

## 积分法在铝合金厚板残余应力计算中的应用

廖凯<sup>1,2</sup>, 吴运新<sup>1</sup>, 龚海<sup>1</sup>, 张舒原<sup>1</sup>

(1. 中南大学 机电工程学院, 长沙 410083;

2. 桂林电子科技大学 教学实践部, 桂林 541003)

**摘要:** 运用积分法建立剥除层中残余应力与试样变形间的关系, 通过离散的变形应变反求残余应力函数。利用层削法测试物理模型, 推导和完善了残余应力解析方法, 并结合不同实验手段, 描述了沿厚板深度分布的残余应力曲线。结果表明: 在积分法中, 分别选用3次和4次多项式近似厚板淬火和预拉伸应力分布, 其结果比较吻合实际; 同时, 由于力学测试方法的局限性, 需将表层应力数据标定和对板内应力的预测相结合, 以提高残余应力的测量水平。

**关键词:** 积分法; 层削法; 残余应力; 多项式

中图分类号: TG 146.2 文献标识码: A

## Application of integral method on residual stress calculation along depth in aluminum alloy thick plate

LIAO Kai<sup>1,2</sup>, WU Yun-xin<sup>1</sup>, GONG Hai<sup>1</sup>, ZHANG Shu-yuan<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical and Electronic Engineering, Central South University, Changsha 410083, China;

2. Practice and Experiment Station, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

**Abstract:** The relation between residual stress of removal layer and deformation of plate was established by the first kind of linear integral, in which the discrete deformation inverse determines the stress function. The analytical method of residual stress was introduced and improved by the physical model of removal layer method. With different experimental methods, the distribution curves of residual stress along depth in plate indicate that, the calculation of the integral method, in which the 3rd and 4th order polynomials approximate the residual stress distribution of quenching plate and pre-stretching plate, respectively, matches the real stress state. For limitations of measurement, the combination of determination of the surface stress and forecast of stress in plate can greatly enhance the level of measurement.

**Key words:** integral method; removal layer method; residual stress; polynomial

残余应力对金属材料的力学性能和材料抗疲劳、抗腐蚀特性产生极大影响, 一直以来, 对残余应力的测量与控制是铝合金厚板制备的难题, 尤其是厚板深度残余应力的测量<sup>[1-2]</sup>。对金属内部残余应力的测试方法中, 无损检测技术有中子衍射方法和短波长 X 射线衍射法, 但这类方法对实验硬件条件要求相当高, 费用昂贵, 测试的应力值为所测晶面间应变的统计平均

值, 是一个局部的宏观应力, 且对粗晶粒与不规则织构轧件材料测试误差较大。因此, 对于材料内部宏观残余应力的检测通常采用有损机械释放测量方法, 其中最常采用的为层削法和裂纹柔度法<sup>[3-6]</sup>。随着应变片测试技术的成熟, 层削法数学模型得到改善, VIRKAR<sup>[7]</sup>和 PRIME 等<sup>[8-10]</sup>运用积分法推导了层削法的计算公式和不确定度函数模型。张旦闻等<sup>[11]</sup>和郭瑰

基金项目: 国家重点基础研究发展计划资助项目(2005CB623708)

收稿日期: 2008-10-13; 修订日期: 2009-01-12

通讯作者: 吴运新, 教授, 博士; 电话: 0731-8830813; E-mail: wuyunxin@mail.csu.edu.cn

等<sup>[12]</sup>运用上述方法对铝合金厚板全厚度残余应力测试研究。王树宏<sup>[13]</sup>总结了一种改进层削算法(MLRM), 该方法最先由 GREVING<sup>[14]</sup>在热涂层复合材料中针对变弹性常量情况下测定内部残余应力提出, 因此, 在各向同性铝合金材料中应用此法同样可行。这种改进法运用叠加原理解逐层对应变形的应力大小, 将原本连续的应力分布离散为各应变区间上所产生的残余应力拟合的结果。其算法属于离散方法, 在实践中可以简化计算难度, 对称光滑的应力场求解很方便。本文作者在此基础上, 将线性积分形式在层削法数学模型中的应用进行延伸和分析, 总结了该法的建模过程和计算特点, 并结合实验对积分法计算过程中多项式阶次选择和计算结果进行了比较分析。

