

[文章编号] 1004- 0609(2000)04- 0604- 05

# 矿山井筒变形的数学模型及应用<sup>①</sup>

独知行<sup>1</sup>, 靳奉祥<sup>2</sup>, 吴庆忠<sup>3</sup>

(1. 中国科学院 测量与地球物理研究所动力大地测量学开放实验室, 武汉 430077;

2. 山东矿业学院 地球科学系, 泰安 271019; 3. 徐州师范大学 技术教育学院, 徐州 221011)

**[摘要]** 在对矿山井筒变形多次实际监测和理论分析的基础上, 有针对性地提出了井筒变形的数学模型和变形模式分析方案, 描述了井筒变形的 5 个子模式数学模型, 阐述了变形模型中的参数解算和模型中各影响因素的分析方法, 并给出了应用实例。结果表明, 该数学模型概括了井筒变形的具体特性, 能够反映变形状态、影响因素及其影响程度。

**[关键词]** 井筒变形; 数学模型; 多元统计分析

**[中图分类号]** TU196.1

**[文献标识码]** A

矿山井筒在运营期间的监测与维护是矿井安全生产中必不可少的工作内容。只有对井筒实施长期全面的变形监测, 掌握井筒的安全状态, 寻求井筒变形的内在规律, 并对井筒变形破坏机理和影响因素进行深入地科学分析, 才能为井筒的维护与治理提供可靠的信息资料, 从根本上消除井筒破坏对安全生产的威胁<sup>[1, 2]</sup>。

确定井筒变形的数学模型并进行模式分析非常关键, 由此可以获得井筒变形规律和变形状态的定量描述, 有效地提取井筒变形影响因素和各因素的影响程度, 为没有实施监测的变形因素相同或类似的井筒提供维护和治理的可靠信息资料, 并为井壁破坏提出预警报告。因此, 有必要进行以下两方面的研究: 1) 井筒变形数学模型; 2) 井筒变形影响模式分析<sup>[3, 4]</sup>。

## 1 数学模型的建立

井筒变形监测的目的在于了解井筒变形的内在规律和变形机理, 为井筒的维护与治理提供可靠的依据。作者收集了华东地区和徐淮地区井筒破坏的有关资料, 综合它们的井筒破坏机理与特征, 将井筒变形模式细分为 7 个子模式, 如图 1 所示<sup>[2, 5, 6]</sup>。

其中 5 个主要的子模式数学模型如下<sup>[7, 8]</sup>。

### 1) 水平变形(倾斜变形)

设井筒总体水平变形的模型为

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_i &= k_x l_i, \\ \Delta y_i &= k_y l_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中  $\Delta x_i, \Delta y_i$  为第  $i$  点的水平位移量;  $k_x, k_y$  分别为  $x, y$  方向的倾斜斜率;  $l_i$  为第  $i$  点距基点的长度。根据各组观测值  $(\Delta x_i, l_i), (\Delta y_i, l_i)$  利用最小二乘法求得  $k_x, k_y$  的估值  $\hat{k}_x, \hat{k}_y$  和单位权方差  $\sigma$ , 并进行估值的显著性检验。

### 2) 垂直变形

将井筒看作一个弹性体, 则有

$$\Delta Z_i = \varepsilon l_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

式中  $\Delta Z_i$  为由第  $i$  点求得的垂直形变量,  $\varepsilon$  为线应变,  $l_i$  为第  $i$  点到基点的长度。用最小二乘法求解  $\varepsilon$  估值, 并对其进行显著性检验。

### 3) 挠度变形

将井筒看作一个弹性体, 受力时发生弯曲产生挠度变形, 设变形模式为

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_i &= P_0 l_i^2, \\ \Delta y_i &= P_0 l_i^2, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中  $\Delta x_i, \Delta y_i, l_i$  同式(1),  $P_0$  为挠度变形系数。用最小二乘法求得  $P_0$  的估值为  $\hat{P}_0$ , 并进行显著性检验。

### 4) 井筒平移

设井筒平移与水平变形模式为

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_i &= a_0 + k_x l_i, \\ \Delta y_i &= b_0 + k_y l_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中  $\Delta x_i, \Delta y_i, l_i, k_x, k_y$  同式(1);  $a_0, b_0$  为平

① [基金项目] 国家攀登计划项目子课题(980119)

