

文章编号: 1004-0609(2004)06-0949-07

# 含夹杂粉末冶金材料拉伸试件的损伤分析<sup>①</sup>

王万鹏<sup>1</sup>, 岳珠峰<sup>1</sup>, 杨治国<sup>2</sup>

(1. 西北工业大学 工程力学系, 西安 710072; 2. 中航第 2 集团 608 研究所, 株洲 412002)

**摘要:** 采用 Gurson 本构方程对含有夹杂的粉末冶金材料拉伸试件进行有限变形塑性损伤分析。研究了不同位置和不同形状的夹杂对基体空穴长大、形核、应力分布、裂纹萌生及材料的破坏特性的影响。数值模拟结果表明: 夹杂位置和夹杂形状对空穴体积增长分数和空穴成核率有着显著影响, 夹杂形状和位置对基体破坏作用明显, 可以推论对粉末冶金材料件的使用寿命有明显的影响。

**关键词:** Gurson 本构方程; 数值模拟; 夹杂; 形核

中图分类号: TG 115

文献标识码: A

## Damage analysis of tensile specimens of powder metallurgy material including voids

WANG Wan peng<sup>1</sup>, YUE Zhu feng<sup>1</sup>, YANG Zhi guo<sup>2</sup>(1. Department of Engineering Mechanics, Northwestern Polytechnical University,  
Xi'an 710072, China;

2. Institute 608, Aviation Group 2 of China, Zhuzhou 412002, China)

**Abstract:** Based on Gurson model, the damage analysis was carried out on the tensile specimens of powder metallurgy materials including isolated big void. Special attentions were put on the influence of the location and the shape of isolated big void. The void mechanism was studied. The results shows that the isolated void has much influence on the damage and fracture of the powder metallurgy materials.

**Key words:** Gurson model; numerical simulation; inclusion; nucleation

粉末高温合金由于其组织均匀、热加工性能优良, 被广泛用于制造高推比、高效率发动机的压气机盘、涡轮盘和其他航空、航天高温度件<sup>[1-4]</sup>。由于这种材料在制备过程中易带入夹杂, 严重影响了合金的低周疲劳性能(LCF)<sup>[5-10]</sup>。夹杂的数量、种类、形状、尺寸和所处的位置对 LCF 寿命有较大的影响<sup>[11-14]</sup>。由于严格的工艺控制, 目前粉末冶金结构材料中所含大夹杂(直径>50 μm)的数量已受到严格的控制, 但少量大空穴的存在却严重影响着材料的 LCF 寿命。

迄今为止, 有关含夹杂粉末冶金材料力学性能的研究大都属于实验研究。本文作者采用 Gurson 模型<sup>[15]</sup>, 考虑了夹杂物的形状、分布, 从理论上揭示基体空穴长大、空穴形核以及夹杂位置等对 LCF 影响的机理。为研究夹杂的形状和位置对粉末冶金材料空穴成核长大及断裂破坏的影响, 作者采用数值模拟的方法分析了拉伸试件在包含圆形和椭圆形 2 种形状的夹杂以及夹杂处在不同位置时对材料的空穴形核、长大以及试件极限强度的影响。

<sup>①</sup> 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50005016, 50375124); 航空基金资助项目(02C53011, 03B53003); 回国人员基金资助项目; 长江学者奖励基金资助项目

收稿日期: 2003-09-15; 修订日期: 2003-12-02

作者简介: 王万鹏(1975-), 男, 工程师, 硕士研究生。

通讯作者: 岳珠峰, 教授; 电话: 029-8495540; E-mail: zfyue@nwpu.edu.cn

# 1 Gurson 塑性本构方程

为克服经典塑性理论的缺陷(未考虑塑性变形), Gurson 首先提出了空穴的塑性势  $\phi$  为<sup>[15]</sup>

$$\phi = \frac{\sigma_e^2}{\sigma_M^2} + 2f \cosh \left[ \frac{\sigma_{kk}}{2\sigma_M} \right] - (1+f^2) \quad (1)$$

式中  $\sigma_e$  为宏观的等效应力;  $\sigma_M$  为微观等效应力;  $f$  为空穴体积率;  $\sigma_{kk}$  为主应力分量。

考虑到每一空穴周围的非均匀应力场和相邻空穴之间的相互作用及空穴长大聚合引起的承载能力损失, Tvergaard 和 Needleman 给出修正的塑性势<sup>[12]</sup>

$$\phi = \frac{\sigma_e^2}{\sigma_M^2} + 2q_1 f^* \cosh \left[ \frac{\sigma_{kk}}{2\sigma_M} \right] - (1+q_1 f^*)^2 = 0 \quad (2)$$

