

[文章编号] 1004- 0609(2001)S1- 0217- 04

# 自由梁在中点受到质量块撞击的剪切效应<sup>①</sup>

刘旭红<sup>1</sup>, 董 军<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学 固体力学研究所, 北京 100083; 2. 中南大学 资环建学院, 长沙 410083)

**[摘 要]** 剪切失效是强动载荷作用下结构失效的重要模式。着重研究了自由梁在中点受到质量块撞击后的剪切效应, 给出了发生剪切失效的无量纲判据。分析表明, 在初始速度的间断界面上是否发生剪切失效取决于质量块无量纲初始动能、质量比及梁的无量纲厚度。

**[关键词]** 自由梁; 撞击; 剪切失效

**[中图分类号]** O 313.4

**[文献标识码]** A

对于梁而言, 在静力极限分析中, 一般不考虑剪力对材料屈服的影响, 当梁受到撞击、爆炸等强动荷载的作用时, 剪力的量值就会比静态情形大很多。这说明剪力对强动载荷作用下的结构起着非常重要的作用, 使结构有可能产生剪切破坏模式。

LIU 等<sup>[1]</sup> 针对固支梁在跨度内不同位置上承受刚性集中质量冲击时的变形和失效进行了实验及理论分析, 发现当荷载初速度达到一临界值时, 梁固定端处由拉伸失效转化为剪切失效。因此, 对于冲击载荷作用的问题, 剪力可能是重要的, 因为这时作用力的数值可以很大, 或者从理论上说是无限大。对于这类问题, 在一段时间内载荷作用点附近的剪力对截面屈服可能起主要作用, 相应的剪切变形甚至剪切破坏都可能需要考虑。自由梁受到质量块撞击问题的研究在土木工程中有很强的应用背景, 如在爆破施工或结构塌落时构件受到飞射物的撞击等等。目前国内外对撞击问题的理论探索还仅限于单个构件受撞击或两个构件间的撞击等相对简单的情形。自由梁在中点受到质量块撞击的问题, 在不考虑剪力效应时已有人研究过<sup>[2]</sup>, 但正如上所叙述, 结构在强动载荷作用下剪力的影响有时是不容忽略的。文献[3]就悬臂梁端部受质量块撞击时的剪切失效进行了研究。作者着重研究自由梁在集中质量撞击下的剪切效应及剪切失效判据。

## 1 分析

初始构形如图 1, 并假定: 梁材料为刚塑性; 梁具有均匀的密度和截面; 梁初始时刻在中点受到

初速度为  $v_0$  的刚性质量块的撞击; 变形过程中梁的挠度远小于梁长。

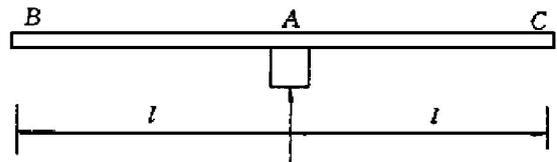


图 1 自由梁中点受质量块撞击

屈服面如图 2 所示。在分析中采用弯矩和剪力独立作用屈服面, 从而屈服条件可表示为

$$\begin{cases} |Q|/Q_p = 1, |M|/M_p \leq 1 \\ |M|/M_p = 1, |Q|/Q_p \leq 1 \end{cases} \quad (1)$$

式中  $Q_p = (1/2) Ybh$  和  $M_p = (1/2) Ybh^2$  分别为截面的塑性极限剪力和塑性极限弯矩,  $Y$  是材料的屈服应力,  $b$  和  $h$  分别为梁的宽度和厚度。初始时刻, 由于撞击力为无穷大, 撞击处截面两侧截面剪

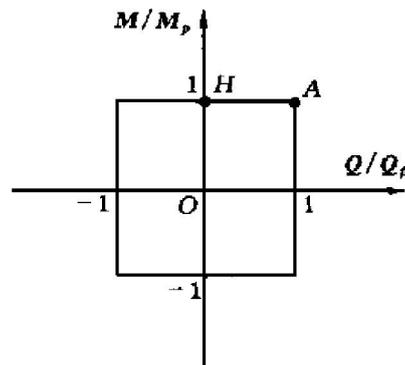


图 2 屈服曲面

① [作者简介] 刘旭红(1966-), 女, 博士生.