## 1 原理与方法

### 1.1 积分法

残余应力是一种产生于材料内部的自平衡弹性力, 测试厚板残余应力的力学方法一般沿厚度方向, 按一定增量步长(厚度), 通过机械方法剥除带有应力的厚度层, 从而使相邻试件因力平衡状态的改变而变形, 用测得的变形反求计算出剥除层应力值。测试中由于是用一点应变衡量整个厚板的变形, 变形量与待求应力值所依据的实体分离, 测定并不在同一个区域或同一个点, 因此无法直接通过变形来反求应力, 求解方法可用积分法。SCHAJER和PRIME<sup>[15]</sup>采用有损测试方法研究, 第一类Volterra积分形式描述这种应力—应变的关系非常有效, 即试件剥除后的变形量是剥除层应力与变形对应力敏感函数(核函数)在剥除厚度上的积分, 这类求解方法称为积分法, 该法用离散实验数据求解得到一个连续变化的应力场分布曲线。

$$\varepsilon(t) = \int_0^t f(H, t) \sigma(H) dH \quad (1)$$

式中  $t$  为剥除层厚度;  $\sigma(H)$  为板厚  $H$  时的初始应力;  $\varepsilon(t)$  为实测应变;  $f(H, t)$  为变形对板厚  $H$  处应力的敏感函数, 即核函数。

### 1.2 层削法

由轧制—淬火厚板热应力形成的对称性特点可知, 轧制和淬火热力梯度沿厚度方向, 厚板轧向和横向内应力沿板厚  $z$  对称分布。由于厚度较之长宽尺度很小, 为简化分析, 忽略了厚度方向应力的影响, 将厚板视为平面应力状况, 即厚度  $z$  向的残余应力为 0,

且对称于厚度中性面,  $\sigma_z=0$ ,  $\sigma_x=\sigma_x(z)$ ,  $\sigma_y=\sigma_y(z)$ , 二分之一厚板切削过程示意如图 1 所示。应变片贴于厚板中心处测量。

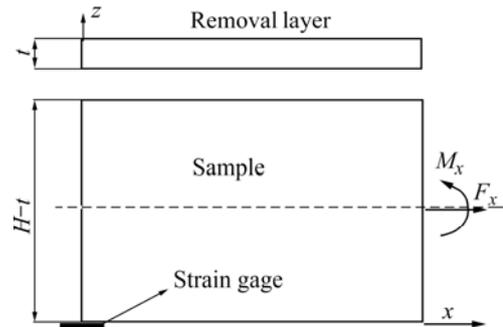


图1 试件层削法力学模型

Fig.1 Mechanical model of removal layer method

$$\begin{aligned} \varepsilon_x(z) &= \frac{1}{E} [\sigma_x(z) - \nu \sigma_y(z)] \\ \varepsilon_y(z) &= \frac{1}{E} [\sigma_y(z) - \nu \sigma_x(z)] \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $E$  为弹性模量;  $\nu$  为泊松比。以  $x$  向应变为例, 由残余应力分布力  $F_x$  和力矩  $M_x$  平衡条件得方程:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= \int_0^H \sigma_x(z) dz = 0 \\ \sum M_x &= \int_0^H \sigma_x(z) z dz = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $H$  为板厚; 剥除厚度  $t$  一层后, 应力平衡条件改变, 附加力和附加力矩产生的附加应力  $\sigma_{F_x}(t)$ 、 $\sigma_{M_x}(t)$  与初始应力叠加, 构成新的平衡状态。这里选用合适的削削参数可以使加工应力很小, 可以忽略该应力对厚板的影响; 得到的平衡满足如下条件:

$$\begin{aligned} \sigma_x^*(z) &= \sigma_x(z) + \sigma_{F_x}(t) + \sigma_{M_x}(t) \\ &= \sigma_x(z) - \frac{1}{H-t} \int_0^{H-t} \sigma_x(z) dz + \\ &\quad \frac{1}{(H-t)^2} \int_0^{H-t} [\sigma_x(z) + \sigma_{F_x}(z)] z dz \end{aligned} \quad (4)$$

