

[文章编号] 1004- 0609(2000) 04- 0599- 05

基于模糊熵的安全等级隶属度向量的离散化方法^①

许开立¹, 董立菊², 陈宝智¹, 陈 全³

(1. 东北大学 资源与土木工程学院, 沈阳 110006; 2. 沈阳大学, 沈阳 110044;
3. 国家经济贸易委员会 安全科学技术研究中心, 北京 100029)

[摘 要] 针对矿山系统安全的随机性及模糊性, 将模糊熵引入系统安全性评价模型的建模之中, 提出了基于模糊熵和权广义距离之和最小的模糊模式识别模型, 实现了系统安全等级隶属度向量的离散化, 给出了模糊熵和权广义距离之间平衡参数的两种确定方法。实例表明, 该模型优于基于权广义距离平方和最小的原则所建立的模糊模式识别模型; 平衡参数的两种确定方法对评价结果具有良好的一致性。模糊熵可作为安全等级隶属度向量离散程度的评价指标。

[关键词] 模糊熵; 安全评价; 隶属度

[中图分类号] X936; X913

[文献标识码] A

系统安全是相对的, 具有亦此亦彼的过渡性质, 它是一个模糊概念, 适合采用模糊数学方法进行评价。而在模糊评价中, 应用最为广泛的是模糊综合评判^[1~4], 但其不足是最终安全等级隶属度向量趋于均化。文献[5]所提出的新的模糊模式识别理论与模型不仅数学物理概念清晰, 而且能够克服评价结果趋于均化的不足。文献[6]将该理论用于安全评价, 获得了很好的效果, 并构造了合适的隶属函数, 使得模糊综合评判也能够使安全等级隶属度向量离散化。文献[7]考虑了随机性和模糊性的影响, 将隶属度理解为“概率”, 并利用 Shannon 熵导出了水质评价模型。隶属度表示元素对集合隶属程度的不确定性, 概率表示事件发生机会的不确定性, 两者是两个完全不同的量, 所以将隶属度理解为“概率”欠妥。为此, 可从模糊熵的角度构建安全评价模型, 并使安全等级隶属度向量离散化。

1 基于模糊熵的安全等级隶属度向量离散化模型

1.1 模型的构建

设安全等级论域为 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_c\}$, 安全等级划分标准即取值论域为 $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_c\}$ 。各个评价指标的单位不一定相同, 为此需将各指标进行无量纲处理, 以便使各个指标具有可比

性。设 ω_h 为评价标准的无量纲特征值, 其中 $h = 1, 2, \dots, c$ 。

设 X 为 n 个系统样本构成的集合, 每个样本有 m 个评价指标, 则有安全评价指标特征值矩阵, 即^[5]

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix} = (x_{ij}) \quad (1)$$

式中 x_{ij} 一样本 j 指标 i 的特征值; $i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$ 。

m 项指标按 c 级安全标准评价, 则指标标准矩阵为

$$\Omega_{m \times c} = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \dots & \omega_{1c} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \dots & \omega_{2c} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \omega_{m1} & \omega_{m2} & \dots & \omega_{mc} \end{bmatrix} = (\omega_{ih}) \quad (2)$$

式中 ω_{ih} 一指标 i 的 h 级标准值, $h = 1, 2, \dots, c$ 。

安全等级分为 c 个等级, 设 c 越小安全等级越高, 则安全评价标准的相对隶属度为^[5]

$$s_{ih} = \begin{cases} 1 & \omega_{ih} = \omega_{1c} \\ \frac{\omega_{1c} - \omega_{ih}}{\omega_{1c} - \omega_{11}} & \omega_{1c} > \omega_{ih} > \omega_{11} \text{ 或} \\ & \omega_{1c} < \omega_{ih} < \omega_{11} \\ 0 & \omega_{ih} = \omega_{11} \end{cases} \quad (3)$$

① [基金项目] 国家“九五”攻关项目(96- 918- 01- 02)

[收稿日期] 1999- 08- 15; [修订日期] 2000- 05- 15

[作者简介] 许开立(1965-), 男, 副教授。

指标的相对隶属度公式为

$$r_{ij} = \begin{cases} 1 & x_{ij} \geq \omega_{ic} \text{ 或 } x_{ij} \leq \omega_{i1} \\ \frac{\omega_{ic} - x_{ij}}{\omega_{ic} - \omega_{i1}} & \omega_{ic} > \omega_{ih} > \omega_{i1} \text{ 或 } \omega_{ic} < \omega_{ih} < \omega_{i1} \\ 0 & x_{ij} \leq \omega_{i1} \text{ 或 } x_{ij} \geq \omega_{ic} \end{cases} \quad (4)$$

