

[文章编号] 1004- 0609(2002)01- 0165- 06

多裂纹类岩体的双压实验与正交各向异性本构关系^①

黎立云¹, 刘大安², 史孝群¹, 车法星³

(1. 北京科技大学 应用科学学院, 北京 100083; 2. 中国科学院 地质与地球物理研究所, 北京 100029;
3. 上海隧道施工技术研究所, 上海 200233)

[摘 要] 用类岩石材料白水泥多裂纹模型进行了双向加压实验。实验结果表明, 在各种侧压 σ_2 下, 宏观强度 σ_{c1} 基本上随 α 增加而变大, 但在 $\alpha = 45^\circ$ 左右呈现最低值; 随着侧压 σ_2 增加, 宏观强度 σ_{c1} 明显提高。用 $\varepsilon_{0\max}$ 及 $\sigma_{0\max}$ 断裂判据对单个裂纹进行了分析, 所给出的初始开裂角理论值与该多裂纹模型实验值非常相符, 对初始开裂载荷, 能给出多裂纹模型实验值的上限。以单向加压实验结果为基础, 建立了便于工程应用且适用于多裂纹体的等效正交各向异性本构关系。由此本构关系所得的计算结果与双向加压实验结果符合良好。

[关键词] 双向加压; 多裂纹体; 正交各向异性; 本构关系

[中图分类号] O 346.1

[文献标识码] A

采矿及各类地下工程中的岩体富含各种裂隙。裂隙的存在一方面削弱了岩体的宏观强度, 另一方面也削弱了岩体的宏观刚度, 使得在各种地下开采环境下, 由强度与变形问题而引发的破坏容易发生。工程界与理论界对此问题给予了极大的关注^[1, 2], 从概率、统计^[3, 4]、分形、损伤及断裂^[5, 6]等诸方面对岩体的本构关系及破坏准则进行研究, 以期能通过计算机手段将地下开采与施工过程中, 岩体各处的变形及强度预测出来。本文作者继对类岩石材料有序多裂纹模型进行了单向加压实验以后^[7], 又进行了双向加压实验, 系统研究了模型中裂纹群倾角变化及侧压变化对整体宏观力学性能的影响, 用断裂力学理论对裂纹的初始开裂载荷与开裂角进行了分析, 得出了一些对工程界比较有价值的结果。同时将单向加压下多裂纹体的力学性能变化规律应用于双向加压情况, 提出了适用于多裂纹体双向受压条件下的等效正交各向异性本构关系, 理论计算结果与本文的实验结果符合较好, 便于计算多裂纹体的宏观变形。

1 双向加压实验

1.1 试件制作

本实验所用试件如图 1 所示。白水泥与水的比为 1: 2, 模型外形尺寸为 15 cm × 15 cm × 4 cm, 裂

纹倾斜角 α 设置有 0° , 30° , 45° , 60° , 75° , 90° 与无裂纹共七种情况, 裂纹缝隙为 0.3 mm。对于模型 I, 裂纹长度 $2a = 1$ cm, 纵向间距 $s = 2.2$ cm, 横向间距 $h = 1.5$ cm。对于模型 II, 裂纹长度 $2a = 1$ cm。对两种模型试件分别进行了单向及双向加压实验。

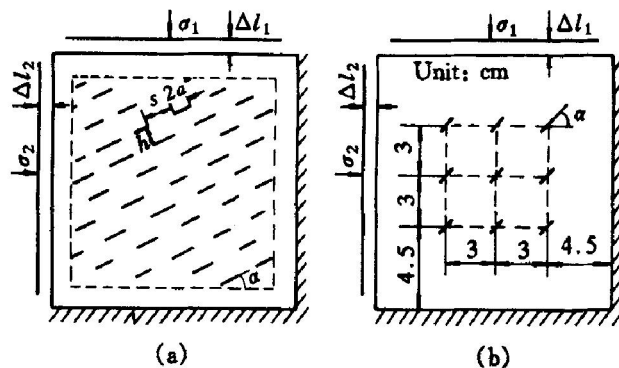


图 1 双压下的两种模型试件

Fig. 1 Two types of model specimens under biaxial compressing
(a) —Model I; (b) —Model II