[收稿日期] 1999- 07- 08; [修订日期] 2000- 03- 15

[作者简介] 独知行(1965- ), 男, 博士。

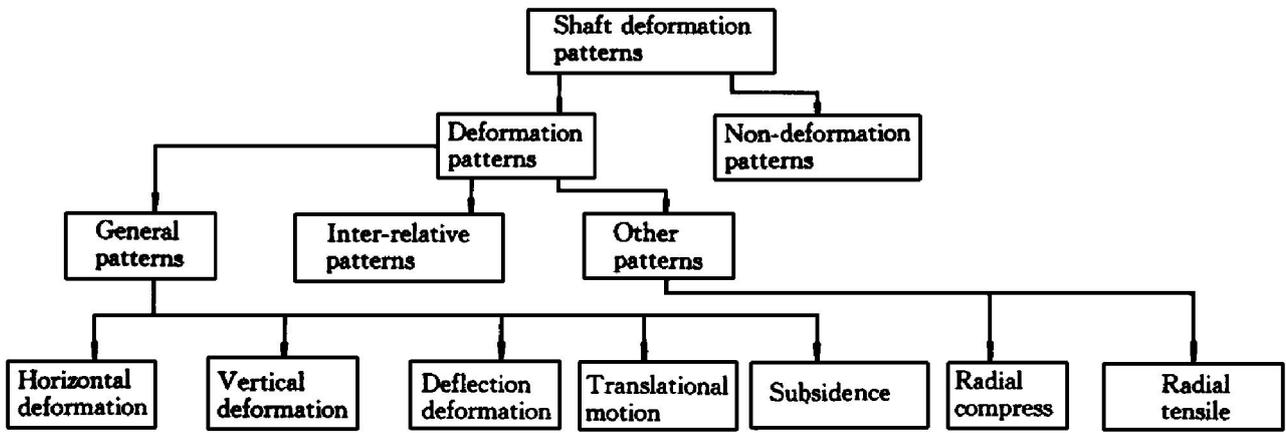


图 1 井筒变形模式框图

Fig. 1 Shaft deformation patterns

移量。用最小二乘法求得  $a_0, b_0, k_x$  和  $k_y$  的估值分别为  $\hat{a}_0, \hat{b}_0, \hat{k}_x$  和  $\hat{k}_y$ , 并对参数  $\hat{a}_0, \hat{b}_0$  做显著性检验。

5) 径向变形

设在井筒两个近似对径位置有两条测线, 且两个坐标系统的  $x, y$  方向近似同向, 各测点的坐标增量观测值如下。

测线 1:

$$(\Delta x'_1, l'_1), (\Delta x'_2, l'_2), \dots, (\Delta x'_n, l'_n);$$

$$(\Delta y'_1, l'_1), (\Delta y'_2, l'_2), \dots, (\Delta y'_n, l'_n)。$$

测线 2:

$$(\Delta x''_1, l''_1), (\Delta x''_2, l''_2), \dots, (\Delta x''_n, l''_n);$$

$$(\Delta y''_1, l''_1), (\Delta y''_2, l''_2), \dots, (\Delta y''_n, l''_n)。$$

分别计算出与  $\Delta x'$  与  $\Delta x''$ ,  $\Delta y'$  与  $\Delta y''$  的相关系数  $\rho_{\Delta x' \Delta x''}$  和  $\rho_{\Delta y' \Delta y''}$ , 若  $\rho_{\Delta x' \Delta x''} > 0$  且  $|\rho_{\Delta x' \Delta x''}| > 0.7$  说明是正相关, 即井筒无径向变形; 如果  $\rho_{\Delta x' \Delta x''} < 0$  且  $|\rho_{\Delta x' \Delta x''}| > 0.7$  说明是负相关, 即井筒有径向变形。同样根据  $\rho_{\Delta y' \Delta y''}$  对另一方向进行径向变形分析<sup>[7, 8]</sup>。

## 2 分析方法

### 2.1 变形模式分析

由本文给出的 5 个子模式数学模型可知, 要确定井筒以何种子模式变形, 关键在于准确地确定各子模式模型中的系数。为此, 需用最小二乘法求得各子模式模型系数的估值, 并对其进行显著性检验。例如水平变形子模式模型的系数为  $k_x, k_y$ , 先用最小二乘法求得其估值  $\hat{k}_x, \hat{k}_y$ , 然后作显著性检验<sup>[4, 5, 9, 10]</sup>。