力达  $Q_p$ , 弯矩达  $M_p$ , 即均为广义塑性铰。由于我们认为任何时刻梁内任一截面的剪力都不能超过塑性极限剪力  $Q_p$ , 从而  $A$  截面相当于作用一个不变的力  $Q_p$ , 因而初始时刻梁上的三铰不能无限趋近于冲击点  $A$ , 而是另两个纯弯曲铰  $H_1, H_2$  距  $A$  点有  $l_1$  的距离(如图 3 所示)。

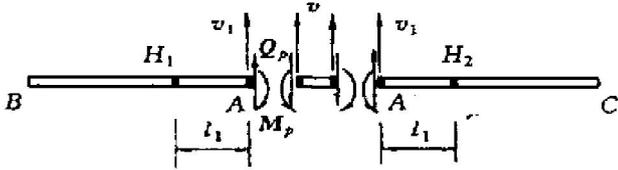


图 3 初始时刻变形机构

1.1 剪切滑移

设  $\rho$  表示梁的密度,  $l$  表示半梁长,  $m$  表示质量块的质量。由于问题的对称性, 我们只取  $AB$  段来研究。将  $AB$  段分为  $AH_1$  和  $H_1B$  两个隔离体, 其受力如图 4 所示。可以得到  $AB$  段运动方程组为

$$\begin{cases} \rho l_1 l_1 - \frac{1}{2} \rho \bar{\theta} l_1^2 = Q_p \\ \frac{1}{2} \rho l_1 l_1^2 - \frac{1}{3} \rho \bar{\theta} l_1^3 = 2M_p \\ v_1 = \frac{M_p}{\rho(l-l_1)^2} + l_1 \bar{\theta} \end{cases} \quad (2)$$

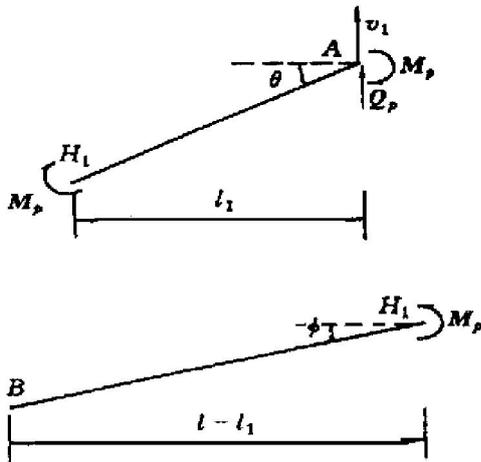


图 4 AB 段的变形机构

式中有  $v_1, \bar{\theta}$  及  $l_1$  3 个未知数。将方程组(2)进一步简化得

$$\begin{cases} v_1 = \frac{4Q_p}{\rho l_1} - \frac{12M_p}{\rho l_1^2} \\ \bar{\theta} = \frac{6Q_p}{\rho l_1^2} - \frac{24M_p}{\rho l_1^3} \\ \frac{2}{l_1 h} - \frac{6}{l_1^2} + \frac{3}{(l-l_1)^2} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

由式(3)中第三式可求得  $l_1$ , 代入第一和二式可分别求得  $v_1$  和  $\bar{\theta}$ 。由第三式可见, 塑性铰位置与梁的长度  $l$  及梁的厚度  $h$  有关。将第三式化为无量纲形式为