1.2 单向加压实验

模型 I 与模型 II 的单向压缩实验结果列于表 1 与表 2 中。表中 σ_{c1} 为初始起裂应力, 也称宏观等效强度, E_e 与 μ_e 为宏观等效弹性模量与泊松比, 三种参数的测试过程详见文献[7]。从表 1 与表 2 可以看出, 由于有序裂纹群的存在, 使得两种模型的

① [基金项目] 国家自然科学基金资助项目(49972090)

[收稿日期] 2001- 05- 08; [修订日期] 2001- 07- 25

[作者简介] 黎立云(1959-), 女, 副教授, 硕士。

表 1 白水泥模型 I 等效力学参数实验平均值

Table 1 Experimental values of equivalent mechanical parameter of white cement model I

$\alpha/(^{\circ})$	0	30	45	60	75	90	No crack
σ_{c1}/MPa	4.04	3.60	6.43	8.06	6.24	8.49	9.33
E_e/MPa	476.7	481.9	494.6	609.4	656.4	796.6	1 152.9
μ_e	0.017	0.015	0.012	0.019	0.022	0.019	0.054

表 2 白水泥模型 II 等效力学参数实验平均值

Table 2 Experimental values of equivalent mechanical parameter of white cement model II

$\alpha/(^{\circ})$	0	30	45	60	75	90	No crack
σ_{c1}/MPa	7.13	6.48	3.24	5.87	5.90	7.82	9.41
E_e/MPa	1 326.6	1 320.5	920.3	1 554.3	1 826.6	1 620.7	1 959.6
μ_e	0.019	0.016	0.015	0.021	0.020	0.028	0.043

宏观力学性能呈现出较明显的正交各向异性。即 σ_1 方向的三个力学参数与另一正交 σ_2 方向的三个力学参数存在着差异。单向加压时就表现为 $\alpha = 30^{\circ}$ 时的值与另一正交方向 $\alpha = 60^{\circ}$ 时的值存在着差异； α 为 0° 与 90° 时也有着差异，等等，依此类推。这种差异有随着裂纹密度增加而变大的趋势，如模型 I 的这种差异就比模型 II 的大。因此可推知，在工程实际中，若岩体中的裂隙分布密而长时，这种本构关系上的正交各向异性就应该考虑了。

1.3 双向加压实验

继单向加压实验以后，本文作者又对上述两种模型试件进行了双向加压实验，以测试双压下的宏观力学性能。实验装置如图 2 所示，主要实测了双压下裂纹群倾角 α 及侧压 σ_2 对起裂应力 σ_{c1} 的影响；其次实测了模型试件的宏观纵向变形 Δl_1 及横向变形 Δl_2 与载荷之间的关系。加载的顺序为先加横向压应力至 σ_2 ； σ_2 有 2.2 和 6.5 MPa 两种情况，然后保持 σ_2 不变，缓慢施加压应力 σ_1 ，直至试件中某些裂纹初始开裂（见图 3）。初始开裂时， $P-\Delta l_1$ 曲线一般都有异常反应，如开始变弯^[7] 或抖动等等。为了便于比较，双向压缩实验结果与单向压缩实验结果一起列于表 3 与表 4 中。

通过表 3 与表 4 可以看出，在侧压 σ_2 恒定的情况下，起裂应力 σ_{c1} 与裂纹群倾角 α 的变化规律和单压时相似^[7]。比较明显的特点为，在各种侧压（ $\sigma_2 = 0 \text{ MPa}$ ， $\sigma_2 = 2.2 \text{ MPa}$ 与 $\sigma_2 = 6.5 \text{ MPa}$ ）情况下， $\alpha = 45^{\circ}$ 左右的多裂纹模型，其宏观强度 σ_{c1} 基本呈现最低值。最为显著的特点为，由于施加了侧压 σ_2 ，使得纵向起裂应力或宏观强度 σ_{c1} 提高了很