设  $H_0: k_x \neq 0$ ; 则有备选假设  $H_1: k_x = 0$ 。

若  $H_0$  成立, 则井筒变形中含有“水平变形子模式”。同理, 对  $k_y$  进行显著性检验。

### 2.2 影响模式分析

作者通过对井筒损害的研究发现, 井筒变形或破坏往往是各种因素, 如地表沉降量、沉降速度、“底含”水位、季节、温度、采动等的综合影响结果。因此, 对造成井筒变形、破坏的各因素进行监测和研究是变形监测的重要内容, 它的意义不仅在于为运营期间井筒的维护、治理和后期的井筒矿柱开采提供可靠的信息资料, 而且在于积累经验, 为未来井筒设计提供重要的设计依据。造成井筒变形或破坏的因素究竟有哪些、哪些因素的影响占主导地位、各因素之间是否相关以及相关程度如何等问题就构成了本次研究的内容。

1) 利用样本及变量的矩阵求得相关矩阵, 求得相关矩阵的特征根及特征向量。根据特征根确定出主成份, 再根据特征向量确定出造成变形的主要因素, 从而可以确定在井筒维护中应该重点考虑哪些因素。

2) 通过因子分析法确定出众多因子中有几个公因子、各个公因子包括哪几个因素以及公因子对各因素的影响关系, 这样就可以将整个因素集划分成确定的模式, 从而得到一个较为全面的分析结果。

3) 统计诊断法和典型相关分析均可用于影响模式分析。

## 3 实例

作者对某矿山采用立井开拓方式采矿的现代化矿井进行了井筒变形监测研究<sup>[2]</sup>。井筒变形监测采

用三维几何监测法, 在井筒内设立了3根倒垂基准线(A线、B线、C线), 每根线上设有3个监测站, 共设9个监测站。经过一年的井筒变形监测工作, 获得了大量的观测数据, 除此还测量和收集了井筒内温度、井筒区的水位等因素。由于顾及多因素的井筒变形监测研究做得不太成熟且实际监测数据很难收集, 因此这里仅以作者实测数据为例, 简述本文提出的研究思路和方法。

3.1 观测及计算数据

井筒变形观测及计算数据如表1和表2所示, 其中表1仅列出A线数据, 表2则列出了A, B, C三根线的数据。

表1中,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\varepsilon$ 的值都是各次观测与第一次观测值间的差值或应变值。

3.2 模式分析及影响模式分析

1) 对A线、B线、C线中各点  $\Delta x_i$ ,  $\Delta y_i$  进行显著性检验(U检验)。

设  $H_0: \xi = 0$  且  $H_1: \xi \neq 0$  则有

$$A \text{ 线: } |u_{\Delta x}| = \left| \frac{\overline{\Delta x} - 0}{s} \sqrt{n} \right| = 0.04,$$

$$|u_{\Delta x}| = U_{0.025} = 1.96;$$

$$|u_{\Delta y}| = \left| \frac{\overline{\Delta y} - 0}{s} \sqrt{n} \right| = 0.04,$$

$$|u_{\Delta y}| = U_{0.025} = 1.96。$$

同理, B线:  $|U_{\Delta x}| = 0.40 < 1.96,$

$$|U_{\Delta y}| = 0.76 < 1.96;$$

C线:  $|U_{\Delta x}| = 0.41 < 1.96,$

$$|U_{\Delta y}| = 0.38 < 1.96。$$

以上检验说明, 各线  $x$ ,  $y$  方向的形变并不显著。

2) 从观测和计算数据(本文仅表1, 2列出了部分数据)可以看出井筒在垂直方向(Z方向)变形显著。进一步考察各条测线的垂直变形与温度的变化是否是线性相关。设各测线变形函数式为  $y = a + bt$ , 则求出测线回归函数为

$$A \text{ 线: } y = 9.031 - 0.614t。$$

$$B \text{ 线: } y = 16.341 - 1.077t。$$

表1 A线各点  $x$ ,  $y$  变化值及垂直变形值

Table 1 Variations and vertical deformation values of coordinates ( $x$ ,  $y$ ) of each point on line A

