

[文章编号] 1004- 0609(2001)01- 0010- 05

拟流函数法分析铝板铸轧过程的流动状态^①

崔小朝¹, 王宥宏¹, 刘 才², 史 荣²

(1. 太原重型机械学院 应用科学系, 太原 030024; 2. 燕山大学 机械工程学院, 秦皇岛 066004)

[摘 要] 铸轧区金属(液态金属、粘糊状金属和冷凝壳)的流动为非均匀介质流动。在铸轧区温度场分析的基础上, 推导了非均匀介质流动流函数控制微分方程, 用有限元法求解该方程。给出了太原铝厂双辊倾斜式铸轧机在稳定生产条件下铸轧区金属的凝固传热和流动规律。

[关键词] 流函数; 连续铸轧; 有限元法

[中图分类号] TG 331

[文献标识码] A

铝板连续铸轧是铸造与轧制相复合的一种现代加工工艺, 它与普通连铸不同之处在于用转动的轧辊做结晶器, 形成一个带圆弧的楔形熔池, 液态金属在结晶凝固的同时承受轧制力的作用产生塑性变形, 这一过程伴随有液态金属、粘糊状金属和冷凝壳的流动。铸轧区金属的定向凝固和流动是铸轧铝形成定向拉长晶粒的原因。文献[1~ 3]作者对连续铸轧过程凝固传热与各工艺参数之间的关系进行了深入研究, 但未涉及铸轧区金属的流动。文献[4]作者采用有限元法模拟了双辊铸轧不锈钢过程的流热耦合问题, 分析了铸轧速度对熔池内流场、温度场的影响以及流场与温度场之间的相互影响。文献[5]作者把铸轧区金属看成均匀介质, 并采用流函数法就铸轧区金属的流动进行了分析。

铸轧区金属(液态金属、粘糊状金属和冷凝壳)的流动为非均匀介质流动。本文作者在对铝板铸轧温度场进行分析的基础上, 得到铸轧区各处的密度分布, 采用拟流函数法就铸轧区非均匀介质的流动进行数值模拟, 分析铸轧区速度随工艺参数的变化规律。

1 焓式有限元法模拟铸轧凝固过程

应用作者开发的伴有相变的准三维焓式有限元计算程序^[1, 3], 先就太原铝厂 $d 650 \text{ mm} \times 1 600 \text{ mm}$ 倾斜式双辊铸轧机在稳定生产条件下铸轧区金属的凝固传热过程进行分析, 得到铸轧区温度场和密度分布规律, 为用拟流函数法分析铸轧区金属流动作