多；从表中可看出，测压 σ_2 值越大，起裂应力 σ_{c1} 值也越大。这对于完整体试件而言，是大家熟知的事实，但对于有序多裂纹体而言，可能尚属新确认的现象。这些特点的认识，对采矿工程及各类地下工程的工程选址及锚固技术有较好的指导作用。在各类地下开采及施工活动中，应避免选址在主体裂隙分布与远场主压应力（地应力）成 45° 左右的地下

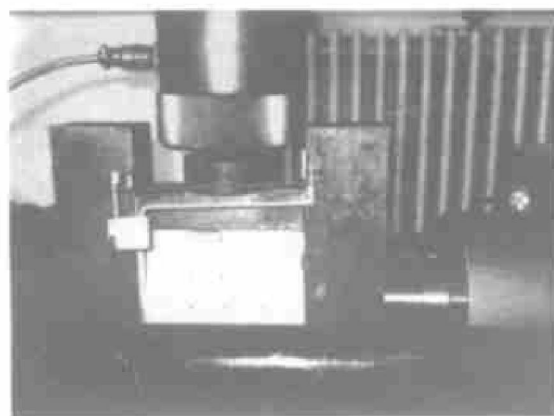


图 2 双压实验装置

Fig. 2 Equipment of biaxial compressing test

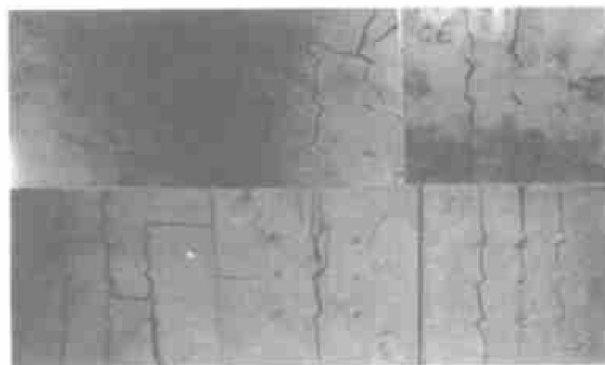


图 3 部分破坏后的试件

Fig. 3 Partial failed specimens

表 3 白水泥模型 I 起裂应力 σ_{cI} 实验结果

Table 3 Test results of crack expanding stress σ_{cI} of white cement model I

σ_2 /MPa	σ_{cI} /MPa				
	30°	45°	60°	90°	No crack
0	3.6	6.43	8.06	8.49	9.33
2.2	9.75	9.12	11.82	13.10	14.81

表 4 白水泥模型 II 起裂应力 σ_{cI} 实验结果

Table 4 Test results of crack expanding stress σ_{cI} of white cement model II

σ_2 /MPa	σ_{cI} /MPa						
	0°	30°	45°	60°	75°	90°	No crack
0	7.13	6.48	3.24	5.87	5.90	7.82	9.41
2.2	12.67	12.89	10.37	13.13	11.81	12.06	13.68
6.5	14.61	12.91	11.15	15.25	15.20	19.64	19.88

岩体中。不能避免时则应在正交方向施以锚固技术, 即加大侧压以保证岩体的稳定性。

2 初始开裂载荷与开裂角理论分析

为了在一定程度上估计此种有序多裂纹模型的起裂载荷与初始开裂角, 本文作者用最大周向拉应力 $\sigma_{\theta\max}$ 及最大周向拉应变 $\varepsilon_{\theta\max}$ 判据对单个裂纹进行了分析。以往的研究已表明, 岩石及其它一些脆性材料中的复合型裂纹的初始起裂基本遵从这两个判据的预示。当材料的泊松比 μ 很小时, 这两个判据给出十分相近的理论预示值, 但对 μ 值较大的材料, 特别对于压剪复合型裂纹, 最大周向拉应变判据与实验更为相符^[8]。