沿板厚度  $H$  方向力平衡示意图如图 2 所示。由剥除层后附加力和附加弯矩产生变形的实测应变为

$$\varepsilon_x(t) = \frac{1}{E} \{ [\sigma_x^*(z) - \sigma_x(z)] - \nu [\sigma_y^*(z) - \sigma_y(z)] \} \quad (5)$$

联立式(3)、(4)和(5), 应力—应变积分形式:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x(t) &= \frac{1}{E(H-t)^2} \int_0^{H-t} [6z - 4(H-t)] \cdot \\ &\quad [\sigma_x(z) - \nu \sigma_y(z)] dz \end{aligned} \quad (6)$$

通过已知应变求解式(6)中的未知应力较为困难,

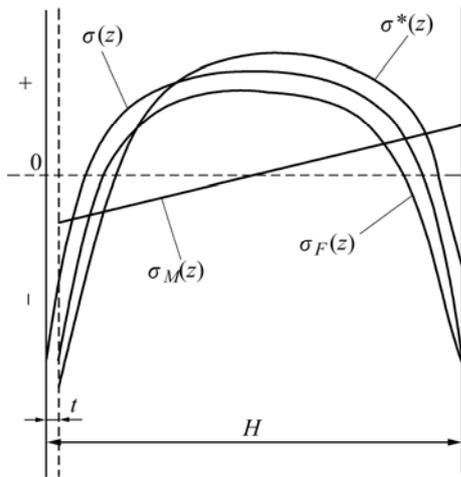


图2 应力平衡演变过程

Fig.2 Evolution course of stress balance

分析厚板热应力形成原因及层削实测应变数据的变化可知: 1) 热应力沿厚板深度可按对称分布处理, 淬火过程对于稳态而言是突变变化, 淬火过程中热梯度产生的热应力变化过程却是连续的, 假设厚板是均质的, 则降温曲线可微, 不应该存在复合板式的温度折变, 因此淬火热应力函数应该连续可微; 2) 对于平板, 一般以一维非稳态热传递模型分析淬火热过程, 因此在其他外场条件如水温、淬火强度等不变的情况下, 热应力呈较为简单的规则分布“外压内拉”或“内压外拉”; 3) 通过层削实验获得的厚板变形应变数据分析可知, 应变曲线连续可微, 这说明应力是连续变化而不致有突变性的变化情形。综合以上因素, 考虑到积分运算的方便, 可假设待求残余应力为多项式  $P$ , 求解出待定系数  $A_i$  和  $B_i$  即可。

$$P = \sum_{i=0}^m \left(\frac{x}{H}\right)^i \quad (7)$$

$$\sigma_x(z) = \sum_{i=0}^n A_i P_i \quad (8)$$

$$\sigma_y(z) = \sum_{j=0}^m B_j P_j \quad (9)$$

代入式(6)可以求解待定系数<sup>[16]</sup>, 假设都以相同阶次多项式近似, 则

$$\varepsilon_x(t) = \frac{2}{E} \sum_{i=0}^n \frac{(A_i - \nu B_i)(i-1)}{(i+1)(i+2)} (1-\alpha)^i \quad (10)$$

$$\varepsilon_y(t) = \frac{2}{E} \sum_{i=0}^n \frac{(B_i - \nu A_i)(i-1)}{(i+1)(i+2)} (1-\alpha)^i \quad (11)$$

式中  $\alpha = \frac{t}{H}$ , 待定系数的个数  $2i$  小于层削次数  $m$ , 矩阵求解式为

$$\{\varepsilon_m\} = [c_{m1}, c_{m2}, \dots, c_{mi}] \cdot \{A_i - \nu B_i\} \quad (12)$$

$$\{A_i - \nu B_i\} = [[C]^T [C]]^{-1} [C]^T \{\varepsilon_m\} \quad (13)$$

式中  $[C]$  矩阵为  $m \times i$ , 联立纵向和横向的应变数据可以求出  $A_i$  和  $B_i$ 。当  $i=1$  时,  $A_1$  和  $B_1$  无法求解, 可通过力平衡方程间接求解获得。由于层削法铣削层数有限, 对于 50 mm 厚板  $m \leq 12$ , 所以这就决定了多项式阶次不会高于 6 阶。