Date	A <sub>1</sub>		A <sub>2</sub>		A <sub>3</sub>		$\varepsilon / 10^{-4}$				$t / ^\circ\text{C}$	$h_w / \text{m}$
	$\Delta x / \text{mm}$	$\Delta y / \text{mm}$	$\Delta x / \text{mm}$	$\Delta y / \text{mm}$	$\Delta x / \text{mm}$	$\Delta y / \text{mm}$	A-A <sub>1</sub>	A <sub>1</sub> -A <sub>2</sub>	A <sub>2</sub> -A <sub>3</sub>	A <sub>3</sub> -A		
19970405											13.5	61.58
19970505	-0.26	0.21	-0.22	-0.57	-0.32	-0.33	-3.2	-2.1	-4.3	-2.2	18.8	61.65
19970606	0.28	-0.32	0.32	0.60	-0.70	0.42	-7.9	-4.4	-6.7	-6.3	23.3	61.88
19970705	0.69	-0.45	-0.41	-0.46	0.34	-0.40	-9.9	-6.6	-7.7	-6.6	26.1	61.76
19970804	-0.45	0.50	0.45	0.32	0.31	0.35	-13.1	-8.8	-6.9	-9.0	30.0	61.68
19970905	-0.57	-0.32	-0.27	-0.60	-0.27	-0.44	-11.4	-7.3	-0.3	-7.0	26.0	61.87
19971004	-0.32	-0.47	-0.66	0.12	-0.35	-0.36	-10.0	-4.2	-3.8	-5.5	23.5	61.85
19971105	0.12	0.27	0.32	-0.45	0.42	-0.47	-4.0	-1.6	-1.8	-0.4	16.0	62.00
19971206	0.35	0.31	0.45	0.30	0.47	0.12	-4.2	-1.6	-1.8	-0.8	15.5	61.87
19980105	0.26	-0.29	0.72	0.34	-0.32	0.48	-3.9	-3.5	-4.5	-2.5	18.8	61.65
19980205	-0.20	0.35	-0.10	0.22	-0.61	-0.40	-3.0	-2.9	-3.4	-1.9	18.0	61.80
19980304	-0.27	-0.46	-0.09	-0.25	0.36	0.35	-2.2	-1.6	-3.1	-1.6	17.1	61.79
							Z <sub>1</sub>	Z <sub>2</sub>	Z <sub>3</sub>	Z <sub>4</sub>	T	W

$\varepsilon$ —Deformation values;  $t$ —Temperature;  $h_w$ —Water level.

表2 影响变形因素间的相关系数值

Table 2 Correlation coefficient values between different deformation factors

CC	Z <sub>1</sub> T	Z <sub>2</sub> T	Z <sub>3</sub> T	Z <sub>4</sub> T	Z <sub>1</sub> W	Z <sub>2</sub> W	Z <sub>3</sub> W	Z <sub>4</sub> W	TW
Line A	-0.945	-0.968	-0.817	-0.991	0.007	0.243	0.275	0.209	-0.248
Line B	-0.953	-0.953	-0.921	-0.989	0.049	0.132	0.342	0.147	-0.248
Line C	-0.776	-0.892	-0.556	-0.873	0.596	0.556	0.105	0.268	-0.248

CC—Correlation Coefficient

C 线:  $y = 4.407 - 0.418t$ 。

对系数  $b$  进行  $t$  检验, 则有

A 线:

$$|t_A| = \left| \frac{b}{S \sqrt{Q_{22}}} \right| = 23.31 > t_{0.025/(n-2)} = 2.26。$$

B 线:  $|t_B| = 22.29 > 2.26$ 。

C 线:  $|t_C| = 5.89 > 2.26$ 。

从以上计算可以看出, 各测线垂直变形与温度的变化并不是线性相关的。

3) 由于本例的影响因素不多, 这里仅用相关系数来评价各因素对变形的影响。对表 2 中的数据作相关系数显著性检验, 以  $n - 2 = 9$ ,  $\alpha = 0.05$  为引数, 查表得  $\rho_{0.05} = 0.60$ 。从表 2 中可以看出垂直变形值与温度显著相关(其相关关系如图 2), 与水位相关不显著。

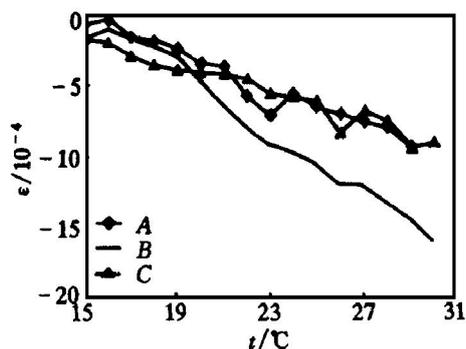


图 2 垂直变形值随温度的变化关系

Fig. 2 Relationships between vertical deformation values  $Z_4$  and temperature

4) 垂直变形值在 6~ 10 月份相当大, 在一年中的其它月份变形较小, 如图 3。

### 3.3 实例分析

1) 各观测点  $x$ ,  $y$  变化不明显, 反映不出与温

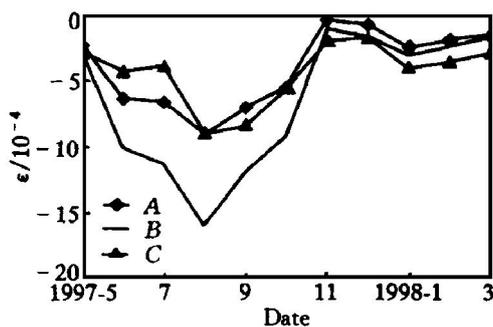


图 3 垂直变形值随日期的变化关系

Fig. 3 Relationships between vertical deformation values  $Z_4$  and date

度、水位、月份等因素的关系; 各测段垂直变形  $Z_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 及整个测线垂直变形值变形显著, 井筒存在垂直变形。因此, 井筒变形为单一的垂直变形模式。

