

[文章编号] 1004- 0609(2001) 04- 0661- 05

散体流动场中波的传播与振动助流机理^①

吴爱祥, 孙业志, 黎剑华

(中南大学 资源环境与建筑工程学院, 长沙 410083)

[摘 要] 视流动场中的散体为弱横观各向同性介质, 推导了 P 波、SH 波和 SV 波的相速度表达式, 分析了它们在流动散体介质中的传播特点: P 波波前为椭圆形或近似椭圆形, SH 波波前为椭圆形, SV 波波前为非椭圆形。由波的传播特点得出在振幅和频率较小的情况下, 振波对散体的流动性影响不大。当振幅和频率逐渐增加时, 椭球体的偏心率减小, 散体间的粘性阻力和内摩擦力降低, 散体的松散系数增加, 抗剪强度降低, 使散体具有更好的流动性。实验结果验证了推导与分析的正确性。

[关键词] 散体介质; 体波传播; 椭球体; 振动助流

[中图分类号] TU 432

[文献标识码] A

散体助流的方式有很多种, 其中振动助流以实用、方便和有效而得到广泛应用。振动出矿是振动助流在采矿工业中的应用。前苏联于 1957 年研制成功了世界上首台振动出矿机, 20 世纪 70 年代中期振动出矿在我国开始受到重视, 1974 年我国研制成首台振动出矿机^[1~4]。振动出矿使得溜放块矿时的出矿口的通过系数从 3 以上降到 1.5 左右, 且仍能保证出矿时具有稳定的矿流, 即使出矿口的通过系数只有 1.2, 一般也不会造成出矿口卡堵^[1~3]。实验和实践表明, 对于溜放粘性粉矿, 安设振动边壁和振动支架, 或在出矿口内埋设振动台板等都是行之有效的助流措施, 对防止产生稳定粘结拱和矿石管流均有明显效果。

目前国内外对振动出矿技术的应用研究正日趋完善^[1~7], 但在一些基础理论研究方面仍有许多空白, 例如振波在流动散体矿岩中的传播和衰减特性、振波对散体矿岩力学特性的影响等。本文作者将从波动力学的角度来分析振波在流动散体中的传播规律和振动助流机理。

1 散体流动场中的椭球体

散体流动场中的椭球体(图 1)主要有放出椭球体和松动椭球体两种^[1~4]。放出椭球体又称放出体, 它是指从采场通过漏斗放出的一定大小的松散矿石体积, 该体积的矿石不是从采场内任意形体

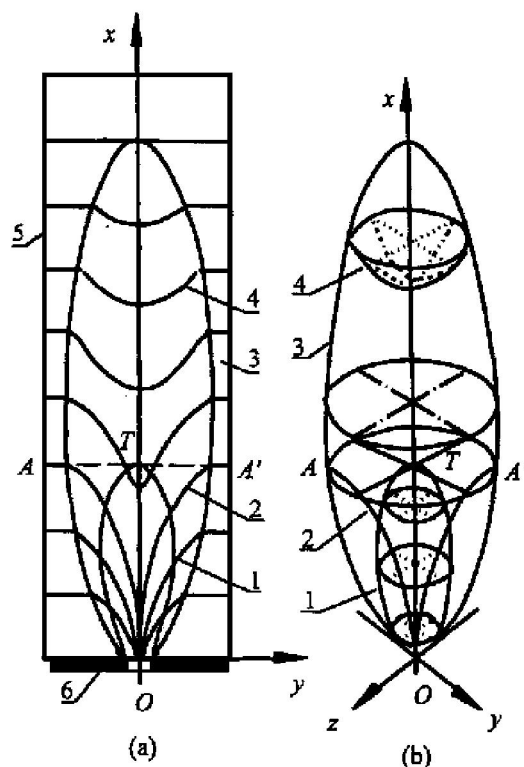


图 1 放出椭球体和松动椭球体

Fig. 1 Withdrawal ellipsoid and loosening ellipsoid

(a) —Longitudinal diagram;