准备。在建立铸轧区截面位置与凝固时间关系时, 铸轧区金属与铸轧辊接触面为圆弧(文献[1, 3]简化为直线)。

计算模型示于图 1。铸轧坯在铸轧区受铸轧辊的轧制力, 其厚度随位置的不同而不同, 任一位置 z 处的厚度为

$$h_z = h_s + R - \sqrt{R^2 - (L - z)^2} \quad (1)$$

根据质量连续定理可得

$$u_z \cdot h_z = u_s \cdot h_s \quad (2)$$

$$u_z = \frac{dz}{dt} = u_s \cdot \frac{h_s}{h_z} \quad (3)$$

由式(1)~ (3)可得

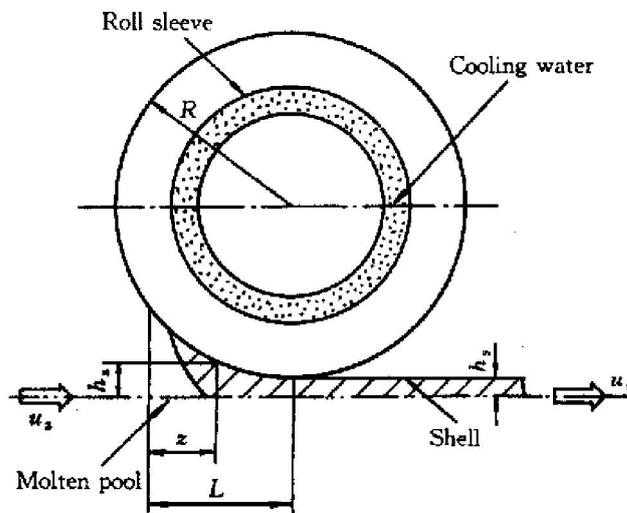


图 1 铸轧过程计算模型简图

Fig. 1 Schematic diagram of calculation model in cast-rolling process

① [基金项目] 山西省自然科学基金资助项目(991061) [收稿日期] 2000- 3- 30; [修订日期] 2000- 07- 01
[作者简介] 崔小朝(1962-), 男, 副教授, 博士研究生。

$$u_s h_s dt = [h_s + R - \sqrt{R^2 - (L - z)^2}] dz \quad (4)$$

对式(4)积分, 并代入边界条件($t = 0$ 时, $z = 0$), 可得截面位置坐标与时间的关系:

$$u_s h_s t = (h_s + R)z + \frac{R^2 \theta}{2} + \frac{R^2 \sin 2\theta}{4} - \frac{R^2 \alpha}{2} - \frac{R^2 \sin 2\alpha}{4} \quad (5)$$

式中

$$\theta = \arctan \frac{L - z}{\sqrt{R^2 - (L - z)^2}}$$

$$\alpha = \arctan \frac{L}{\sqrt{R^2 - L^2}} \quad (6)$$

表 1 为铸轧设备及工艺参数, 表 2 为铸轧坯热物性参数及换热系数。

图 2(a)~(d) 是在拉坯速度为 1.0 m/min, 浇

表 1 铸轧设备及工艺参数

Table 1 Cast-rolling equipment and process parameters

Roll size /mm	Casting speed /($\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$)	Roll material	Thermal conductivity /($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	Specific heat capacity /($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	Density /($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	Initial temperature/K	Roll gap (initial)/mm	Meniscus height/mm
$d650 \times 1600$	0.8~1.2	Steel	48.6	519	7800	298	7	48

表 2 铸轧坯热物性参数及换热参数

Table 2 Heat physical parameters and heat transmit coefficients

Material	Thermal conductivity /($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	Specific heat capacity /($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	Solid density (293 K) /($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	Liquid density (960 K) /($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	Latent heat /($\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$)
Industry aluminum	181.3	774.7	2703	2439	93
Liquid temperature /K	Solid temperature /K	Initial temperature /K	Even heat density of casting-rolling part/($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$)		Heat density of air cool part /($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$)
903	873	963	1.40908×10^6		7.0454×10^5