## 2 实验与分析

### 2.1 实验方法

为验证上述积分法算法计算结果的准确性, 分别取不同阶次多项式进行积分法(IRLM)求解, 将结果与改进层削算法(MRLM)进行比较。层削法实验中铣削过程在 LEADWELL V-60A 数控加工中心进行, 根据文献[17]中铣削加工参数对加工应力的研究, 结合实验设备条件, 铣削选用如下参数所产生的表面加工应力最小: 铣刀转速 1 000 r/min, 进给速度 50 mm/min, 切深小于 2 mm(用退火去应力处理后的试样测试时, 测试到的应力小于  $\pm 10$  MPa)。表面应力用符合 ASTM E 837—2001 标准钻孔法测试的方法进行标定, 在试件不同位置测量, 取平均值。测试设备为由山东华云提供的专用钻孔仪器完成。

实验选用 7075 轧制厚板, 用 1 200 mm  $\times$  220 mm  $\times$  50 mm 板, 固溶处理方式: 475  $^{\circ}$ C, 2 h+20  $^{\circ}$ C 水浴淬火, 自然时效不超过 24 h。将厚板切断分为长 400 mm(1#板)和 800 mm(2#板)的两块, 然后将 2#板进行 2.3% 拉伸处理, 得到 3#板, 最后从 1#和 3#板中各取出 160 mm  $\times$  160 mm  $\times$  50 mm 的试样, 分别进行层削实验和钻孔实验, 试样位置如图 3 所示。

### 2.2 结果分析

分别对淬火板和拉伸板进行了层削实验, 在轧向和横向实测应变数据如图 4 所示。图 4 中上部分两条曲线为淬火板实测应变, 下部分为拉伸板实测数据, 分别记录了轧向和横向的变形应变。由图 4 可以清楚地看到, 拉伸后厚板变形已经明显减弱。力学测试方法难以对表层应力进行测量, 因此需要借助其它无损方法,

实验中采用经典的钻孔法完成表面应力数据的测定。由于材料表面晶粒分布和形状不同于内部, 因此表面各处应力的区别很大。因此在试样表面不同点进行测量, 取平均值以标定厚板表层应力, 与力学方法所测得的深度平均应力拟合, 构成厚板深度残余应力描述。测得表面数据如表1所列。

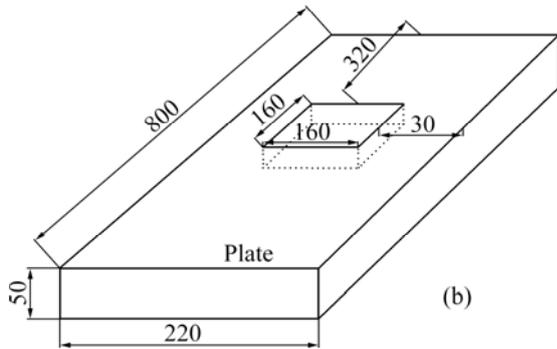
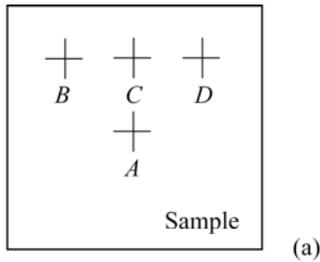


图3 试样的示意图  
Fig.3 Schematic diagram of sample (mm): (a) Drilling location; (b) Sampling location of plate