$$2\lambda^3 - (4 + 3h^*)\lambda^2 + 2(1 + 6h^*)\lambda - 6h^* = 0 \quad (4)$$

式中  $\lambda = l_1/l$  和  $h^* = h/l$  分别为无量纲铰的距离及梁的厚度。其关系如图 5 所示。

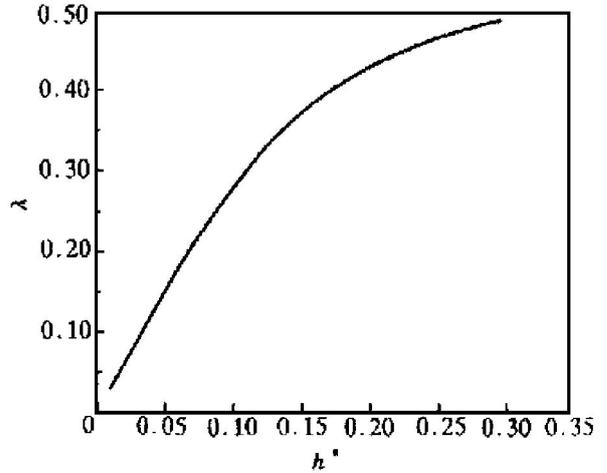


图 5 塑性铰位置与无量纲厚度的关系

求得  $l_1$  后, 由式(3)的第一式可见  $v_1 =$  常数, 积分并注意到初始条件  $v_1(0) = 0$  得

$$v_1 = \left( \frac{4Q_p}{\rho l_1} - \frac{12M_p}{\rho l_1^2} \right) t \quad (5)$$

再对质量块用牛顿第二定律(如图 6 所示):

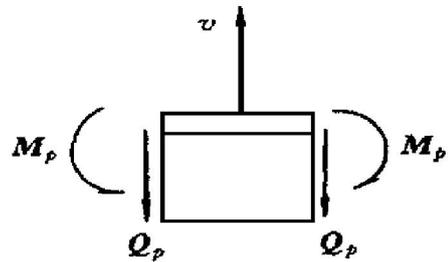


图 6 质量块受力图

$$m\dot{v} = -2Q_p \quad (6)$$

积分上式并注意到初始条件  $v(0) = v_0$  得

$$v = v_0 - \frac{2Q_p}{m} t \quad (7)$$

从而撞击点两侧的相对滑移速度为

$$v_r = v - v_1 = v_0 - \left( \frac{4Q_p}{\rho l_1} - \frac{12M_p}{\rho l_1^2} + \frac{2Q_p}{m} \right) t \quad (8)$$

可见, 滑移为匀减速运动。当  $v_r = 0$  时滑移停止, 相应的时间为

$$t_1 = v_0 / \left( \frac{4Q_p}{\rho l_1} - \frac{12M_p}{\rho l_1^2} + \frac{2Q_p}{m} \right) \quad (9)$$

总滑移距离为

$$S = \frac{1}{2} v_0 t_1 = \frac{1}{2} v_0^2 / \left( \frac{4Q_p}{\rho_1} - \frac{12M_p}{\rho_1^2} + \frac{2Q_p}{m} \right) = \frac{E_{k0}}{M_p} \left( \frac{8m}{\rho_1 h} - \frac{12m}{\rho_1^2} + \frac{4}{h} \right)^{-1} \quad (10)$$

式中  $E_0 = \frac{1}{2} m v_0^2$  为质量块的初始动能, 亦即系统的输入能量。上式表明总滑移距离  $S$  同初始动能成正比。

引入无量纲量:

$$e_0 = E_0 / M_p, \quad g = m / (\rho), \quad S^* = S / l$$

式(10)化为无量纲表达式

$$S^* = e_0 / \left( \frac{8g}{\lambda h^*} - \frac{12g}{\lambda^2} + \frac{4}{h^*} \right) \quad (11)$$

当  $t > t_1$ , 滑移停止, 界面上的剪力消失, 之后的动力响应同自由梁中点受质量块撞击的解相类似<sup>[2]</sup>, 塑性铰将向两端移行。

### 1.2 剪切失效分析

剪切失效条件可写为

$$S \geq kh \quad (12)$$

其中  $0 < k < 1$  为与材料有关的常数, 引用无量纲量初始动能可将剪切失效条件改写为能量形式

$$e_0 \geq k e_r \quad (13)$$

$e_r$  为发生剪切失效所要求的无量纲临界能量, 由式(11)知

$$e_r = \left( \frac{8g}{\lambda} - \frac{12gh^*}{\lambda^2} + 4 \right) \quad (14)$$

### 1.3 能量耗散

假定未发生剪断, 剪切相的能量耗散由两部分组成, 即  $A$  处剪切滑移耗散的能量及  $A, H_1, H_2$  处弯曲变形耗散的能量。

剪切滑移耗散的能量

$$E_{pQ} = 2Q_p S = E_{k0} / \left( \frac{2m}{\rho_1} - \frac{3mh}{\rho_1^2} + 1 \right) \quad (15)$$

