

[文章编号] 1004- 0609(2001)S1- 0176- 03

华东模型中烧结机制相互关系的数学讨论^①

许世蒙¹, 丁华东², 李 颖³

(1. 装甲兵工程学院 基础部; 2. 材料科学与工程系; 3. 信息工程系, 北京 100072)

[摘 要] 依据华东烧结模型中膨胀机制和收缩机制的数学表征, 讨论了两种机制的相互关系。结果表明: 烧结初期, 膨胀机制占主导; 烧结中期, 收缩机制占主导, 并抵消膨胀机制的作用; 烧结终结前, 膨胀机制略占主导。

[关键词] 烧结模型; 表面能; 粉末冶金; 粉体学

[中图分类号] TF 125.6

[文献标识码] A

粉末冶金烧结的原动力是烧结系统表面能的降低^[1~5]。文献[6, 7]指出烧结中存在着膨胀机制和收缩机制, 依此建立了华东烧结模型, 文献[8]计算了模型中颗粒表面能的变化。在文献[6~8]的基础上, 本文利用数学方法, 讨论两种烧结机制的相互作用。

1 烧结过程简述

烧结是粉末压坯在一定气氛中的受热过程。设粉末为等径圆球, 其压制过程见图 1, 颗粒变形是不均匀的, 其 X 方向的变形大于 Y 方向的, 由此产生残余应力^[2, 6, 8]。烧结初期, 伴随着残余应力的释放, 压坯膨胀; 中温烧结, 表面张力和原子扩散使物质向颗粒接触处流动, 形成烧结颈并长大, 压

坯收缩; 高温烧结, 随保温时间延长, 烧结颈长大, 颗粒间的孔隙逐渐减小并由连通孔转变成封闭孔, 闭孔球化并缩小至一临界值, 压坯收缩。如果颗粒间不形成烧结颈, 颗粒只能通过球化而降低其表面能, 压坯膨胀。华东模型是描述上述烧结过程的物理模型。

2 烧结机制的数学表征

2.1 等径球颗粒间形成烧结颈

在此仅讨论简单立方堆集(图 2)。设烧结前颗粒为等径球, 半径为 r , 表面积为 A , 体积为 V 。形成烧结颈后(图 3), 球半径增大, 并变为少了 6 个相等球冠的“球缺”, 记“含球缺的球”, 半径为

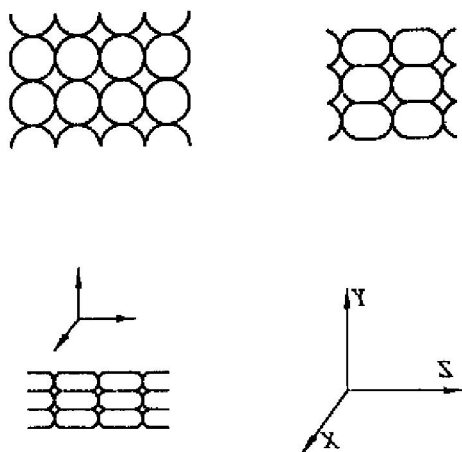


图 1 压制时粉末的变形^[1, 6]

Fig. 1 Powder deformation process during pressing^[1, 6]

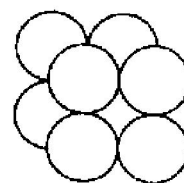


图 2 颗粒简单堆集示意图

Fig. 2 Particles stacking sketch

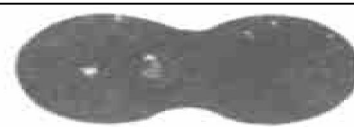


图 3 两球形成烧结示意图

Fig. 3 Neck formed by two particles

① [基金项目] 坦克传动国防科技重点实验室基金(99JS37.7.1.JB3502)

[收稿日期] 2000- 10- 23; [修订日期] 2001- 01- 16

[作者简介] 许世蒙(1958-), 男, 副教授, 博士。

r' , 表面积为 A' (不含相邻球体相交的部分), 颗粒体积不变。每个球与对称的 6 个球相接触, 球冠高为 h , 有

$$A' = 4\pi(r')^2 - 6(2\pi r'h) \quad (1)$$

取 $\mu = h/r'$, μ 越大, 烧结颈越大, 限制 $\mu \leq 0.29289^{[8]}$ 。由体积不变条件得^[8]

$$r' = \frac{r}{\sqrt[3]{1 - (9/2)\mu^2 + (3/2)\mu^3}} \quad (2)$$

设压坯中粉末颗粒总数为 N , γ 为比表面能, 形成烧结颈后表面能变化为 ΔF , 有

$$\begin{aligned} \Delta F &= N\gamma(A - A') \\ &= N\gamma[4\pi r^2 - 4\pi(r')^2 + 12r'h] \\ &= N\gamma 4\pi a^2 \left(\lambda^{\frac{3}{2}} - \lambda^{\frac{2}{3}} \left(1 - \frac{9}{2}\mu^2 + \frac{3}{2}\mu^3 \right)^{-\frac{2}{3}} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

