4 to 6. The grade of matte currently added in the continuum converting furnace can be gained by averaging the predicted value of the high accuracy models. The comparison between the predicted value and the assay result shows an average absolute error only ±0.5%.

[Key words] grey predict; gray model; matte grade; converting

(编辑　龙怀中)