(b) —Three dimensional space diagram

1 —Withdrawal ellipsoid; 2 —Withdrawal hopper;

3 —Loosening ellipsoid; 4 —Moving hopper;

5 —Coloured marker band; 6 —Drawing chute;

AA' —Interface of granular ores and granular

waste rocks; T —Point of tangency of AA' and 1

① [基金项目] 国家自然科学基金资助项目(50074034)和博士点基金资助项目

[收稿日期] 2000- 06- 05; [修订日期] 2000- 11- 23

[作者简介] 吴爱祥(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 博士。

中流出的,而是从具有近似椭球体形状的形体中流出的。也就是说,放出的矿石在采场内所占的原来空间为旋转椭球体,其下部为放矿漏斗平面所截,且对称于放矿漏斗轴线。实验证明,散体从单漏斗放出时,并不是采场内所有散体都投入运动,而只是漏斗口上一部分颗粒进入运动状态。散体产生运动的范围与形状可以通过放矿模型观察。实验时,在模型内按一定高度铺设彩色水平带,放出时可以透过模型玻璃壁明显地看清彩色带的移动范围,其形状近似于椭球体,称为松动椭球体,也叫松动体。

2 振波在流动场中的传播

2.1 散体介质中的体波

散体介质中的体波分为P波和S波。如果选择适当的坐标平面(x, O, y),可以使波的传播方向 n 平行于该平面,则波不依赖于 z 坐标。对于纵波(P波),位移矢量垂直于波前,因而波的传播方向永远平行于(x, O, y)平面;对于横波(S波),位移矢量平行于波前,且S波的位移矢量可以分解成两个分量:一个分量平行于(x, O, y)平面;另一个分量则垂直于该平面。前者叫做SV波(竖直偏振的剪切波),后者叫做SH波(水平偏振的剪切波)。P波和SV波构成平面内运动(平面应变问题),SH波则构成平面外运动。图2为散体中体波的传播示意图。

2.2 P波和SV波的传播特征

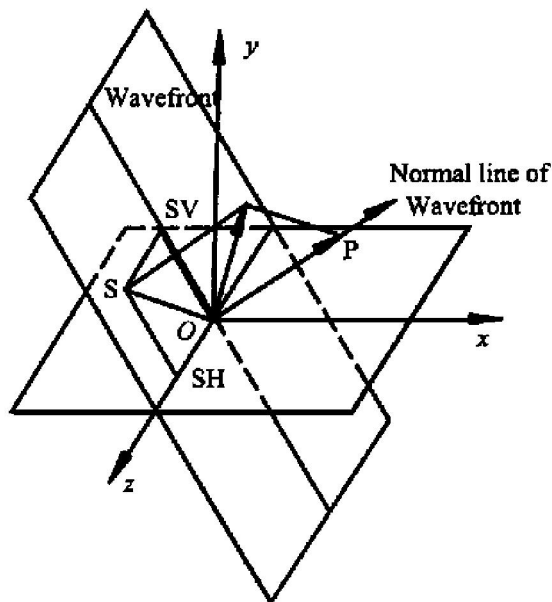


图2 散体介质中的体波

Fig. 2 Bodily waves of granular media

流动场中散体的状态是椭球体,我们近似认为此时的散体介质为弱横观各向同性介质。弱横观各向同性介质中P波和SV波的速度表达式为^[8~13]

$$\left. \begin{aligned} v_P &= (1/2\rho)\{2C_{44} + (C_{11} - C_{44})\sin^2\theta + \\ &\quad (C_{33} - C_{44})\cos^2\theta + \{[(C_{11} - C_{44})\sin^2\theta + \\ &\quad (C_{33} - C_{44})\cos^2\theta]^2 + [(C_{13} + C_{44})^2 - \\ &\quad (C_{11} - C_{44})(C_{33} - C_{44})]\sin^2\theta\}^{1/2}\} \\ v_{SV} &= (1/2\rho)\{2C_{44} + (C_{11} - C_{44})\sin^2\theta + \\ &\quad (C_{33} - C_{44})\cos^2\theta - \{[(C_{11} - C_{44})\sin^2\theta + \\ &\quad (C_{33} - C_{44})\cos^2\theta]^2 + [(C_{13} + C_{44})^2 - \\ &\quad (C_{11} - C_{44})(C_{33} - C_{44})]\sin^2\theta\}^{1/2}\} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 ρ 为散体介质密度; θ 为相位角; C_{11} , C_{13} , C_{33} , C_{44} 和 C_{66} 为 5 个独立的弹性常数。