2.2 椭球颗粒不形成烧结颈

烧结中颗粒变形过程为图 1 的 (c) $\rightarrow$ (b) $\rightarrow$ (a)。从烧结开始到结束, 颗粒间仅是机械接触。椭球颗粒的表面积为 A_1 , 烧结完成后, 颗粒转为圆球形且为简单立方堆集, 球半径为 r , 其表面积为 A_1^* 。设椭球长轴为 c , 短轴为 a 和 b , 有

$$A_1 = 8 \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} ((c^2 b^2 \cos^2 \theta + c^2 a^2 \sin^2 \theta) \sin^2 \varphi + a^2 b^2 \cos^2 \varphi)^{1/2} \sin \varphi d\varphi d\theta \quad (4)$$

为计算方便, 取 $a = b < c$, $a/c = \lambda < 1$ 。 λ 越小, 椭球越长。椭球表面积近似公式为

$$A_1 \approx \frac{2\pi a^2}{\lambda} \left(\frac{5}{3} + \frac{\lambda^2}{3} \right) \quad (5)$$

于是, 烧结后颗粒表面积变化为

$$A_1 - A_1^* \approx \frac{2\pi a^2}{\lambda} \left(\frac{5}{3} + \frac{\lambda^2}{3} \right) - 4\pi a^2 \lambda^{\frac{2}{3}} \quad (6)$$

烧结后表面能变化为

$$\begin{aligned} \Delta F_1 &= N\gamma(A_1 - A_1^*) \\ &= N\gamma \left[\frac{2\pi a^2}{\lambda} \left(\frac{5}{3} + \frac{\lambda^2}{3} \right) - 4\pi a^2 \lambda^{\frac{2}{3}} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

3 烧结膨胀和收缩机制的关系

3.1 基本计算结果

表面能变化的计算公式见表 1 和表 2。

3.2 两种机制关系的数学表征

表 1 简单球体立方堆集

Table 1 Simple cubic stacking spheroids

Surface area	Surface area changing	Surface energy changing
$A = 4\pi r^2$ $A' = (4\pi(r')^2 - 12\pi r'h)$	$\Delta A = 4\pi r^2 - (4\pi(r')^2 - 12\pi r'h)$	$\Delta F = N\gamma\Delta A$

表 2 简单椭球立方堆集

Table 2 Simple cubic stacking of ellipsoids

Surface area	Surface area changing	Surface energy changing
$A_1 \approx \frac{2\pi a^2}{\lambda} \left(\frac{5}{3} + \frac{\lambda^2}{3} \right)$ $A_1^* = 4\pi r^2$	$\Delta A_1 \approx \frac{2\pi a^2}{\lambda} \left(\frac{5}{3} + \frac{\lambda^2}{3} \right) - 4\pi r^2$	$\Delta F_1 = N\gamma\Delta A_1$

设可微函数 $\mu = \mu(r)$ 和 $\lambda = \lambda(r)$, 这种制约关系可较理想地从数学角度体现华东模型的整合效用, 由表 1 和表 2 得

$$\begin{aligned} d(\Delta F) &= d(N\gamma\Delta A) \\ &= N\gamma \left[8\pi r \left(1 - \frac{1}{2}\mu^2 + \frac{3}{2}\mu^3 \right) - \frac{2}{3} + 3\mu \left(1 - \frac{9}{2}\mu^2 + \frac{3}{2}\mu^3 \right)^{-\frac{2}{3}} + 4\pi r^2 \left(1 - \frac{9}{2}\mu^2 + \frac{3}{2}\mu^3 \right)^{-\frac{2}{3}} \frac{3}{2}\mu'(r) + \left(2\mu - \frac{2}{3} \right) \left(1 - \frac{9}{2}\mu^2 + \frac{3}{2}\mu^3 \right)^{-\frac{5}{3}} \cdot \left(9\mu - \frac{9}{2}\mu^2 \right) \mu'(r) \right] dr \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} d(\Delta F_1) &= d(N\gamma\Delta A_1) \\ &= N\gamma \left[4\pi r \lambda^{\frac{1}{3}} \left(\frac{5}{3} + \frac{\lambda^2}{3} \right) + 2\pi r^2 \left(\frac{5}{3} + \frac{\lambda^2}{3} \right) \left(-\frac{2}{3} \right) \lambda^{\frac{4}{3}} \lambda'(r) + \frac{3}{2} \lambda^{\frac{2}{3}} \lambda'(r) + \frac{3}{2} \lambda^{\frac{2}{3}} \lambda'(r) - 8\pi r \right] dr \end{aligned} \quad (9)$$