式中  $q_1$  为考虑到空穴周围非均匀应力场和相邻空穴之间相互作用的修正系数;  $f^*$  为考虑空穴长大聚合引起的承载能力的损失。且

$$f^*(f) = \begin{cases} f & f \leq f_c \\ f_c + \frac{f_U^* - f_c}{f_F - f_c} (f - f_c) & f > f_c \end{cases} \quad (3)$$

式中  $f_c$  为  $f$  的一个临界值, 当  $f$  达到  $f_c$  时, 空穴开始聚合, 随后材料的应力承载能力便迅速衰减;  $f_F$  为应力承载能力完全丧失时的空穴率。

由上式可知, 相应的  $f^* = f_U^*$ ; 并由式(2)可知  $f_U^* = 1/q_1$ 。

由塑性功相等, 有

$$(1-f) \sigma_M \dot{\epsilon}_M^P = \sigma_{\bar{j}} D_{\bar{j}}^P \quad (4)$$

式中  $D_{\bar{j}}^P$  为  $D_{\bar{j}}$  的塑性部分;  $\dot{\epsilon}_M^P$  为基体等效塑性应变, 且  $\dot{\epsilon}_M^P$  遵循硬化规律:

$$\dot{\epsilon}_M = h \dot{\epsilon}_M^P \quad (5)$$

仍假定在塑性变形中  $\sigma_M$  与  $\dot{\epsilon}_M$  满足

$$\sigma_M = C \dot{\epsilon}_M^n \quad (6)$$

式中  $C$  为硬化系数;  $n$  为硬化指数。

又设  $f$  的硬化率为形核部分与原有空穴长大部分之和

$$\dot{f} = \dot{f}_{\text{nucleation}} + \dot{f}_{\text{growth}} \quad (7)$$

由基体塑性不可压缩, 有

$$\dot{f}_{\text{growth}} = (1-f) D_{kk}^P \quad (8)$$

由塑性应变控制形核, 有

$$\dot{f}_{\text{nucleation}} = \frac{f_N}{h \sqrt{2\pi s}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left| \frac{(\dot{\epsilon}_M^P - \dot{\epsilon}_N)^2}{s} \right| \right\} \dot{\sigma}_M \quad (9)$$

式(9)表示空穴形核服从数学期望为  $\dot{\epsilon}_N$ 、方差为  $s$

的正态分布, 其中  $f_N$  为  $f$  中形核部分的极限值。

由正交条件和塑性加载的一致性条件可推出 Gurson 塑性本构方程:

$$D_{\bar{j}} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{\bar{j}} - \frac{\nu}{E} \delta_{\bar{j}} \dot{\sigma}_{kk} + \frac{\theta}{H} P_{\bar{j}} p_{kl} \dot{\sigma}_{kl} \quad (10)$$

式中

$$\begin{aligned} H &= -\frac{\sigma_M}{2} \left[ 3\alpha(1-f) \frac{\partial \phi}{\partial f} + \left( \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_M} + A \frac{\partial \phi}{\partial f} \right) \left( \frac{\sigma_e^2}{\sigma_M^2} + \alpha \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_M} \right) h/(1-f) \right] \\ \frac{\partial \phi}{\partial f} &= 2q_1 \left[ \operatorname{ch} \left( \frac{\sigma_{kk}}{2\sigma_M} \right) - q_1 f^* \right] \frac{\partial f^*}{\partial f} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_M} &= -2 \frac{\sigma_e^2}{\sigma_M^3} - \frac{\sigma_{kk}}{\sigma_M^2} q_1 f^* \operatorname{sh} \left( \frac{\sigma_{kk}}{2\sigma_M} \right) \\ P_{\bar{j}} &= \frac{3\delta_{\bar{j}}}{2\sigma_M} + \alpha \delta_{\bar{j}} \\ \alpha &= \frac{1}{2} q_1 f^* \operatorname{sh} \left( \frac{\sigma_{kk}}{2\sigma_M} \right) \\ A &= \frac{f_N}{h \sqrt{2\pi s}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\dot{\epsilon}_M^P - \dot{\epsilon}_N}{s} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (11)$$