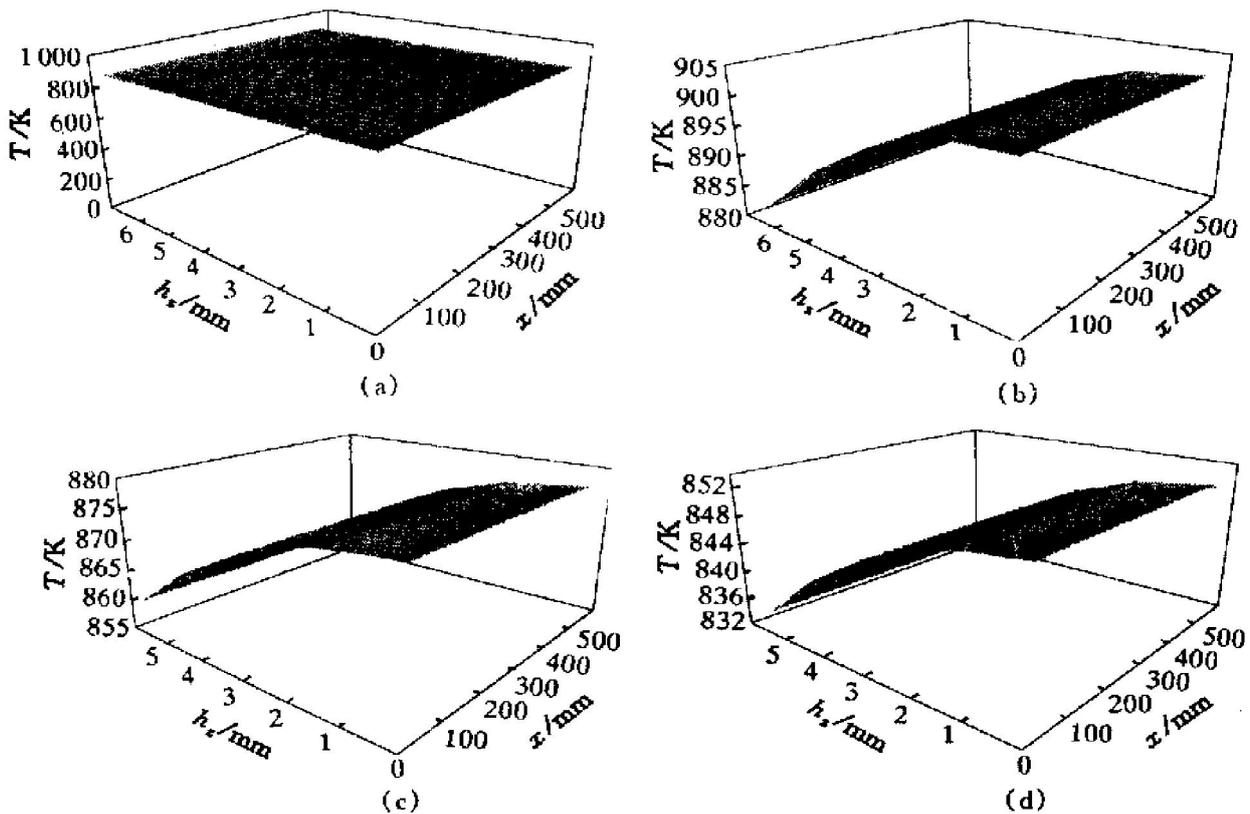


图 2 铸轧坯横截面温度分布

Fig. 2 Temperature distribution of cross section in cast-rolling blank

(z —Distance from surface of liquid metal)

(a) $-z = 7$ mm; (b) $-z = 11$ mm; (c) $-z = 15$ mm; (d) $-z = 20$ mm

注温度为 963 K 时, 距铸轧区液面 7, 11, 15 和 20 mm 各截面的温度场分布。图 3(a) ~ (d) 为对应的各截面凝固状态。

图 4 是在拉坯速度为 1.0 m/min, 浇注温度为 963 K 时, 铸轧坯纵截面的凝固状态, 铸造区长 16 mm, 占铸轧区 1/3。图 5 为相同条件下铸轧坯表面和中心温度分布曲线。