由式(8)和(9), 得两种机制的相对变化率:

$$\frac{d(\Delta F_1)}{d(\Delta F)} = M(r) \quad (10)$$

$M(r)$ 的具体函数形式略, 需指出: 1) $M(r)$ 体现两种机制共同发挥作用时, 总表面能变化的规律, 其中 μ 和 λ 的函数式体现着两种机制的关系; 2) 当 μ 和 λ 均为特定的常数时, 有

$$M(r) = \frac{\Delta F_1}{\Delta F} = \frac{\Delta A_1}{\Delta A} = M \quad (11)$$

由表 1 和表 2, 可得两种机制下表面能变化的算例和初步数值分析(表 3)。从表 3 可发现: λ 越小, 膨胀机制的作用越大; μ 越接近于 0.29289, 收缩机制的作用越大。

表 3 两种机制引起的表面能变化
Table 3 Contrast of surface energy

changes between two sintering mechanisms				
μ	λ	ΔA_1	ΔA	$\Delta A_1 / \Delta A = \Delta F_1 / \Delta F$
1/10	1/10	3.708	1.253	296.0%
1/10	1/5	1.276	0.789	161.7%
1/2	1/2	1.276	1.373	92.6%
1/5	1/4	0.855	1.183	72.3%
1/4	1/3	0.476	1.103	43.1%
1/4	2/3	0.051	0.659	7.3%
1/4	4/5	0.015	0.615	2.4%
1/4	9/10	0.003	0.569	0.6%
1/10	9/10	0.003	0.290	1.1%
1/4	1/10	3.208	2.461	151.7%

[REFERENCES]

[1] HUANG Pei-yun(黄培云). Foundation of Powder Metallurgy (粉末冶金原理)[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 1997. 265– 287.
[2] GUO Shi-ju(果世驹). Powder Sintering Theory (粉末

烧结理论)[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 1998. 11– 25.
[3] WANG Pan-xin(王盘鑫). Powder Metallurgy (粉末冶金学)[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 1997. 181– 215.
[4] German R M. Powder Metallurgy Science [M]. Princeton: Metal Powder Industries Federation, 1984. 145– 171.
[5] Lenel F V. Powder Metallurgy Principles and Applications [M]. Princeton: Metal Powder Industries Federation, 1980. 241– 267.
[6] DING Hua-dong. Huadong sintering model about expansion and shrinkage [J]. Trans Nonferrous Met Soc of China, 2001, 11(1): 45– 50.
[7] DING Hua-dong, FANG Ning-xiang, YU Yuan-hong. Test of Huadong sintering model [J]. Trans Nonferrous Met Soc of China, 2001, 11(2): 192– 195.
[8] XU Shi-meng(许世蒙), DING Hua-dong(丁华东), LI Ying(李颖). 华东烧结模型的数学计算(I) [J]. Journal of Armored Force Engineering Institute(装甲兵工程学院学报), 2001, 15(1): 22– 26.
[9] DING Hua-dong(丁华东). 铜石墨自润滑材料与滑动摩擦磨损研究[D], (in Chinese). Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 1997. 32– 40.

Mathematical review about sintering mechanisms of
interaction in Huadong sintering model

XU Shi-meng¹, DING Hua-dong², LI Ying³
(1. Department of Basic Sciences;

2. Department of Materials Science and Engineering;

3. Department of Information Engineering, Armored Force Engineering Institute, Beijing 100072, P. R. China)

[Abstract] The interaction between two sintering mechanisms in Huadong model was discussed by mathematical method. It was found that there exist two mechanisms in sintering process. The expansion mechanism plays main role in primary sintering stage, shrinkage mechanism plays main role in mid and high temperature sintering stage and devours the effect of expansion mechanism, and expansion mechanism may show its existing slightly before the end of sintering process.
[Key words] sintering model; surface energy; powder metallurgy; powder mass (编辑 黄劲松)