依据上式可以定义

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= (C_{66} - C_{44})/2C_{44} \\ \epsilon &= (C_{11} - C_{44})/2C_{33} \\ \delta^* &= [2(C_{13} + C_{44})^2 - \\ &\quad (C_{33} - C_{44})(C_{11} + C_{33} - 2C_{44})]/2C_{33}^2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

对于弱横观各向同性介质,其各向异性参数 γ , δ^* 和 ϵ 都较小,可在固定 θ 角时,再作线形近似,得到弱横观各向同性介质中P波和SV波的速度表达式:

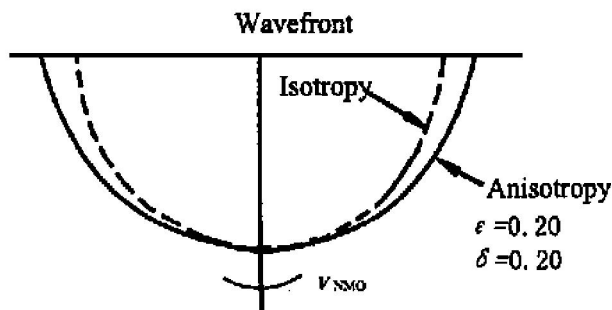
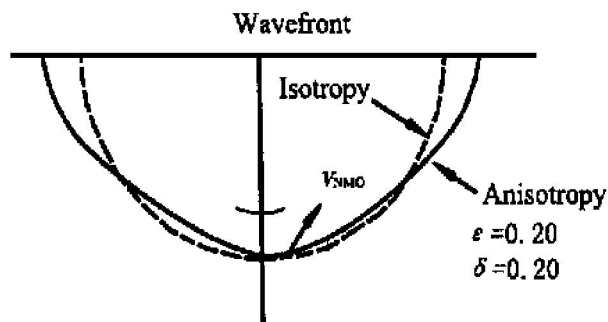
$$\left. \begin{aligned} v_P(\theta) &= \alpha_0[1 + \delta\sin^2\theta\cos^2\theta + \epsilon\sin^4\theta] \\ v_{SV}(\theta) &= \beta_0[1 + \alpha_0^2(\epsilon - \delta)\sin^2\theta\cos^2\theta/\beta_0^2] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= (C_{33}/v)^{1/2} \\ \beta_0 &= (C_{44}/\rho)^{1/2} \\ \delta &= [(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})^2]/ \\ &\quad [2C_{33}(C_{33} - C_{44})] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

对于大多数种类的散体介质来说, γ , δ 和 ϵ 值的大小具有相同量级。对于P波来说,在小 θ 角处,由于 $\sin^2\theta\cos^2\theta$ 比 $\sin^4\theta$ 大,所以其各向异性主要取决于 δ 。图3($\epsilon=0.2$, $\delta=0.2$)和图4($\epsilon=0.2$, $\delta=-0.2$)是均匀弱横观各向同性介质中辐射的P波波前,图中 v_{NMO} 为动校速度。由图3,4可见,P波在 $\epsilon=\delta$ 时波前为椭圆,在 $\epsilon\neq\delta$ 时,波前不是椭圆。在各向异性不大时,P波的波前与椭圆相差不大。由SV波速表达式知,一般情况下其波前不是椭圆,仅在 $\epsilon=\delta$ 时波前退化为圆。