式(10)的逆形式为

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{\bar{j}} &= \frac{E}{1+\nu} \left\{ \delta_{ik} \delta_{il} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{\bar{j}} \delta_{kl} - \theta \left[ \frac{3}{2} \frac{\delta_{\bar{j}}}{\sigma_M} + \alpha \frac{1+\nu}{1-2\nu} \delta_{\bar{j}} \right] \times \left[ \frac{3}{2} \frac{\delta_{\bar{j}}}{\sigma_M} + \alpha \frac{1+\nu}{1-2\nu} \delta_{kl} \right] / \right. \\ &\quad \left. \left[ (1+\nu) \frac{H}{E} + \frac{3}{2} \frac{\sigma_e^2}{\sigma_M^2} + 3 \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha^2 \right] \right\} D_{kl} \quad (12) \end{aligned}$$

在大变形情况下, 可将 Cauchy 应力张量的物质导数  $\dot{\sigma}_{\bar{j}}$  换为 Jauman 导数, 便可得到适用于大应变情况下的 Gurson 塑性本构方程

$$D_{\bar{j}} = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{\bar{j}} - \frac{\nu}{E} \delta_{\bar{j}} \dot{\sigma}_{kk} + \frac{\theta}{H} p_{\bar{j}} p_{kl} \dot{\sigma}_{kl} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{\bar{j}} &= \frac{E}{1+\nu} \left\{ \delta_{ik} \delta_{il} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{\bar{j}} \delta_{kl} - \theta \left[ \frac{3}{2} \frac{\delta_{\bar{j}}}{2\sigma_M} + \alpha \frac{1+\nu}{1-2\nu} \delta_{\bar{j}} \right] \times \left[ \frac{3}{2} \frac{\delta_{\bar{j}}}{2\sigma_M} + \alpha \frac{1+\nu}{1-2\nu} \delta_{kl} \right] / \right. \\ &\quad \left. \left[ (1+\nu) \frac{H}{E} + \frac{3}{2} \frac{\sigma_e^2}{\sigma_M^2} + 3 \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha^2 \right] \right\} D_{kl} \quad (14) \end{aligned}$$

## 2 数值模拟

### 2.1 数值模拟的材料参数

数值模拟的材料参数见表 1。多点表示的材料强化曲线见表 2。

表 1 材料参数

Table 1 Material parameters

$E/\text{Pa}$	$\nu$	$\sigma_s/\text{Pa}$
$1.92 \times 10^{11}$	0.3	$1 \times 10^9$

表 2 多点表示的材料强化曲线

$\sigma/\text{MPa}$	$\varepsilon$
1 000	0
1 180	0.0125
2 800	0.1250
19 000	1.2500

计算时基体应用 ABAQUS 软件中弹塑性材料并在材料中考虑应用 Gurson 模型, 模型的参数如下:  $q_1=1.5$ ,  $q_2=1$ ,  $q_3=2.25$ , 修正相对密度  $f_0=0.05$ ; 空穴形核参数:  $\epsilon_N=0.3$ ,  $S=0.1$ ,  $f_N=0.04$ , 夹杂成分  $\text{Al}_2\text{O}_3$  按弹性材料处理, 弹性模量  $E=3.9 \times 10^5 \text{ MPa}$ , 泊松比  $\nu=0.25$ 。

## 2.2 计算模型

采用 4 节点 CPE4R 单元, 计算模型和网格如图 1 所示, 本次计算共计算了 8 个模型, 其中圆形夹杂 6 个, 椭圆形夹杂 2 个、夹杂的有限元模型如图 2 所示, 夹杂中心示意图如图 3 所示。夹杂形状及尺寸见表 3。

## 2.3 计算边界条件与载荷

边界条件: 试件底端施加  $y$  方向位移约束  $u_y=0$ , 试件上端两侧施加  $x$  方向约束  $u_x=0$ 。计算中加载方式为在试件顶端施加  $y$  方向位移载荷。