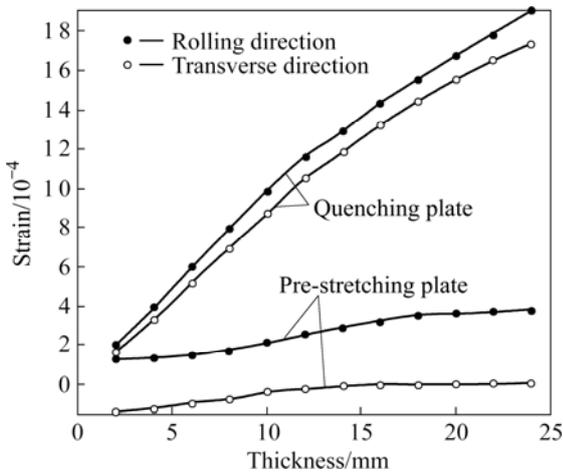


图4 层削实验后淬火板和拉伸板在横向和轧向的实测应变曲线  
Fig.4 Strain curves of quenching plate and pre-stretching plate along different directions

表1 钻孔法测得试样的表面残余应力

Table 1 Determination of surface residual stress for sample shown in Fig.3(a) by drilling

Location	Residual stress/MPa	
	Quenching plate	Pre-stretching plate
A	-139	-
B	-181	3.0
C	-205	3.4
D	-233	-

从表1中可以看出, 经过预拉伸处理后, 表层应力极大消减, 同时表层应力分布不均匀, 作为参考标定, 淬火板平均表层应力约为-200 MPa, 预拉伸板表层应力在10 MPa以内。

由层削获得的应变实测数 $\epsilon(t)$ , 代入式(13), 求解待定系数, 将不能直接求解的第一阶系数 $A_1$ 和 $B_1$ 通过平衡方程式(3)求解, 得到完整的应力多项式。以实验淬火条件可知, 淬火板热应力分布沿厚度中性面对称, 因此可在对二分之一板厚上进行层削法实验。图5所示为淬火板实验反求沿厚度分布的残余应力曲线。分别由2~5次多项式积分法求解结果。对于淬火板, 厚板残余应力为“外压内拉”, 基本呈抛物线形状分布, 用低阶次多项式描述即可, 结合钻孔法标定表层应力约-200 MPa, 选用3次多项式近似淬火板内残余应力, 与改进层削法(MRLM)计算结果比较如图4(a)所示。应力为-220~140 MPa, 结合表1中淬火板表层应力参考范围, 认为在淬火板应力求算上, 应用这两种方法测得的结果非常接近, 这是因为在应力变化平缓情况下, 改进层削法算法下离散结果的拟合与积分法得到的连续应力函数差异很小。

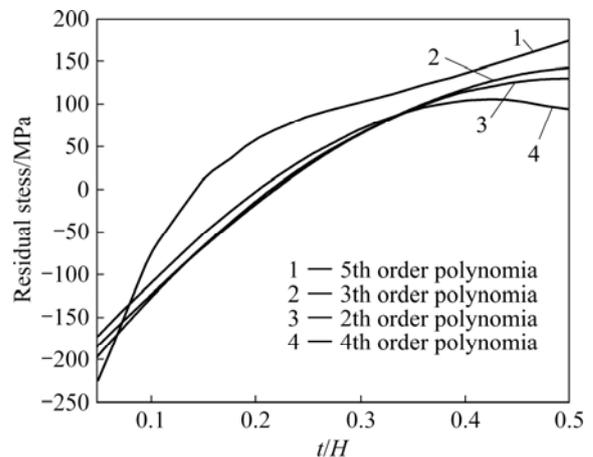


图5 不同阶次多项式积分求得的应力曲线  
Fig.5 Comparison of solution between removal layer method and crack compliance method

淬火板应力分布状况在预拉伸变形作用后发生了很大的变化,由于材料内部塑性变形的不均匀性以及应变硬化强度随深度波动的缘故,为使变形趋向均匀性,塑性变形演变在深度方向各层行进的速度不同,表层的速度快,心部的速度慢,应变硬化强度在表层增强,使表层变形速度减慢,依此进行。最后,拉伸后残余应力沿板厚分布并非淬火板时的抛物线形,而是呈现“波峰”状。为准确描述这种变化,宜选用较高阶次多项式描述,而过高阶次多项式会使函数对实验应变误差敏感度高,反而不利于有效结果的求取,本文作者选用4次多项式近似预拉伸板内残余应力。如图4(b)所示,两种方法测得的应力变化范围为 $-15\sim 29$  MPa和 $-28\sim 35$  MPa,表面应力趋势基本符合钻孔法测量的范围,应力消减评价较淬火板应力最大消减率分别为93%和88%,拉伸效果符合工业拉伸标准( $>80\%$ )。