式(3)和式(4)适用于成本型指标和效益型指标,三角形及梯形指标可根据这两式作适当变换后给出。对于 c 越大安全等级越高的情况,可由模糊集合的余集定理给出。此外,也可以采用如下的安全评价标准相对隶属度公式,即^[5]

$$s_{ih} = \omega_{ih} / (\omega_{ic} + \omega_{i1}) \quad (5)$$

对于效益型指标和成本型指标,其相对隶属度可分别按照以下两式求得,即

$$r_{ij} = x_{ij} / (\omega_{ic} + \omega_{i1}) \quad (6)$$

$$r_{ij} = 1 - x_{ij} / (\omega_{ic} + \omega_{i1}) \quad (7)$$

由式(1)和式(4)或式(6), (7)可得安全评价指标的相对隶属度矩阵

$$R_{m \times n} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix} = (r_{ij}) \quad (8)$$

由式(3)或(5)可得安全评价标准的相对隶属度矩阵

$$S_{m \times c} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_{m1} & S_{m2} & \cdots & S_{mn} \end{bmatrix} = (S_{ih}) \quad (9)$$

样本 j 以相对隶属度 μ_{hj} 属于 h 级安全等级标准,则样本相对隶属度矩阵为

$$\mu_{c \times n} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \cdots & \mu_{1n} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \cdots & \mu_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mu_{c1} & \mu_{c2} & \cdots & \mu_{cn} \end{bmatrix} = (\mu_{hj}) \quad (10)$$

其约束条件为

$$\sum_{h=1}^c \mu_{hj} = 1 = 0 \quad \forall j \quad (11)$$

$$0 \leq \mu_{hj} \leq 1 \quad (12)$$

现在的关键是要确定满足式(11)和(12)的相对隶属度矩阵,即式(7),以便使其达到最优分级。系统安全本身具有模糊性,事故的发生及安全评价指标无量纲特征值的确定具有随机性,为此引入模糊熵。设系统安全状态分为 c 级,系统安全状态 A 的模糊熵定义为^[9]

$$H(\tilde{A}) = - \sum_{h=1}^c \mu_{\tilde{A}}(x_h) p_{\tilde{A}}(x_h) \ln[p_{\tilde{A}}(x_h)] \quad (13)$$

很多文献又把模糊熵定义为^[9~11]

$$H(\tilde{A}) = \frac{1}{c \ln 2} \sum_{h=1}^c \{ - \mu_{\tilde{A}}(x_h) \ln[\mu_{\tilde{A}}(x_h)] - [1 - \mu_{\tilde{A}}(x_h)] \ln[1 - \mu_{\tilde{A}}(x_h)] \} \quad (14)$$

针对安全评价的实际情况,根据式(14)可得出如下的模糊熵,即

$$H(\tilde{A}) = \frac{1}{\ln[(c-1)^{1-c} c^c]} \sum_{h=1}^c \{ - \mu_{\tilde{A}}(x_h) \cdot \ln[\mu_{\tilde{A}}(x_h)] - [1 - \mu_{\tilde{A}}(x_h)] \cdot \ln[1 - \mu_{\tilde{A}}(x_h)] \} \quad (15)$$

设评价对象 j 的 m 个指标的权重向量为

$$W_j = (w_{1j}, w_{2j}, \cdots, w_{mj}), \quad \sum_{i=1}^m w_{ij} = 1 \quad (16)$$

由文献[5]可得第 j 个对象与 h 级安全标准模式的广义距离为

$$d_{hj} = [\sum_{i=1}^m (w_{ij} | r_{ij} - s_{ih} |)^p]^{1/p} \quad (17)$$

式中 p —距离参数, $p=1$ 为海明距离, $p=2$ 为欧氏距离。

为求解最优模糊识别矩阵(式(10)),目标函数应为全体样本对于各安全等级标准模式间的加权广义距离最小,而且各样本的安全等级隶属度向量的模糊熵也应最小,以便使评价结果的不确定性最小。由于两个目标的性质不同,所以可用平衡参数 Φ 以便构造如下的目标函数,即

$$\min\{f(\mu_{hj})\} = \min\left\{ \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^c \mu_{hj} \left(\sum_{i=1}^m (w_{ij} | r_{ij} - s_{ih} |)^p \right)^{1/p} + \frac{1}{\Phi} \sum_{j=1}^n \frac{1}{\ln[(c-1)^{1-c} c^c]} \cdot \sum_{h=1}^c \{ - \mu_{hj} \ln \mu_{hj} - (1 - \mu_{hj}) \cdot \ln(1 - \mu_{hj}) \} \right\} \quad (18)$$