弯曲变形耗散的能量

$$E_{pM} = 2M_p (2\theta_1 - \phi_1) \quad (16)$$

式中  $\theta_1$  和  $\phi_1$  分别为滑移停止时  $A$  点及  $H_1$  和  $H_2$  点处的转角。由  $H_1 B$  段的动量矩方程可得

$$\ddot{\phi} = \frac{12M_p}{\rho(l-l_1)^3} \quad (17)$$

由式(17)及(3)中的第二式知各段角加速度均为常数, 考虑到初始条件  $\theta(0) = \dot{\theta}(0) = 0$  及  $\phi(0) = \dot{\phi}(0) = 0$  可求得剪切相结束时各转角为

$$\begin{cases} \theta_1 = \left( \frac{6Q_p}{\rho_1^2} - \frac{24M_p}{\rho_1^3} \right) t_1^2 \\ \phi_1 = \frac{12M_p}{\rho(l-l_1)^3} t_1^2 \end{cases} \quad (18)$$

从而弯曲变形耗散的能量为

$$E_{pM} = 24M_p t_1^2 \left[ \frac{Q_p}{\rho_1^2} - \frac{4M_p}{\rho_1^3} - \frac{M_p}{\rho(l-l_1)^3} \right] \quad (19)$$

## 2 结论

剪切滑移消耗的无量纲能量与梁的无量纲厚度之间的关系如图 7 所示, 图中  $e_q = E_{pQ} / E_{k0}$ 。由图 7 可见, 剪切滑移消耗的能量随着梁无量纲厚度的增加而增加。

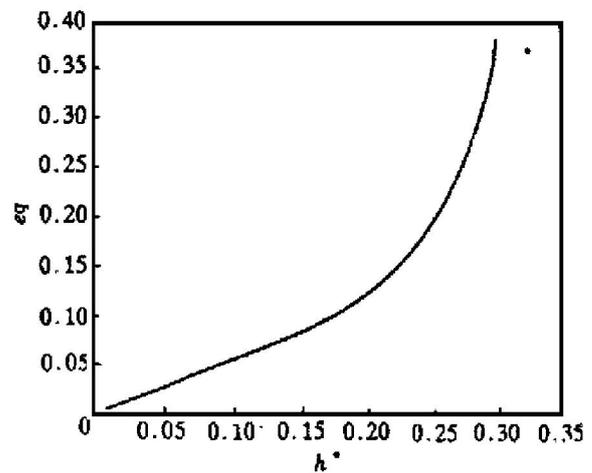


图 7 剪切耗量与无量纲厚度的关系

当梁比较细长时, 例如  $h^* = 0.1$ , 剪切滑移消耗的能量还不足输入能量的 7%; 对于  $h^* < 0.1$  的情况, 剪切滑移消耗的能量就更少, 因而可不必考虑剪切效应。当梁较深时, 如  $h^* > 0.18$ , 剪切滑移消耗的能量为 10% 以上, 往往需要考虑剪切效应。

### [ REFERENCES ]

- [ 1 ] Liu J H, Jones N. Experimental investigation of clamped beams struck transversely by a mass [ J ]. Int J Impact Engng, 1987(6): 303- 335.
- [ 2 ] 席 丰, 杨嘉陵, 郑晓宁, 等. 自由梁受集中质量横向撞击的刚-塑性动力响应 [ J ]. 爆炸与冲击, 1998 (1): 54- 61.
- [ 3 ] 余同希. 端头带有质量块的悬臂梁在冲击载荷下的剪切失效 [ J ]. 爆炸与冲击, 1993(2): 97- 104.

## Shear failure of free-free beam subjected to impact by projectile at mid-span

LIU Xu-hong<sup>1</sup>, DONG Jun<sup>2</sup>

- (1. Solid Mechanics Research Center, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, P. R. China;
2. College of Resources, Environment and Civil Engineering, Central South University, Changsha 410083, P. R. China)

**[Abstract]** Shear failure is an important mode of dynamic failure of structural members under impulsive loading. Shear effect of a free-free beam subjected to impact by a projectile at the mid-span was studied and the non-dimensional criterion of the shear failure was presented. It was illustrated that whether a shear failure occurs at the interface, where the initial velocity has discontinuity, depends on the initial kinetic energy of the projectile, the mass ratio and the non-dimensional thickness of the beam.

**[Key words]** free-free beam; impact; shear effect

(编辑 吴家泉)