为便于研究,我们把某特定射线附近的P波波

图 3 P 波在 $\varepsilon = \delta$ 时的椭圆波前Fig. 3 Wavefront of P wave at $\varepsilon = \delta$ 图 4 P 波在 $\varepsilon = -\delta$ 时近似椭圆波前Fig. 4 Wavefront of P wave at $\varepsilon = -\delta$

前的局部特性用相应的等效椭圆面来描述, 其射线速度 $V(\phi)$ 与等效椭圆视垂向速度 V_1 和视水平向速度 V_2 的关系为

$$\frac{1}{V^2(\phi)} = \frac{\cos^2 \phi}{V_1^2} + \frac{\sin^2 \phi}{V_2^2} \quad (5)$$

此等效椭圆面与实际波前在特定射线处相切, 可以得到相同的相速度, 因而当射线角 ϕ 改变时, 相应等效椭圆的视垂向速度 V_1 和视水平向速度 V_2 也将随之而变。

已证明^[8~11]椭圆的相速度为

$$V^2(\theta) = V_1^2 \cos^2 \theta + V_2^2 \sin^2 \theta \quad (6)$$

因此, 若上式中假定的相速度等于与此射线相应的真实相速度的话, 就完成了对弱横观各向同性介质特定射线的椭圆等效。

为了在已知 $V(\phi)$, ϕ 和 θ 时求得 V_1 和 V_2 , 根据方程(5)和(6)可得

$$\left. \begin{aligned} V_1^2 &= V^2(\phi) \cos(\phi - \theta) \cos \phi / \cos \theta \\ V_2^2 &= V^2(\phi) \cos(\phi - \theta) \sin \phi / \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

因而, 方程(5)和(6)共同表示弱横观各向同性介质实际波前的等效椭圆, 它描述了射线的局部特性。

2.3 SH 波的传播特征

根据 γ 的定义, 可以将其改写为

$$\gamma = [\mathcal{U}_{SH}(\pi/2) - \beta_0] / \beta_0 \quad (8)$$

因此, γ 是表征 SH 波的各向异性参数, SH 波的相速度表达式为

$$\mathcal{U}_{SH}(\theta) = \beta_0 [1 + \gamma \sin^2 \theta] \quad (9)$$

它与 P 波在 $\varepsilon = \delta$ 时的函数相同, 故波前必为椭圆。

$$V^2(\theta) = V_v^2 \cos^2 \theta + V_h^2 \sin^2 \theta \quad (10)$$

式中 V_v 为垂向速度, V_h 为水平速度。令 $u_z = V \cos \theta$, $u_x = V \sin \theta$ 则 SH 波的相速度方程改写为

$$(u_x^2 + u_z^2)^2 = (u_z V_v)^2 + (u_x V_h)^2 \quad (11)$$

令 $V_z = V \cos \phi$, $V_x = V \sin \phi$, 则有

$$\left(\frac{V_x}{V_h}\right)^2 + \left(\frac{V_z}{V_v}\right)^2 = 1 \quad (12)$$

上式表明, SH 波的波前是以 V_h 为水平轴、 V_v 为垂直轴的椭圆。

3 散体振动助流机理

由体波的传播规律可以看出, 在弱横观各向同性介质中存在 P 波、SV 波和 SH 波。P 波在 y 轴方向上传播, 波前为椭圆形或近似椭圆形, 而流动场中的散体状态为放出椭球体和松动椭球体, 这样在一定程度上, 波前与散体椭球体相耦合, 又由于波前椭圆偏心率(图 3)稍小于散体椭球体(图 1)的 y 轴方向的椭圆偏心率, 且波的传播过程伴随着应力和能量的传播, 这样散体椭球体的偏心率会随振动有所减小。SH 波的传播方向为 z 轴方向, 其波前为椭圆, 波前与散体椭球体 z 轴方向椭圆近似耦合, 由于剪切力作用, 使颗粒间的粘性阻力和内摩擦力降低, 有利于散体的松散。SV 波与 x 轴方向一致, 其波前不是椭圆, 仅在 $\varepsilon = \delta$ 时波前退化为圆, 但由于剪切力作用, 它使散体椭球体在 x 轴方向有向外扩展的趋势, 使散体椭球体的 y 轴方向的椭圆偏心率减小。由椭球体理论知, 偏心率减小会增大散体松散系数, 使散体流动性增加。