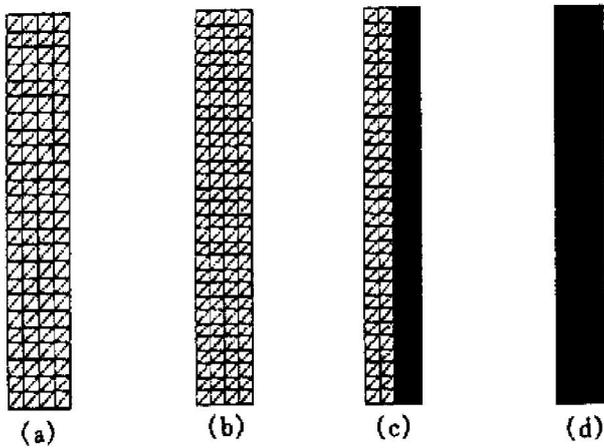


图 3 铸轧区横截面凝固状态

Fig. 3 Solidification state of cross section in cast-rolling blank

(a) $-z = 7$ mm; (b) $-z = 11$ mm;
(c) $-z = 15$ mm; (d) $-z = 20$ mm

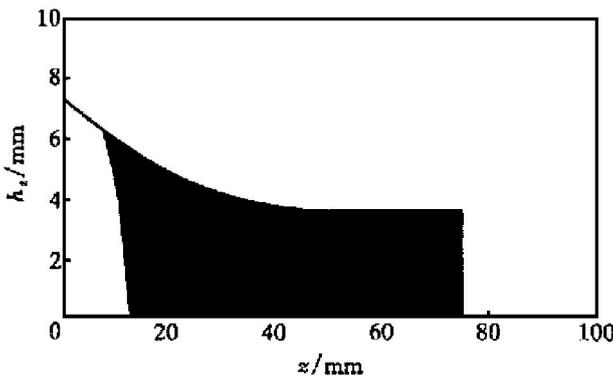


图 4 铸轧坯纵截面凝固状态

Fig. 4 Solidification state of vertical section

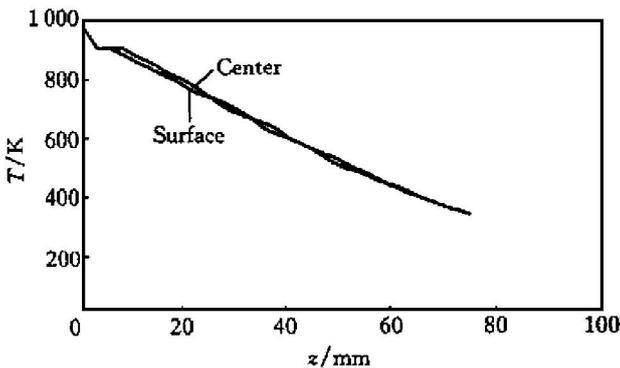


图 5 铸轧坯表面和中心温度分布曲线

Fig. 5 Temperature distribution curves of surface and center in cast-rolling blank

2 非均匀介质流动控制微分方程

2.1 拟流函数

非均匀介质流动类同于均匀介质, 即必存在一条流线, 流线上所有质点的瞬时速度都与之相切, 垂直于流线的速度分量必为零, 即任何时候流体质点都不能横跨流线运动。

令 Δr 代表流线上的有向线元, 根据流线的定义, 速度 v 与 Δr 平行, 于是

$$v \times \Delta r = 0 \quad (8)$$

在平面坐标系中, 流线方程为

$$\frac{\Delta x}{u(x, y)} = \frac{\Delta y}{v(x, y)} \quad (9)$$

式(9)两边同乘 $\rho(x, y)$, 可得

$$\rho(x, y) u(x, y) \Delta y - \rho(x, y) v(x, y) \Delta x = 0 \quad (10)$$

在以下推导中, 令: $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$, $\rho = \rho(x, y)$ 。

在非均匀介质中, 定义流线为 $\varphi(x, y) = C$ 的曲线族, 则 $\varphi(x, y)$ 叫做密度与速度相关的流函数。在同一条流线上, 则有

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta \varphi}{\Delta x} \Delta x + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Delta y = 0 \quad (11)$$

比较式(10), (11)可得

$$\rho u = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \rho v = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (12)$$

对于定常流场, 连续性方程为

$$\nabla \cdot (\rho v) = \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (13)$$

将式(12)代入式(13), 得

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \equiv 0 \quad (14)$$

可见, 对于式(12)所定义的非均匀介质平面流场, 连续性方程自然满足。

当流动是无旋流动时, 涡量 $\Omega = 0$, 即

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (15)$$

于是, 密度与速度相关的流函数满足下述方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} &= \frac{\partial}{\partial y}(\rho u) - \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) \\ &= u \frac{\partial \rho}{\partial y} - v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ &= u \frac{\partial \rho}{\partial y} - v \frac{\partial \rho}{\partial x} \end{aligned} \quad (16)$$

令

$$u \frac{\partial \rho}{\partial y} - v \frac{\partial \rho}{\partial x} = q \quad (17)$$