2) 垂直变形  $Z_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 值与温度因素相关明显, 且呈正比非线性关系, 与水位的关系不明显。

3) 垂直变形值与时间的关系呈年周期性效应, 每年的 6~ 10 月份应注意观察井筒变形动态。

## 4 结论

结合井筒变形监测的实践, 本文提出了井筒变形的数学模型和变形模式分析方案, 给出了变形模型中的参数解算和模型中各影响因素的分析方法。实例表明, 用该思想处理井筒变形资料, 可以确定井筒的变形模式、影响因素及其影响程度。由于要准确地确定出井筒变形的模式及影响模式, 需要进行长期有针对性的观测和收集大量的高精度观测资料, 因此目前在推广应用方面还存在不少困难。

### [ REFERENCES ]

[ 1 ] JIN Feng-xiang(靳奉祥). 矿山井筒变形监测系统研制研究报告 [ R ]. Department of Science and Education of Coal Industry Ministry of China(中国煤炭工业部科教司), 1997. 1- 25.

[ 2 ] DU Zhixing(独知行). 测绘模式识别的理论及应用 [ D ]. Taian: The Shandong Institute of Mining and Technology, 1998. 41- 50.

[ 3 ] FANG Kartai(方开泰). Applied Multivariate Statistical Analysis(模式识别导论) [ M ]. Nanjing: Huadong Teachers Training University Press, 1998. 291- 336.

[ 4 ] Hardy Lehmkuhler and Die Geodätische. Deformation analyses als mustererkennungsaufgabe [ J ]. Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, 1993: 45.

[ 5 ] JIN Feng-xiang(靳奉祥), WANG Tong-xiao(王同孝), DU Zhixing(独知行), et al. 测量数据信息的模式识别方法 [ J ]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals (中国有色金属学报), 1999, 9(2): 425- 430.

[ 6 ] JIN Feng-xiang(靳奉祥), WANG Tong-xiao(王同孝) and DU Zhixing(独知行). 变形观测中的模式识别问题 [ J ]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals(中国有色金属学报), 1997, 3(7): 18- 21.

[ 7 ] LI Jin-zong(李金宗). Introduction of Pattern Recognition(模式识别导论) [ M ]. Beijing: High Education Press, 1994. 397- 448.

[ 8 ] DU Zhixing(独知行) and JIN Feng-xiang(靳奉祥). 基

- 于散度  $J_D$  准则的位移量显著性识别方法 [J]. Site Investigation Science and Technology ( 勘察科学技术), 1998(6): 43- 47.
- [9] TAO Ben-zao ( 陶本藻). Adjustment of Free Network and Deformation Analysis ( 自由网平差与变形分析) [M]. Surveying and Mapping Press, 1984. 129- 139.
- [10] LI Qing-hai ( 李庆海) and TAO Ben-zao ( 陶本藻). Probability Statistical Theory and Its Application in Surveying ( 概率统计原理和在测量中的应用) [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 1990.

## Mathematical model of mine shaft deformation and its application

DU Zhixing<sup>1</sup>, JIN Feng-xiang<sup>2</sup>, WU Qing-zhong<sup>3</sup>

(1. Laboratory of Dynamics Geodesy, Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430077, P. R. China;

2. Department of Geosciences, Shandong University of Science and Technology, Taian 271019, P. R. China;

3. College of Technique Education, Xuzhou Normal University, Xuzhou 221011, P. R. China)

**[ Abstract ]** Analysis on shaft deformation monitoring data is an important task for mine shaft monitoring and many analysis methods in this field have been reported. Because of various influence factors on shaft deformation, it is very difficult and necessary to research the influence degrees of each factor and the overall influence levels of all factors. Multivariate statistical analysis is a very efficient means for solving the above problems. For the further research of mine shaft deformation and based on the analysis of lots of practical examples, a model based on all filial patterns, a pattern analysis method and an affection pattern analysis method were proposed and described in detail. The effectiveness of the methods were well verified with an example.

**[ Key words ]** shaft deformation; mathematical model; multivariate statistics analysis

( 编辑 何学锋 )