本实验所用两种白水泥材料其力学性能接近 (见表 1 与表 2), 因而泊松比取 $\mu=0.05$; 用三点弯曲试件测得平均的 $K_{IC}=550\text{ N/cm}^{3/2}$ 。考虑到在双向均匀加载条件下, 图 1 所示的每个裂纹基本处于同等开裂条件下, 故用图 4 所示单个裂纹模型来近似代替图 1 中的每个裂纹, 从文献[9]可知, 裂纹尖端的应力强度因子为

$$K_I = \sqrt{\pi a} (\sigma_{cI} \cdot \cos \alpha + \sigma_2 \cdot \sin \alpha) \tag{1}$$

$$K_{II} = \sqrt{\pi a} (\sigma_{cI} - \sigma_2) \sin \alpha \cdot \cos \alpha \tag{2}$$

将表 3 和表 4 中的 σ_{cI} , σ_2 和 α 值代入上式, 计算出实验所得临界断裂点, 并将之绘于图 5 中, 图中曲线为理论预示曲线。由图 5 可知, 实验点基本聚集于理论曲线的内侧, 也即单个裂纹理论预示值高于多裂纹的近似实验值, 这是合理的现象, 因

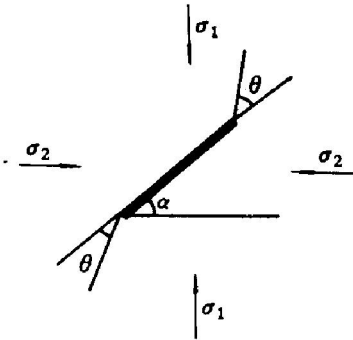


图 4 单个裂纹模型

Fig. 4 Single crack model

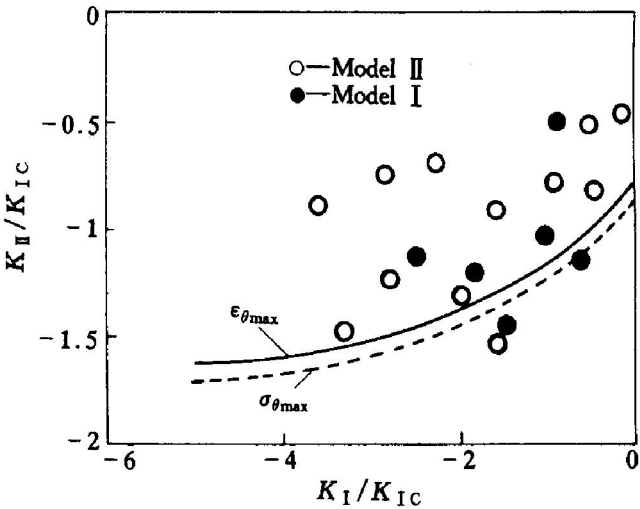


图 5 理论与实验的比较

Fig. 5 Comparison between theory and test

为单裂纹体的承载能力显然会高于相同类型的多裂纹体。

因本文研究的都是压剪裂纹, 裂纹尖端 K_{II} 值为裂纹扩展的主因。对 α 为 30°, 45°, 60°与 75°这四种情形, 由于 K_{II} 值不为零, 裂纹尖端一般都会发生不同程度的初始扩展, 扩展方向取决于此裂纹尖端的 K_I/K_{II} 值及材料的泊松比 μ 。

从表 3 与表 4, 并通过式 (1) 与式 (2), 计算得各种情形下的 K_I/K_{II} 值分布在 0.27 至 4.03 之间, 由最大周向拉应变及最大周向拉应力判据计算得初始开裂角 θ (见图 4) 分布在 75°~ 120°之间, 平均开裂角为 98°, 也即初始开裂方向常大致垂直于原裂纹线; 单压时的 θ 平均值小于双压时的 θ 平均值; 在侧压相同时, α 较大的裂纹其初始开裂角 θ 较小; 这些理论预示现象与实验观察到的初始开裂角现象十分相近 (见图 3)。由此可知, 对图 1 中的白水泥多裂纹试件, 即使裂纹已比较密集, 仍可由单个裂纹模型对初始开裂角作出比较准确的理论预测, 对初始开裂载荷也能得到大致估计, 即以单个裂纹的最大周向拉应变或拉应力理论预示值为上限。