式(16)变为

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - q = 0 \quad (18)$$

2.2 边界条件的引入及速度场的求解

式(18)中含有未知量速度 u , v 和依赖于温度场分布的密度 ρ , 需要给出初始速度场和温度场方可求解。初始速度场 u' 和 v' 可按均匀介质先行求出。

采用 Galaokin 权余法可以构造出式(18)的离散格式。图 6 为求解铸轧区流动规律的有限元网格划分, 其中 AB 为铸轧区的对称面, AC 为铸轧区入口, BD 为铸轧区出口, CED 为与铸轧辊接触的区域。

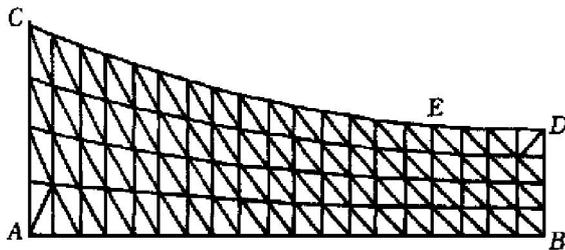


图 6 铸轧区有限元网格

Fig. 6 FEM net in cast-rolling zone

1) 边界条件

$$AC: \frac{\partial \varphi}{\partial n} = \rho_0 v_0$$

$$BD: \frac{\partial \varphi}{\partial n} = \rho_1 v_1$$

AB : 对称边界, $\varphi = 0$

CD : 与铸轧辊接触表面可以看成一条流线。

2) 速度场的求解步骤

① 按均匀介质构造初始速度场;

② 将每个单元的 u , v 以及 $\frac{\partial \rho}{\partial x}$, $\frac{\partial \rho}{\partial y}$ 代入式(18), 并求得每个单元的流函数值;

③ 根据定义求出相关量, 并求出每个单元的 u , v ;

$$\rho u = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{1}{2\Delta} (c_i \varphi_i + c_j \varphi_j + c_m \varphi_m)$$

$$\rho v = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{1}{2\Delta} (b_i \varphi_i + b_j \varphi_j + b_m \varphi_m)$$

④ 对每个单元进行判断,

$$\left| \frac{u_i^{(n+1)} - u_i^n}{u_i^n} \right| < \varepsilon, \quad \left| \frac{v_i^{(n+1)} - v_i^n}{v_i^n} \right| < \varepsilon$$

式中 $\varepsilon = 0.01$, 为收敛判据。

否则继续重复 ① 和 ②。

2.3 模型分析

图 7(a) 为在稳定铸轧条件下, 铸轧速度为 1.0 m/min 时的铸轧区金属流动流线, 它由流函数的等势线确定。由图 7(a) 可以看出, 在铸轧区入口处有回流区存在。这是由于铸轧辊径大、辊面粗糙、摩擦系数大, 并且铝熔体轧前温度高而辊面温度低, 熔体与辊面接触时便附着在辊面结晶, 形成很大的粘着区, 粘着区金属附着在辊面与铸轧辊一起运动, 不产生相对滑动, 因而粘着区不发生变形、减薄; 而中心部分的熔融金属向前或向后流动, 前端是已凝固的金属, 刚性比较大, 金属向前流动受阻, 而后端是液穴, 金属向后流动的阻力很小。图 7(b) 为铸轧区速度矢量分布图, 轧制区的速度明显高于铸造区, 使铸轧坯的晶粒组织定向拉长。