层削法适合于板材和棒材等规则形状材料,积分

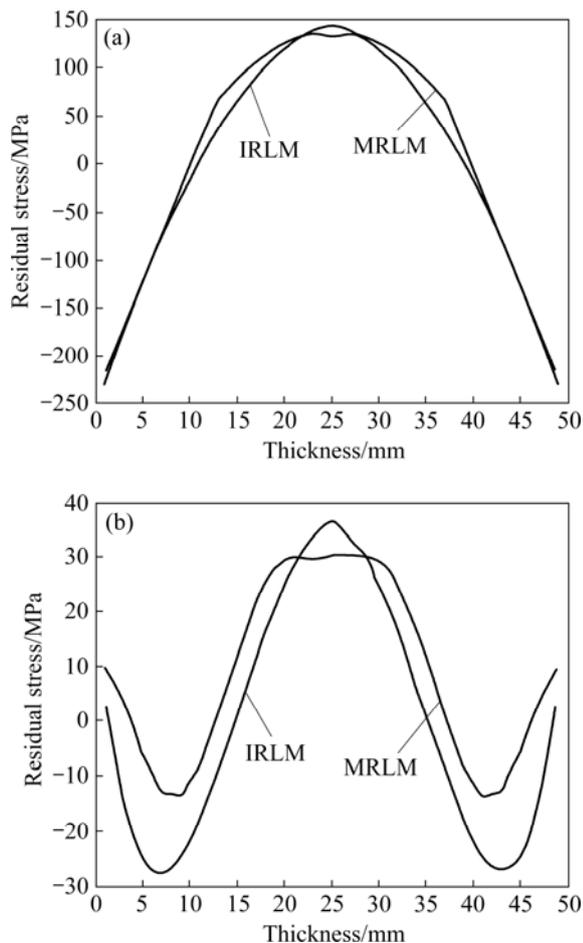


图6 积分法与改进层削法结果对比

**Fig.6** Comparison of solution between removal layer method and crack compliance method: (a) Drilling location; (b) Sampling location of plate

法和改进层削算法都是运用相同的弹性力学理论,且通过试件变形反求应力,但是求解的方法存在差异。由于改进法是将连续的应力分布假设为分层离散的平均应力分布,因此计算结果是某一层的应力值,最后得到的应力分布曲线是这些离散值的拟合曲线。积分法则恰恰相反,在对板内应力分布做出初步预测的基础上,预设合适应力多项式,求得连续的应力函数,从原理上和应用中都较改进层削法具有优势。

### 3 结论

- 1) 积分法以离散应变反求板内连续应力函数,揭示了剥除层变形与应力变化之间关系。
- 2) 应力多项式的正确选择基于对板内残余应力的预测,在此基础上,其描述效果要比改进层削法优越。
- 3) 积分法不仅适合于沿厚板方向应力对称的情况,也适用于应力不对称厚板。

### REFERENCES

- [1] 柯映林,董辉跃. 7075 铝合金厚板预拉伸模拟分析及其在淬火残余应力消除中的应用[J]. 中国有色金属学报, 2004, 14(4): 639-645.  
KE Ying-lin, DONG Hui-yue. Pre-stretching process and its application in reducing residual stress of quenched 7075 aluminum alloy thick-plate[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metal, 2004, 14(4): 639-645.
- [2] 朱伟,彭大署,张辉,杨立斌,林高用. 7075 铝合金厚板淬火残余应力消除工艺的研究[J]. 铝加工, 2002, 25(2): 11-13.  
ZHU Wei, PEN Da-shu, ZHANG Hui, YANG Li-bin, LIN Gao-yong. Study on process of elimination residual stress in quenching 7075 aluminium alloy plates[J]. Aluminum Fabrication, 2002, 25(2): 11-13.
- [3] 陈冷,张清辉,毛卫民. 残余应力及其分布的 X 射线二维衍射分析与计算[J]. 材料热处理学报, 2006, 27(1): 120-124.  
CHEN Leng, ZHANG Qing-hui, MAO Wei-min. Analysis and computation of residual stresses mapping based on X-ray two-dimensional diffraction[J]. Transactions of Materials and Heat Treatment, 2006, 27(1): 120-124.
- [4] 谢列卫,刘勇,潘海华. 铝合金材料残余应力测试的钻孔法研究[J]. 机械强度, 1995, 17(1): 32-35.  
XIE Lie-wei, LIU Yong, PAN Hai-hua. Study for measuring residual stresses on Al-alloy by the hole-drilling method[J]. Journal of Mechanical Strength, 1995, 17(1): 32-35.
- [5] 王秋成,柯映林,邢鸿燕. 板类构件内部残余应力测试技术