## 2.4 计算结果

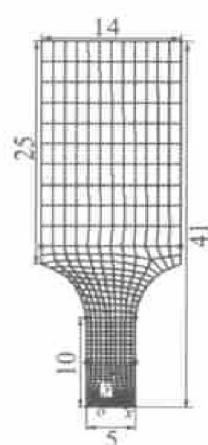


图 1 有限元模型

Fig. 1 Model of finite element

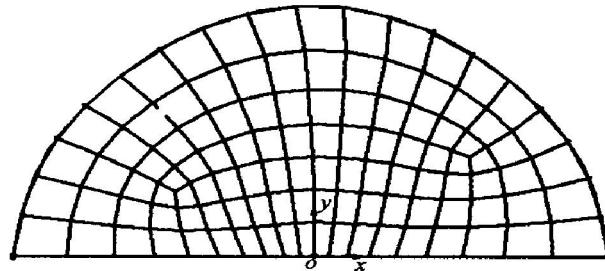


图 2 夹杂的有限元模型

Fig. 2 Finite element model of inclusion



图 3 夹杂中心示意图  
Fig. 3 Location of inclusion's center

表 3 夹杂形状及尺寸

Table 3 Inclusion's shape and location

Model No.	Shape of inclusion	Distance to center/mm	Parameter/mm
C <sub>1</sub>	Round	0(Location 1)	$R=0.05$
C <sub>2</sub>	Round	1.66(Location 2)	$R=0.05$
C <sub>3</sub>	Round	2.44(Location 3)	$R=0.05$
C <sub>4</sub>	Round	2.5(Location 4)	$R=0.05$
C <sub>5</sub>	Round	0(Location 1)	$R=0.025$
C <sub>6</sub>	Round	2.5(Location 4)	$R=0.71$
E <sub>1</sub>	Oval shape	0(Location 1)	$a=0.05$ $b=0.025$
E <sub>2</sub>	Oval shape	2.5(Location 2)	$a=0.05$ $b=0.025$

1) 图 4 给出了各模型夹杂附近的 Mises 应力分布。可见在相同载荷下, 当夹杂位于试件中心以及从试件中心到试件表面之间时, 最大 Mises 应力出现在夹杂上, 并且整个夹杂上应力分布均匀, 当夹杂位于试件次表面和表面上时, 最大 Mises 应力也出现在夹杂上, 但夹杂上应力分布变化显著。因此, 当夹杂位于试件次表面和表面上时, 由于夹杂上应力分布状况不同, 损伤也不同, 这种情况下夹杂本身就是一个裂纹源。

2) 从图 5 可以看出, 当夹杂位于试件次表面和试件表面时, 单元的最大空穴体积增长分数的值略大于其他位置时的值; 而夹杂位于试件表面时, 单

元的最大空穴体积增长分数值为最大。

3) 从图6可以看出,当夹杂分布位置从试件中心到试件次表面时,单元的最大空穴成核率呈微小变化的趋势(先略有增大后略有减小);但当夹杂位于试件表面时,单元的最大空穴成核率的值明显大

于其他位置时的值,表明当夹杂位于表面时,夹杂周围更容易形成裂纹源。

4) 分别对比图4~6中的(a)和(e),可以看出夹杂位于试件中心时,虽然圆形夹杂半径相差2倍,但最大Mises应力( $3.162\sim 3.105$  MPa)、单元