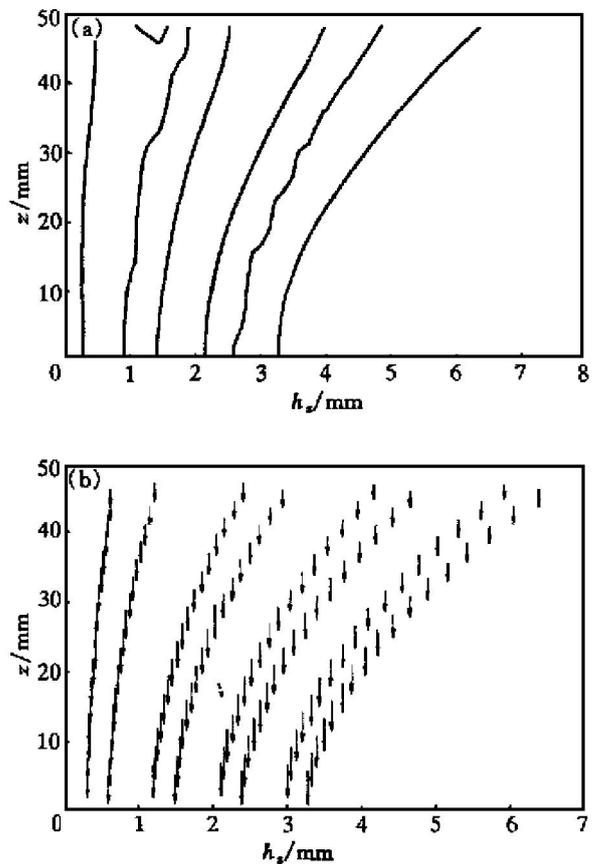


图 7 铸轧区金属流动流线及速度矢量分布

Fig. 7 Metal flow line and speed vector distribution in cast-rolling zone

(a) —Metal flow line; (b) —Speed vector distribution

3 结论

1) 在建立铸轧区截面位置与凝固时间关系时, 铸轧区金属与铸轧辊接触面为圆弧能更准确的反映实际情况。

2) 所提出的拟流函数法能真实反映非均匀介

质的流动规律。

3) 从铸轧区金属流动流线及速度矢量分布图可以看出, 铸轧区金属的流动规律为层流流动, 证明准三维(网格移动法)凝固传热分析方法的正确性。

[REFERENCES]

- [1] SHI Rong(史荣), CUI Xiao-chao(崔小朝) and SUN Bin-yu(孙斌煜). 铝带坯连续铸轧凝固过程的数值模拟 [J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals(中国有色金属学报), 1996, 6(2): 98- 101.
- [2] Satoshi Hirano, Ken Yasuda, Tooaki Kimura, et al. Calculation of heat transfer coefficient at roll-solidified shell interface of twin-roll type caster [J]. Tetsu To Hagan, 1993, 79(6): 41- 46.
- [3] CUI Xiao-chao(崔小朝), SHI Rong(史荣), and ZENG Jian-chao(曾建潮). 变形体凝固传热焓式有限元数学模拟与过程仿真 [J]. Acta Simulata Systematica Sinica(系统仿真学报), 1997, 12(4): 29.
- [4] MIAO Yu-chuan(苗雨川), DI Hong-shuang(邸洪栓), ZHANG Xiao-ming(张晓明), et al. 双辊薄带钢铸轧过程的流场温度场耦合数值模拟 [J]. Research on Iron and Steel(钢铁研究), 2000(2): 32- 35.
- [5] SUN Bin-yu(孙斌煜), ZHANG Hong(张洪) and SUN Hang-lin(孙航临). 流函数法在铸轧变形理论分析中的应用 [J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals(中国有色金属学报), 1999, 9(1): 115.
- [6] XIE Ding-yu(谢定裕). Fluid Mechanics(流体力学) [M]. Tianjin: Nankai University Press, 1987. 48.

Analysis of flowing state of aluminum plate in cast-rolling process with imitative flow function

CUI Xiao-chao¹, WANG You-hong¹, LIU Cai², SHI Rong²

(1. Department of Applied Science, Taiyuan Heavy Machinery Institute, Taiyuan 030024, P. R. China;
2. Mechanical Engineering Institute, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, P. R. China)

[Abstract] The flow of metal in cast-rolling area (liquid metal, sticky metal and solid shell) is an uneven medium flow. By analyzing the temperature field in cast-rolling part, the controlled differential equation of the flow function for an uneven medium flow was studied, and the equation was extracted with FEM. In a steady production of the twin-roller aluminum cast-rolling machine in Taiyuan Aluminum Plant, the solidification transmit heat and the flow of metal in cast-rolling part were analyzed.

[Key words] flow function; continuous cast-rolling; FEM

(编辑 杨兵)