放矿学中, 用比较系数来评价散体的流动性。比较系数是振动放矿的放出体积与相应条件下重力放矿放出的体积之比。模拟实验表明, 放矿层高度在 12~25 m 的区间内, 比较系数由 1.17 变化到 1.42。也就是说, 在这样的条件下, 振动放矿的放出体积比重力放矿大 0.17~0.42 倍。

比较系数与振动出矿机的振动频率、振幅及激振力等振动参数有关^[2~4]。在松散矿石块度为 6~5 mm 的条件下, 固定频率为 13 Hz 时, 比较系数与振幅的关系及振幅固定为 2.5 mm, 比较系数与振

幅的关系列于表 1。试验结果表明,随着振动频率或振幅的增加,比较系数缓慢增大,也就是说,振动放矿的放出体积是随振动频率和振幅的增大而缓慢增大的。

表 1 振动频率和振幅与比较系数的关系

Table 1 Connection of vibrating frequency and amplitude versus comparing coefficient

Frequency /Hz	Comparing coefficient	Amplitude /mm	Comparing coefficient
10	1.00	2.0	1.00
13	1.00	2.5	1.00
17	1.10	3.0	1.09
20	1.30	3.5	1.20

由表 1 可以看出,当振动频率和振幅较小时,对散体流动性影响较小。由物理学知,波动能流密度为

$$I=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

(13)

式中 ρ 为介质密度; c 为波速; A 为振幅; ω 为角频率。能流密度随振幅和角频率的增大而增大。振动过程中由于 P 波和 SH 波的波前与散体椭球体有一定程度的耦合,在振幅和频率较小的情况下,对散体椭球体的外形改变较小,因而对散体的流动性影响不大。当振幅和频率逐渐增加时,波动能流密度增加,此时由于纵波应力和剪切应力的作用,以及 P 波和 SH 波的波前与散体椭球体的不完全耦合,加之散粒体获得了更大的能量和活性,使散体椭球体的外形有所改变,以及 SV 波的波前不是椭圆,它的剪切力作用,使散体椭球体在 x 轴方向有向外扩展的趋势,从而使椭球体的偏心率减小,散体的松散系数增加。另外,振能以波的形式向外传播时,散体发生剪切变形和压缩变形,在散体间的接触点上产生新的应力。接触应力的存在,使散体间的粘性阻力和内摩擦力降低,因而散体的抗剪强度随之降低。内摩擦力的降低,表现在内摩擦角的减小和内摩擦系数的减小上(表 2),其影响是使矿岩散体的流动性增大。

4 结论

1) 非振动流动场中,散体状态为放出椭球体和松动椭球体。

2) P 波在 y 轴方向上传播,波前为椭圆形或近似椭圆形,SH 波在 z 轴方向上传播,其波前为椭圆形,而 SV 波的波前为非椭圆形。振动过程中 P

表 2 流动场中内摩擦角和内摩擦系数

Table 2 Inner friction angle and inner friction coefficient in flow field

Material name	Static		Dynamic	
	Inner friction angle/ (°)	Inner friction coefficient	Inner friction angle/ (°)	Inner friction coefficient
Hematite	40~ 45	0.84~ 1.00	30~ 35	0.52~ 0.70
Broken ores	45	1.00	35	0.70
Anthracite	27~ 45	0.51~ 1.00	27~ 30	0.51~ 0.57
Gravel	30~ 45	0.57~ 1.00	30	0.57
Limestone	40~ 45	0.84~ 1.00	30~ 35	0.57~ 0.50