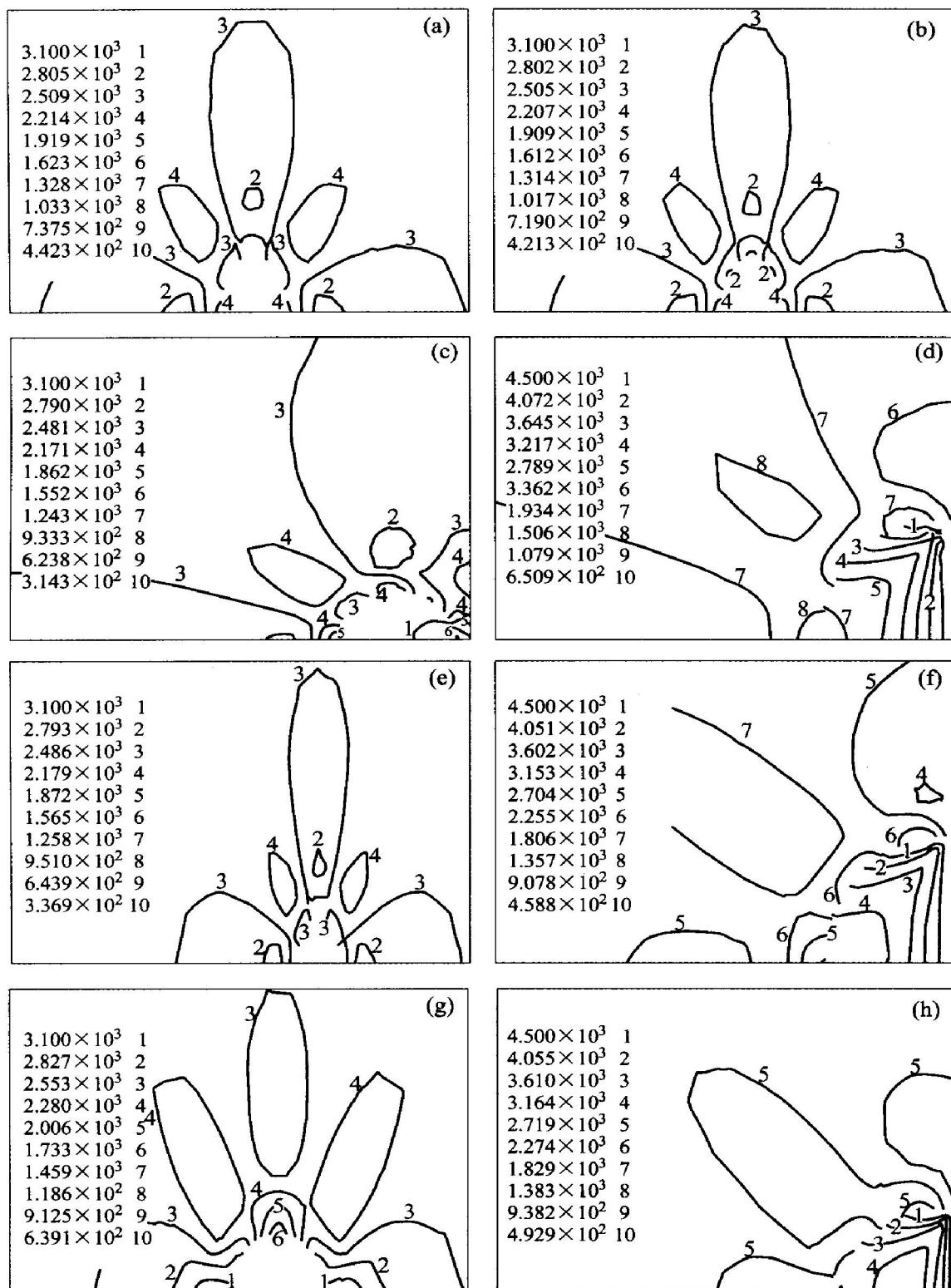


图4 不同形状夹杂在不同位置时的Mises应力云图

**Fig. 4** Mises stress distribution of different shape inclusion in different location

(a) —Location 1 ( $R = 0.05$ ) ; (b) —Location 2 ( $R = 0.05$ ) ; (c) —Location 3 ( $R = 0.05$ ) ; (d) —Location 4 ( $R = 0.05$ ) ;  
 (e) —Location 1 ( $R = 0.025$ ) ; (f) —Location 4 ( $R = 0.071$ ) ; (g) —Location 1 ; (h) —Location 4