- 研究[J]. 浙江大学学报, 2005, 29(3): 381-384.
- WANG Qiu-cheng, KE Ying-lin, XING Hong-yan. Study on measurement method of interior stress distributions in engineering rolled-plates[J]. Journal of Zhejiang University, 2005, 29(3): 381-384.
- [6] 王秋成, 柯映林. 航空高强度铝合金残余应力的抑制与消除[J]. 航空材料学报, 2002, 22(3): 59-62.
- WANG Qiu-cheng, KE Ying-lin. Control and relief of residual stresses in high-strength aluminium alloy parts for aerospace industry[J]. Material Engineering, 2002, 22(3): 59-62.
- [7] VIRKAR A V. Determination of residual stress profile using a strain gage technique[J]. Journal of the American Ceramic Society, 1990, 73(7): 2100-2102.
- [8] PRIME M B, HILL M R. Residual stress, stress relief, and inhomogeneity in aluminum plate[J]. Scripta Materialia, 2000, 46(1): 77-82.
- [9] PRIME M B. Residual stress measurement by successive extension of a slot: The crack compliance method[J]. Applied Mechanics Reviews, 1999, 52(2): 75-96.
- [10] PRIME M B, HILL M R. Uncertainty analysis, model error and order selection for series-expanded, residual-stress inverse solutions[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 2006, 128(2): 175-185.
- [11] 张旦闻, 刘宏昭, 刘平. 裂纹柔度法在7075铝合金板残余应力检测中的应用[J]. 材料热处理学报, 2006, 27(2): 126-131.
- ZHANG Dan-wen, LIU Hong-zhao, LIU Ping. Evaluation of residual stresses in 7075 aluminum alloy plate using crack compliance method[J]. Transactions of Materials and Heat Treatment, 2006, 27(2): 126-131.
- [12] 郭魂, 左敦稳, 王树宏, 王珉. 铝合金预拉伸厚板内残余应力分布的测量[J]. 华南理工大学学报, 2006, 34(2): 33-36.
- GUO Hun, Zuo Dun-wen, WANG Shu-hong, WANG Min. Measurement of residual stress distribution in thick pre-stretched aluminum alloy plate[J]. Journal of South China University of Technology, 2006, 34(2): 33-36.
- [13] 王树宏. 航空铝合金厚板初始残余应力及其对铣削变形影响的基础研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2007: 1404-1409.
- WANG Shu-hong. Study on initial residual stresses and their effects on milling distortion for thick aero aluminium alloy plate[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2007: 1404-1409.
- [14] GREVING D J. Residual stresses and thermal spray coating performance[D]. Oklahoma: The University of Tulsa, 1995.
- [15] SCHAJER G S, PRIME M B. Use of inverse solutions for residual stress measurement[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 2006, 128(3): 375-382.
- [16] CHENG W, FINNIE I, VARDAR Ö. Deformation of an edge-cracked strip subjected to normal surface traction on the crack face[J]. Eng Fracture Mech, 1992, 42(1): 97-108.
- [17] FUH Kuang-hua, WU Chih-fu. A residual-stress model for the milling of aluminum alloy (2014-T6)[J]. Journal of Materials Processing Technology, 1995, 51: 87-105.

(编辑 李艳红)