3 正交各向异性本构关系及其验证

3.1 正交各向异性本构关系

关于多裂纹岩体所表现出来的各向异性已逐渐引起人们的重视^[10], 考虑各向异性无疑是对这一工程岩体本构关系更精确的认识, 有利于提高多裂纹岩体的宏观变形计算精度。但是怎样将这一认识应用到工程实际中来, 对这一问题, 目前的研究还未给出全面的回答。本文作者受单向加压实验结果的启发, 再结合广义虎克定律, 建立起了适于有序多裂纹体宏观变形计算的正交各向异性本构关系; 该关系可表达为(见图 1):

$$\epsilon_{e1} = \sigma_1 / E_{e1} - \nu_2 (\sigma_2 / E_{e2}) \quad (3)$$

$$\epsilon_{e2} = \sigma_2 / E_{e2} - \nu_1 (\sigma_1 / E_{e1}) \quad (4)$$

式中 E_{e1} , ν_1 为 σ_1 方向的弹性模量与泊松比, E_{e2} , ν_2 为 σ_2 方向的弹性模量与泊松比, 这些力学参数全部来自单向加压实验结果。基于该本构关系, 只要知道了有序多裂纹体单向受压下的力学特性, 双向受压下的力学特性就全在掌握之中。由于 E_e , ν 随 α 变化已基本有确定的关系^[7], 所以在工程实际中, 可以通过现场采样测试两至三个关键点, 就可得到关系曲线, 而这两至三个关键点就为 $\alpha = 0^\circ$, $\alpha = 45^\circ$ 以及无裂纹时的力学参数 E_e 与 ν 。

对于大型的地下施工岩体, 人们常将它分割成许多大大小小的单元, 用有限元来进行每个单元的应力及变形计算; 即使当岩体中的裂纹分布是无序的, 但当单元分割得比较小时, 此单元内裂纹分布即可近似看成是均匀有序的, 于是, 这个单元的等效本构关系可以用到上面的式(3)与式(4)。

3.2 实验验证

为验证本文所提出的正交各向异性本构关系, 应考查宏观等效应变实测值是否与通过式(3)与(4)

所得的理论计算值相吻合。显然, 两个实测值为 $\epsilon_{e1} = \Delta l_1 / L$ 与 $\epsilon_{e2} = \Delta l_2 / L$, 且 Δl_1 与 Δl_2 来自于双向压缩实验(见图 1)。

例如对图 1 所示模型 I, 设沿 σ_1 方向, 裂纹群主体分布为 $\alpha = 60^\circ$, 由单压实验结果测得(见表 1); $E_{e1} = 609.4 \text{ MPa}$, $\nu_1 = 0.019$; 显然, 沿 σ_2 方向, 必为 $\alpha = 30^\circ$, 由单压实验结果测得(见表 1); $E_{e2} = 481.9 \text{ MPa}$, $\nu_2 = 0.015$ 。做实验时, 在 $\sigma_1 = 14.61 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 2.2 \text{ MPa}$ 的受力状态下, 记录下此时的 $\Delta l_1 = 3.015 \text{ mm}$, $\Delta l_2 = 0.525 \text{ mm}$, 注意到 $L = 150 \text{ mm}$, 则由:

1) 正交各向异性本构关系

$$\begin{aligned} \epsilon_{e1} &= \sigma_1 / E_{e1} - \nu_2 (\sigma_2 / E_{e2}) \\ &= 14.61 / 609.4 - 0.015 (2.2 / 481.9) \\ &= 2.39 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{e2} &= \sigma_2 / E_{e2} - \nu_1 (\sigma_1 / E_{e1}) \\ &= 2.2 / 481.9 - 0.019 (14.61 / 609.4) \\ &= 0.41 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

2) 实验值

$\epsilon_{e1} = \Delta l_1 / L = 3.015 / 150 = 2.01 \times 10^{-2}$, 误差为 + 19%;