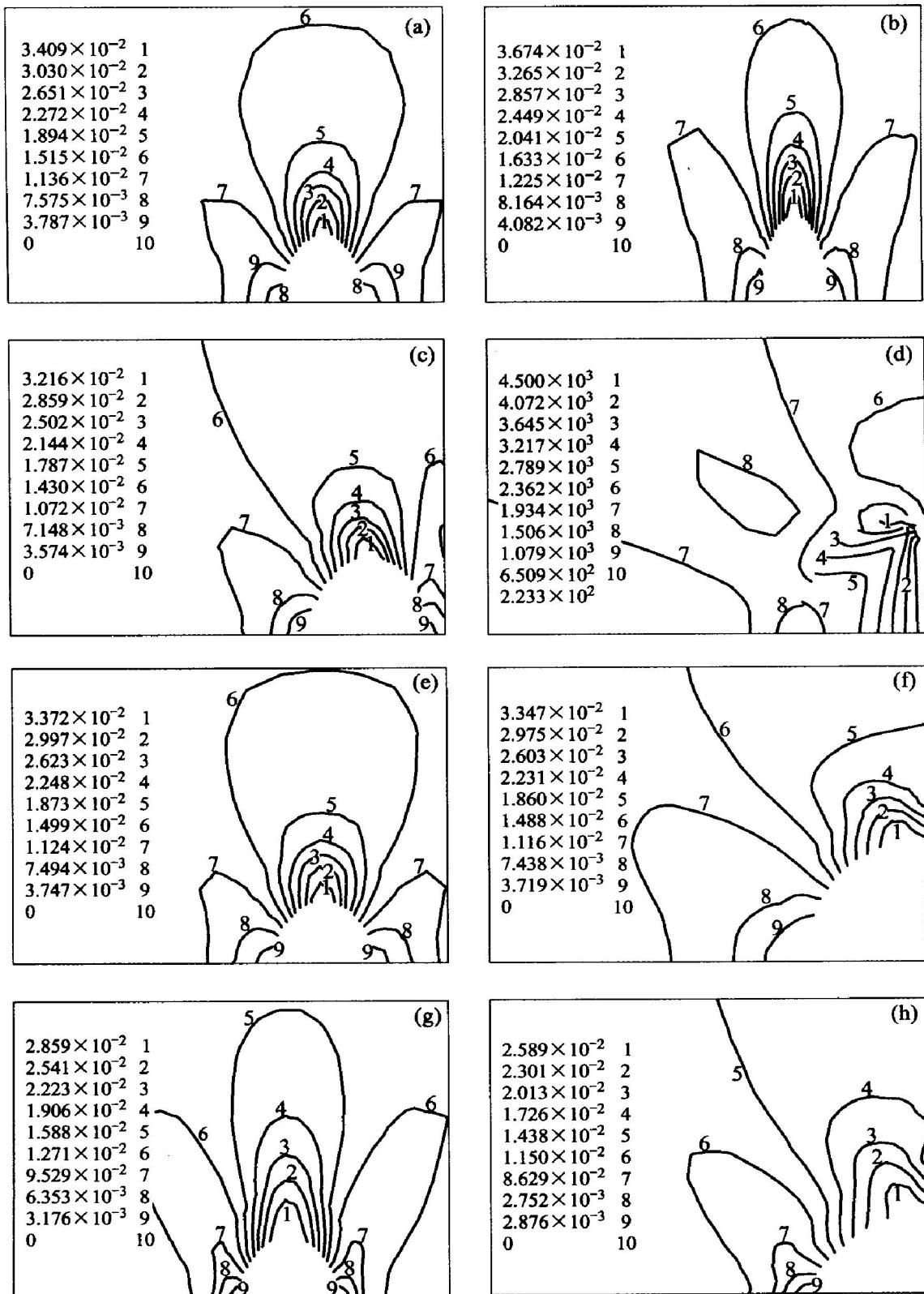


图 5 不同形状夹杂在不同位置时空穴体积增长分数分布图

**Fig. 5** Void's volume increase fraction distribution of different shape inclusion in different location

(a) —Location 1 ( $R = 0.05$ ) ; (b) —Location 2 ( $R = 0.05$ ) ; (c) —Location 3 ( $R = 0.05$ ) ; (d) —Location 4 ( $R = 0.05$ ) ;  
 (e) —Location 1 ( $R = 0.025$ ) ; (f) —Location 4 ( $R = 0.071$ ) ; (g) —Location 1 ; (h) —Location 4

的最大空穴体积增长分数(都为  $3.7 \times 10^{-2}$ )、单元的最大空穴成核率( $4.7 \times 10^{-3} \sim 5.0 \times 10^{-3}$ )的变化幅度都不大, 说明对于小尺寸夹杂(夹杂半径不大

于  $50 \mu\text{m}$ ), 当夹杂位于试件中心时, 夹杂尺寸对单元空穴体积增长和空穴成核的影响不显著。分别对比图4~6中的(d)和(f), 圆形夹杂半径相差1.41