则可导出如下的安全等级隶属度向量离散化模型,即

$$\mu_{hj} = \frac{\exp\{-\Phi [\sum_{i=1}^m (w_{ij} | r_{ij} - s_{ih} |)^p]^{1/p}\} + \Phi \lambda}{1 + \exp\{-\Phi [\sum_{i=1}^m (w_{ij} | r_{ij} - s_{ih} |)^p]^{1/p}\} + \Phi \lambda} \quad \left| \sum_{h=1}^c \mu_{hj} = 1, 0 \leq \mu_{hj} \leq 1 \right. \quad (19)$$

求式(19)即可计算出 μ_{hj} 。式(19)即是本文提出的基于模糊熵与权广义距离之和最小的安全等级隶属度向量离散化模型,它可使安全等级隶属度向量的模糊熵达到最小,亦即安全等级的不确定性最小。

这里的关键是要确定平衡参数 Φ 。

1.2 平衡参数的确定

1) 方法 I

设系统安全性评价指标体系由 q 个子指标体系组成。令由第 l 个子指标体系的危险等级隶属度向量所表达的危险等级范围用集合 $\{h_{\min}^{(l)} \sim h_{\max}^{(l)}\}$ 来表示, 通过指标相对隶属度 r_{ij} 与评价标准相对隶属度 s_{ih} 相比较求出的第 l 个子指标体系的最低和最高危险等级分别为 $a_{\min}^{(l)}$ 和 $a_{\max}^{(l)}$, 用集合表示为 $\{a_{\min}^{(l)} \sim a_{\max}^{(l)}\}$, 那么必然存在 $\{a_{\min}^{(l)} \sim a_{\max}^{(l)}\} = \{h_{\min}^{(l)} \sim h_{\max}^{(l)}\}$ 。由于各个评价指标均进行无量纲处理, 且各个指标的评价标准相同, 则式(19)有如下的边界条件, 即

$$\mu_{ij} = 1, x_{ij} = \omega_h, i = 1, 2, \dots, m \quad (20)$$

$$\mu_{ij} = \mu_{h+1j} = 0.5, x_{ij} = (\omega_h + \omega_{h+1})/2, \\ h = 1, 2, \dots, c-1 \quad (21)$$

$$\{a_{\min}^{(l)} \sim a_{\max}^{(l)}\} = \{h_{\min}^{(l)} \sim h_{\max}^{(l)}\} \quad (22)$$

满足边界条件式(20)的 Φ 值, 也必然满足边界条件式(21)。需要说明的是满足边界条件式(20)及(21)的 Φ 值有很多, 但它存在 $\inf(\Phi)$ 。当 $\Phi \geq \inf(\Phi)$ 时, 随着 Φ 值的增加, 模糊熵逐渐减小, 但两者均存在极限值。一般情况下应取 $\inf(\Phi)$ 为宜, 且要满足条件式(22)。将上述边界条件代入式(19)即可求出 $\inf(\Phi)$ 。所以, 平衡参数 Φ 的确定不具有主观任意性。这种确定方法只确定一个 Φ 值, 它是从系统整体的角度入手来求解平衡参数 Φ 的大小。

2) 方法 II

将系统安全性评价指标体系划分成 q 个子指标体系, 每个子指标体系构成一个评价单元。针对第 l 个评价单元, 可根据最低危险等级 $a_{\min}^{(l)}$ 、最高危险等级 $a_{\max}^{(l)}$ 来确定 $\inf(\Phi)$ 和 $\sup(\Phi)$ 。具体方法如下:

设 $a_{\min}^{(l)} = 1, a_{\max}^{(l)} = c-1$ 。当 μ_c 恰好为零时可求得 $\sup(\Phi)$, 当 μ_{c-1} 恰好不为零时可求得 $\inf(\Phi)$, 则平衡参数 Φ 为

$$\Phi = [\inf(\Phi) + \sup(\Phi)]/2 \quad (23)$$

对于其他情况, 可采用类似方法进行处理。

这种方法是从子系统的角度入手来求解平衡参数 Φ 的大小。

2 应用实例

采用文献[12]的评价指标体系及评价标准。该指标体系分为 4 个层次, 其中第 4 层次由人、机、

环境因素与领导的重视程度及安全部门的工作能力所构成, 它们所构成的两个基本系统组成第 3 层, 并组成第 2 层的系统状况, 该系统状况与事故情况构成系统安全性。人、机、环境因素的权重为 $w_{i1} = (1/3, 1/3, 1/3)$; 领导的重视程度及安全部门的工作能力的权重为 $w_{i2} = (0.5, 0.5)$; 事故情况仅一个指标, 所以 $w_{i3} = 1$; 人机系统及管理水平的权重为 $w_{i2} = (0.5, 0.5)$; 就矿山而言, 系统状况及事故情况的权重为 $w_{i1} = (0.45, 0.55)$ 。

在进行安全评价时, 式(3)和(4)与式(5), (6)及(7)这两组公式只能选择其一, 它们对评价结果没有任何影响。这里对 3 个矿山进行评价, 并与文献[5]的模糊模式识别模型进行对比。原始数据如表 1 所示。由方法 I 的边界条件, 即式(20)~(22)可得平衡参数 $\Phi = 83$ 。为了说明用方法 II 确定平衡参数进行安全评价与方法 I 的一致性, 这里针对矿山 A 也用方法 II 来确定平衡参数, 并对评价结果进行比较。利用此法所确定的人-机-环境系统子指标体系的平衡参数 $\Phi = 66.5$; 管理水平子指标体系的平衡参数 $\Phi = 162.5$; 事故情况的平衡参数 $\Phi = 79.5$ 。安全等级模糊特征量及其中值的计算见文献[13]。利用模型式(19), 并令 $p = 1$, 即取海明距离, 则评价结果见表 2。由此可见, 利用本文所提出的模型, 采用两种平衡参数的确定方法进行评价的结果具有良好的一致性, 说明了这两种方法的合理性。同文献[5]所提出的模型相比, 利用本文所提出的模型对矿山系统安全进行评价的结果具有更大的离散性, 模糊熵最小, 亦即其不确定性最小。文献[7]所导出的模型也能使评价结果离散化, 但本文的数学物理概念更为清晰。

表 1 矿山安全评价的无量纲特征值

Table 1 Dimensionless characteristics value of mine safety assessment

Mine	Man machine environment system	Management level	Accident
A	2.4, 3.4, 7.0	6.3, 6.6	7.1
B	8.8, 7.8, 7.5	8.0, 7.5	6.5
C	3.8, 3.7, 6.5	6.3, 6.6	7.4

3 结论

1) 本文所导出的模型可实现安全等级隶属度向量的离散化, 同文献[5]所提出的模型相比, 评价结果的模糊熵更小, 亦即其不确定性更小, 可靠性更高。

表 2 不同方法评价结果对比

Table 2 Assessment results compared by different models

Mine	Models of assessment	Subordinate degree of safety grades					Fuzzy characteristic quantity	Fuzzy middle value	Fuzzy entropy
		Safety I	Safety II	Safety III	Safety IV	Safety V			
A	Models of this paper*	0.000 1	0.766 8	0.159 4	0.073 6	0.000 1	[6.01, 6.77]	6.4	0.498 0
	Models of this paper**	0.000 1	0.775 7	0.143 1	0.081 1	0.000 1	[6.02, 6.76]	6.4	0.490 2
	Models of Ref. [5]	0.001 5	0.778 7	0.119 9	0.072 5	0.027 4	[5.94, 6.68]	6.3	0.516 4
B	Models of this paper	0.147 4	0.849 5	0.003 1	0.000 0	0.000 0	[7.03, 7.55]	7.3	0.344 8
	Models of Ref. [5]	0.180 7	0.764 3	0.055 0	0.000 0	0.000 0	[6.87, 7.63]	7.3	0.492 2
C	Models of this paper	0.001 1	0.771 8	0.193 2	0.033 9	0.000 0	[6.11, 6.85]	6.5	0.473 4
	Models of Ref. [5]	0.032 3	0.747 1	0.165 9	0.054 7	0.000 0	[6.10, 6.92]	6.5	0.547 4

* Φ is determined by method I ; * * Φ is determined by method II

2) 模型中平衡参数的确定不带有主观任意性, 它可采用两种方法来确定, 且具有良好的一致性。它说明从安全评价指标体系整体的角度入手解决问题和从子指标体系的角度入手解决问题的结果是相同的。

3) 文献[7]所导出的模型同样可使评价结果离散化。但本文基于模糊熵构建评价模型, 并客观地确定平衡参数 Φ, 其数学物理概念更为清晰。

[REFERENCES]

[1] CHEN Jir-can(陈锦灿). 确定安全评价等级的方法—模糊综合评价法 [J]. Science and Technology of Labor and Protect(劳动保护科学技术), 1996, 16(2): 38–40.