$\epsilon_{e2} = \Delta l_2 / L = 0.525 / 150 = 0.35 \times 10^{-2}$, 误差为 + 17%。

由上述实例可知, 该本构关系便于工程应用, 在理论上具有一定新意; 可用于推广至有限元计算技术中去计算多裂纹岩体的宏观变形。

两种模型试件实验值与理论值的比较见表 5 和表 6。表中的 σ_1 为在实验过程中随机抽取出来的值, 只要能记录下对应于弹性范围内的 Δl_1 与 Δl_2 即可。由表 5 与表 6 可以看出, 本文的理论假设计算值与实验值大部分符合良好, 能为工程界所接受, 只有少量数据误差达到 28%; 但反过来若按各向同性完整体的本构关系来计算, 则误差将达 50% 左右。可见考虑多裂纹体的正交各向异性, 可大幅

表 5 双压下白水泥模型 I 等效应变 ϵ_{ei} 的理论与实验值的比较

Table 5 Equivalent strains ϵ_{ei} comparison between theory and test of white cement model I under biaxial compression ($\sigma_2 = 2.2 \text{ MPa}$)

α	σ_1 / MPa	Experiment value		Theoretic value			
		$\epsilon_{e1} / 10^{-2}$	$\epsilon_{e2} / 10^{-2}$	$\epsilon_{e1} / 10^{-2}$	Error/ %	$\epsilon_{e2} / 10^{-2}$	Error/ %
30°	12.11	2.06	0.25	2.51	+ 22	0.32	+ 28
45°	9.06	1.96	0.45	1.83	- 7	0.42	- 7
60°	14.61	2.01	0.35	2.39	+ 19	0.41	+ 17
90°	12.82	1.48	0.41	1.60	+ 8	0.43	+ 2

表 6 双压下白水泥模型 II 等效应变 ϵ_{eI} 理论值与实际值的比较

Table 6 Equivalent strains ϵ_{eI} comparison between theory and test of white cement model II under biaxial compression

$\alpha/(^{\circ})$	$\sigma_2= 2.2 \text{ MPa}$				$\sigma_2= 6.5 \text{ MPa}$			
	σ_1 /MPa	Experiment value/ 10^{-2}	Theoretic value/ 10^{-2}	Error / %	σ_1 /MPa	Experiment value/ 10^{-2}	Theoretic value/ 10^{-2}	Error / %
0	13.07	1.25	0.98	- 22	13.60	0.91	1.02	- 12
30	11.80	1.20	1.28	+ 7	12.91	1.18	0.97	- 18
45	11.07	1.15	1.20	+ 4	8.30	0.87	1.03	+ 18
60	12.78	0.78	0.82	+ 5	13.26	1.04	0.84	- 19
75	10.89	0.82	0.59	- 28	12.20	0.63	0.67	+ 6
90	9.02	0.71	0.55	- 23	8.97	0.55	0.50	- 9

度提高宏观变形的计算精度。该本构关系原则上还可以应用于节理岩体与层状岩体的宏观变形计算。

4 结论

- 1) 有序裂纹群模型双压实验结果表明, 当一向侧压 σ_2 为恒定时, 另一正交 σ_1 方向的宏观抗压能力随着裂纹群倾角 α 的增加总体趋势为上升趋势。但当裂纹群倾角 α 为 45° 左右时, 宏观抗压能力基本具有最低值。增加一向侧压 σ_2 , 可明显提高另一正交 σ_1 方向的宏观抗压能力。
- 2) 对有序多裂纹体提出的正交各向异性本构关系, 可以从多裂纹体的单压力学参数出发, 去推算双压下多裂纹体的宏观变形。其计算结果与本文的实验结果符合较好, 原则上可以推广至有限元技术中去计算多节理、多裂隙块状岩体与层状岩体的宏观总体变形。
- 3) 有序多裂纹模型即使在裂纹比较密集的情况下, 仍可由单个裂纹模型对初始开裂角作出比较准确的理论预测; 对初始开裂载荷也能得到大致估计, 即以单个裂纹的最大周向拉应变或拉应力理论预示值为上限。

致谢

感谢国家地震局物理构造实验室及北京科技大学材料力学实验室协助了实验工作!

[REFERENCES]

[1] Chau K T, Wong R H C, Wang P. Validation of micro-crack models by experiments on real and replicated rocks [J]. Mechanics of Materials with Discontinuities and Heterogeneities, 1995, 201: 133- 146.