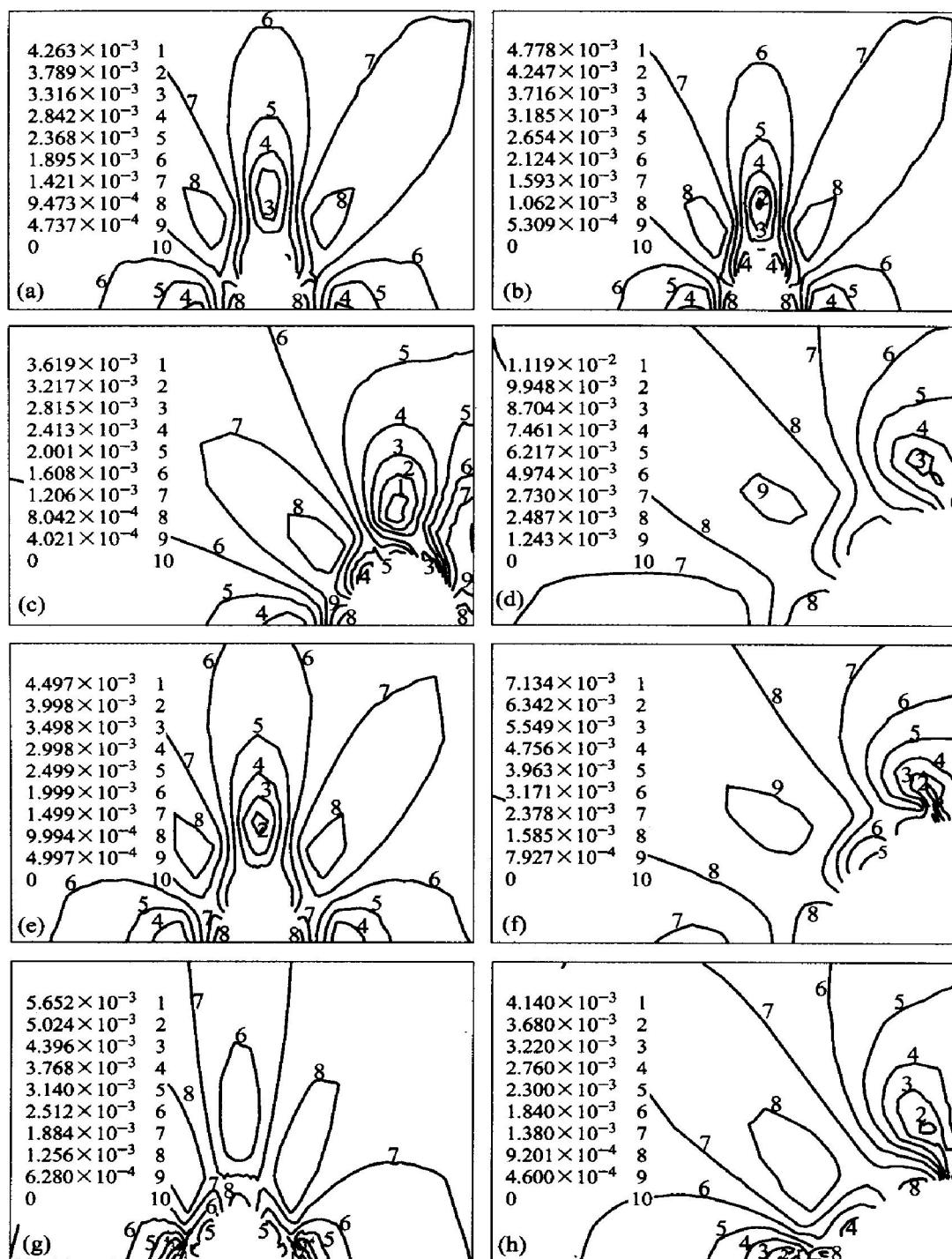


图 6 不同形状夹杂在不同位置时空穴成核率分布图

**Fig. 6** Voids nucleation distribution of different shape inclusion in different location

(a) —Location 1( $R = 0.05$ ) ; (b) —Location 2( $R = 0.05$ ) ; (c) —Location 3( $R = 0.05$ ) ; (d) —Location 4( $R = 0.05$ ) ;  
 (e) —Location 1( $R = 0.025$ ) ; (f) —Location 1( $R = 0.071$ ) ; (g) —Location 1; (h) —Location 4

倍, 最大 Mises 应力( $3804\sim4542$  MPa)、单元的最大空穴体积增长分数( $5.5\times10^{-2}\sim3.7\times10^{-2}$ )、单元的最大空穴成核率( $1.2\times10^{-2}\sim7.9\times10^{-3}$ )都有较大差别, 说明当夹杂位于试件表面时, 夹杂尺寸增大时会导致试件所受应力增大, 但硬夹杂会使试件单元的单元空穴体积增长和空穴形核略有减小。

5) 分别对比图 4~6 中的(a)和(g)可以发现, 当夹杂位于试件中心时, 含椭圆形夹杂的试件所受

Mises 应力和单元的最大空穴成核率都较圆形夹杂的大。说明当夹杂位于试件中心时, 椭圆形夹杂周围相对于圆形夹杂周围更易形成裂纹源。分别对比图 4~6 中的(d)和(h)可以发现, 当夹杂位于试件表面时, 含椭圆形夹杂的试件所受 Mises 应力大于含圆形夹杂时的情况, 但含椭圆形夹杂模型的单元最大空穴体积增长分数和空穴形核率都小于含圆形夹杂模型的。对于含圆形夹杂的模型来说, 单元形