波和 SH 波的波前与散体椭球体有一定程度的耦合,在振幅和频率较小的情况下,对散体椭球体的外形改变较小,对散体的流动性影响不大。

3) 当振幅和频率逐渐增加时,波动能流密度增加,由于纵波应力和剪切应力的作用、P 波和 SH 波的波前与散体椭球体的不完全耦合和 SV 波的非椭圆形传播,加之剪切变形和压缩变形作用,使椭球体的偏心率减小、散体的松散系数增加、散体间的粘性阻力和内摩擦力降低及散体的抗剪强度降低,因而散体的流动性增加。

[REFERENCES]

[1] GU De-sheng(古德生), WANG Huì-ying(王惠英), LI Jue-xin(李觉新). Vibrating Ore-drawing Technology(振动出矿技术) [M]. Changsha: Central South University of Technology Press, 1989. 1- 5.

[2] DAI Xing-guo(戴兴国). 贮矿空间内散体矿岩的压力理论与流动机理的研究 [D]. Changsha: Central South University of Technology, 1990.

[3] WANG Chang-han(王昌汉). Theory of Ore-drawing(放矿学) [M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 1988. 39- 42.

[4] WU Ai-xiang(吴爱祥). 振动场中矿岩散体特性与动力学理论研究 [D]. Changsha: Central South University of Technology, 1991.

[5] WU Ai-xiang(吴爱祥). 散体振动液化与密实作用试验及机理探讨 [J]. Journal of Central South Institute of Mining and Metallurgy(中南矿冶学院学报), 1991, 23 (Suppl): 15- 20.

[6] WU Ai-xiang(吴爱祥), GU De-sheng(古德生). 矿岩散体振波的传播与能耗的研究 [J]. Journal of Central South Institute of Mining and Metallurgy(中南矿冶学院学报), 1991, 23(3): 267- 272.

[7] DAI Xing-guo(戴兴国), GU De-sheng(古德生), WU Xian-zhen(吴贤振). 细粒散料振动松散与密实效应研究 [J]. Journal of Central South University of Technol-

- gy(中南工业大学学报), 2000, 31(3): 202– 204.
- [8] XU Zhong-da(徐仲达). Theory of Seismic Wave(地震波理论) [M]. Shanghai: Tongji University Press, 1997. 125– 137.
- [9] WU Shi-ming(吴世明). Wave Propagation in Soils(土介质中的波) [M]. Beijing: Science Press, 1997. 43– 49.
- [10] Lervin F K. Seismic velocities in transversely media [J]. Geophysics, 1980, 45(1): 3– 17.
- [11] Rommel B E. Approximate stacking velocities in a weakly transversely isotropic layer [J]. Can J Expl Geophys, 1993, 29(1): 98– 108.
- [12] Thomsen L. Weak elastic anisotropy [J]. Geophysics, 1986, 51(10): 1954– 1966.
- [13] Lervin F K. Seismic velocities in transversely isotropic media [J]. Geophysics, 1979, 44(5): 818– 936.

Wave propagation and mechanism of aided flow by vibration in granular flow field

WU Ai-xiang, SUN Ye-zhi, LI Jian-hua

(College of Resource, Environment and Civil Engineering, Central South University,
Changsha 410083, P. R. China)

[Abstract] The flowing granular media was regarded as weak transverse isotropic media, and the phase velocity expressions of P wave, SH wave and SV wave were deduced. The propagation specialties of waves in flowing granular media were analyzed. The wavefront of P wave is elliptic or approximately elliptic, the wavefront of SH wave is elliptic, and the wavefront of SV is not elliptic. In terms of specialties of wave propagation it can be deduced that vibrating waves have less influence on fluidity of granules when the amplitude and frequency are small. However, when the amplitude and frequency increase gradually, the eccentricity of ellipsoid, the viscosity resistance and inner friction among granules and shear intensity of granules decrease, as well as the loosening coefficient of granules increase, so that the granules have better fluidity. The results of experiment have proved the conclusion and analysis.

[Key words] granular media; bodily wave propagation; ellipsoid; aided flow by vibration

(编辑 吴家泉)