[2] Sayer C M, Kachanov M. A simple technique for finding effective elastic constants of cracked solids for arbitrary crack orientation statistics [J]. International Journal of Solids and Structure, 1991, 27: 671- 680.

[3] XIE He-ping, GAO Feng. The mechanics of cracks and a statistical strength theory for rocks [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, 37(3): 477- 489.

[4] 刘沐宇, 徐长佑. 基于证据理论的岩体力学参数信度估计方法 [J]. 中国有色金属学报, 2000, 10(4): 609 - 612.
LIU Mu-yu, XU Chang-yu. Belief estimation of rock-mass mechanical parameters based on evidence theory [J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2000, 10(4): 609- 612.

[5] 王桂尧, 孙宗颀, 卿笃干. 隧洞岩爆机理与岩爆预测的断裂力学分析 [J]. 中国有色金属学报, 1999, 9 (4): 841- 845.
WANG Gui-yao, SUN Zong-qi, QING Du-gan. Fracture mechanics analysis of rock burst mechanism and prediction [J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 1999, 9(4): 841- 845.

[6] 朱维申, 陈卫忠, 申 晋. 雁形裂纹扩展的模型试验及断裂力学机制研究 [J]. 固体力学学报, 1998, 19 (4): 355- 360.
ZHU Wei-shen, CHEN Wei-zhong, SHEN Jin. Simulation experiment and fracture mechanism study on propagation of echelon pattern cracks [J]. The Chinese Journal of Acta Mechanica Solida Sinica, 1998, 19(4): 355 - 360.

[7] 黎立云, 车法星, 卢晋福, 等. 单压下类岩材料有序多裂纹体的宏观力学性能 [J]. 北京科技大学学报, 2001, 23(3): 199- 203.
LI Li-yun, CHE Fa-xing, LU Jin-fu, et al. Macro-mechanical properties of regular cracks body in rock-like materials under uniaxial compression [J]. The Chinese Journal of University of Science and Technology Beijing,

- 2001, 23(3): 199–203.
- [8] 黎立云, 黎振兹, 孙宗颀. 岩石的复合型断裂实验与分析 [J]. 岩石力学与工程学报, 1994, 13(2): 134–140.
- LI Lirun, LI Zhenzi, SUN Zongqi. Experiments research and theoretical analyses in Brittle fracture of rock under mixed-mode loads [J]. The Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1994, 13(2): 134–140.
- [9] 中国航空研究院. 应力强度因子手册 [M]. 北京: 科学出版社, 1981. 30.
- Institute of China Aviation. Handbook of Stress Intensity Factors [M]. Beijing: Science Press, 1981. 30.
- [10] 吕擎峰, 韩文峰. 金川岩体各向异性与巷道支护变形破坏关系探讨 [J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(2): 149–152.
- LÜ Qing-feng, HAN Wen-feng. Relationship between anisotropy of Jinchuan rockmass and deformation and failure of adit [J]. The Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, 19(2): 149–152.

Biaxial compression experiments and orthotropic constitutive relationship for regular cracks in replicated rock mass

LI Lirun¹, LIU Dangan², SHI Xiaogun¹, CHE Faxing³

- (1. School of Application Science, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China;
2. Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China;
3. Shanghai Institute of Tunnel, Shanghai 200233, China)

[Abstract] A series of biaxial compression experiments, dealing with the effects of regular cracks in replicated rock mass, have been carried out. The results show that the macro-strength σ_{c1} increases basically with the increasing inclined angle α of crack and remarkably with the increasing side compression σ_2 . But when $\alpha \approx 45^\circ$, σ_{c1} becomes the lowest. The initiation angle θ of the cracks and the up limit of the critical fracture load can be estimated well by the mixed-mode fracture criterions of $\mathcal{E}_{0\max}$ and $\mathcal{Q}_{0\max}$. Based on the results of uniaxial compression experiments, an orthotropic constitutive relationship is constructed, which can be applicable to the multi-cracked body problem of mining and other underground engineering. The computed results by this relationship agree well with the biaxial compression experiment results.

[Key words] biaxial compression; model experiment; multi-cracked body; orthotropy; constitutive relationship

(编辑 何学锋)