核率最大的位置在夹杂的上表面正对圆心的地方。对于含椭圆形夹杂的模型单元形核率最大的位置位于长轴两端所对应的地方。

### 3 结论

基于 Gurson 塑性理论来研究含夹杂的粉末冶金材料的细观力学行为能够很好地处理空穴体积增长和空穴成核率与材料损伤破坏的关系。本文作者将这种理论引入有限元计算中, 用单元的成核损伤来模拟粉末冶金材料在拉伸状态下裂纹萌生和扩展的机制。模拟结果表明: 夹杂位置和夹杂形状对空穴体积增长分数和空穴成核率有着显著影响, 从而也对粉末冶金材料件的使用寿命有明显的影响。如何将理想的圆形、椭圆形夹杂转化为实际粉末冶金材料中不规则形状的夹杂, 还需要进一步的探讨和研究。

### REFERENCES

- [1] 张麦仓, 董建新. PM Rene 95 合金中夹杂物的微观力学行为[J]. 北京科技大学学报, 2002, 24(2): 149 - 152.  
ZHANG Maicang, DONG Jianxin. Micromechanic behavior of the inclusions in PM Rene 95[ J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2002, 24(2): 149 - 152.
- [2] 何承群, 余泉茂. FGH 合金 LCF 断裂寿命与夹杂特征关系的研究[J]. 金属学报, 2001, 37(3): 247 - 252.  
HE Cheng-qun, YU Quanmao. Study on the relationship of LCF life and inclusion characteristics of FGH superalloys[ J]. Acta Metall Sinica, 2001, 37(3): 247 - 252.
- [3] 国为民, 吴剑涛. FGH95 镍基高温粉末合金中夹杂及其对合金疲劳性能的影响[J]. 粉末冶金工业, 2000, 10(3): 23 - 26.  
GUO Weiming, WU Jiatao. The influence of the inclusion on the fatigue behavior of FGH95 superalloy[ J]. Industry of Powder Metallurgy, 2000, 10(3): 23 - 26.
- [4] 冯莉萍, 黄卫东, 林鑫, 等. FGH95 合金激光成形定向凝固显微组织与性能[J]. 中国有色金属学报, 2003, 13(1): 181 - 187.  
FENG Liping, HUANG Weidong, LIN Xin, et al. FGH95 superalloy laser metal forming directional solidification[ J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2003, 13(1): 181 - 187.
- [5] 姚萍屏, 熊翔, 袁国洲, 等. 铜对粉末冶金航空刹车材料物理力学性能的影响[J]. 中国有色金属学报, 2000, 10(S1): 81 - 83.  
YAO Ping-ping, XIONG Xiang, YUAN Guozhou, et al. Effect of copper on physical and mechanical properties of powder metallurgy airplane brake materials[ J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2000, 10(S1): 81 - 83.
- [6] 李元元, 张大童, 罗俊明, 等. 高铝锌基合金粉末冶金材料及其摩擦学特性初探[J]. 中国有色金属学报, 1997, 7(1): 117 - 121.  
LI Yuan yuan, ZHANG Da tong, LUO Junming, et al. P/M high aluminium zinc alloy material and its tribological characteristics[ J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 1997, 7(1): 117 - 121.
- [7] Ristinmaa M. Void growth in cyclic loaded porous solid[ J]. Mechanics of Materials, 1997, 26(2): 227 - 245.
- [8] Shamble S E, Chang D R. Effect of inclusions on LCF life of HIP plus heat treatment metal Rene 95[ J]. Metal Trans B, 1985, 16B(5): 775 - 786.
- [9] Yokomaku T. Effects of defects and microstructure on the elevated temperature fatigue properties of P/M superalloy Merl 76[ J]. J Soc Mat Sci, 1990, 39(2): 188 - 198.
- [10] Bussac A D. Prediction of competition between surface and internal fatigue initiation in PM alloys[ J]. Fat Fract Engng Mater Struct, 1994, 17(9): 1319 - 1328.
- [11] Bussac A D. A probabilistic model for prediction of LCF surface crack initiation in PM alloys[ J]. Fat Fract Engng Struct, 1993, 16(6): 861 - 878.
- [12] Grison J, Remy L. Fatigue failure probability in a powder metallurgy Ni-base superalloy[ J]. Eng Fract Mech, 1997, 57(1): 41 - 67.
- [13] Jablonski D A. The effect of ceramic inclusions on the low cycle fatigue life of low carbon astroly subjected to hot isostatic pressing[ J]. Mat Sci Eng, 1981, 48(2): 189 - 213.
- [14] Gurson A L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth[ J]. ASME Journal of Engineering Materials and Technology, 1977, 99(1): 2 - 15.
- [15] Tvergaard V, Needleman A. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar[ J]. Acta Metallurgica, 1984, 32(2): 157 - 169.

(编辑 陈爱华)