[2] LIU Rur-san(刘润三). 系统安全性的模糊综合评判 [J]. Industry Safety and Control Dusk(工业安全与防尘), 1991(2): 17–18.

[3] JIANG Yang(姜洋), CHEN Bao-zhi(陈宝智) and LIU Zhong-tian(刘中田). 企业劳动安全卫生的模糊综合评价 [J]. Industry Safety and Dusk Control(工业安全与防尘), 1998(5): 5–9.

[4] WANG Jir-bo(王金波), CHEN Bao-zhi(陈宝智) and XU Zhu-yun(徐竹云). System Safety Engineer(系统安全工程) [M]. Shenyang: Northeastern University Press, 1992. 82–99.

[5] CHEN Shou-yu(陈守煜). Theory and Application of System Fuzziness(系统模糊决策理论与应用) [M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 1994. 8–221.

[6] XU Kai-li(许开立) and CHEN Bao-zhi(陈宝智). 矿山安全等级隶属度向量的离散化方法 [J]. Journey of Coal(煤炭学报), 1999, 24(5): 507–511.

[7] ZHANG Cheng-ke(张成科). 基于熵的水质模糊评价模型及应用 [J]. System Engineering Theory and Its Practice(系统工程理论与实践), 1998(6): 80–85.

[8] ZHANG Yue(张跃), ZHOU Shou-ping(邹寿平) and SU Fen(宿芬). Fuzzy Mathematical Methods and Application(模糊数学方法及应用) [M]. Beijing: Coal Industry Press, 1992. 53–57.

[9] WEN Xi-sen(温熙森), HU Niao-qing(胡萋庆) and QIU Jing(邱静). Pattern Distinguish and State Monitoring(模式识别与状态监控) [M]. Changsha: National Defense University of Science and Technology Press, 1997. 113.

[10] YANG Song-lin(杨松林). Method and Application of Engineering Fuzzy Theory(工程模糊论方法及其应用) [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1996. 54–70.

[11] LI Hong-xing(李洪兴), WANG Qun(汪群), DU-AN Qir-zhi(段钦治), et al. Engineering Fuzzy Mathematical Method and Application(工程模糊数学方法及应用) [M]. Tianjin: Tianjin Science and Technology Press, 1993. 52–103.

[12] ZHANG Jie-guo(张界国). 企业安全评价初探 [J]. Industry Safety and Dusk Control(工业安全与防尘), 1997, (7): 31–33.

[13] XU Kai-li(许开立) and CHEN Bao-zhi(陈宝智). 安全等级特征量及其计算方法 [J]. China Safety Science Journal(中国安全科学学报), 1999, 7(6): 6–12.

Dispersed methods of subordinated vector of safety grades based on fuzzy entropy

XU Kai-li¹, DONG Li-ju², CHEN Bao-zhi¹, CHEN Quan³

(1. College of Resource and Civil Engineering,

Northeastern University, Shenyang 110006, P. R. China;

2. Shenyang University, Shenyang 110044, P. R. China;

3. Center for Accident Investigation and Analysis,

State Economic and Trade Commission, Beijing 100029, P. R. China)

[Abstract] In view of randomness and fuzziness of mine safety system, leading fuzzy entropy into establishing models of assessment models of system risk, a new type of fuzzy pattern recognized model was put forward based on entropy and least generalized distance square sum of weight, which can realize subordinated vector dispersed of system safety grades. Two methods of defined balanced parameters were given between entropy and broad sense distance sum of weight. Examples showed that these methods have advantages over fuzzy pattern recognized models based on principle of least generalized distance square sum of weight. Two methods of defined balance parameters have good unison for assessment result. Fuzzy entropy can be assessment standard of dispersed extent of subordinated vector of safety grades.

[Key words] fuzzy entropy; safety assessment; subordinate degree

(编辑 何学锋)