

文章编号: 1004-0609(2004)03-0489-05

# 基坑工程开挖引起地表移动变形的随机介质模型及工程实例<sup>①</sup>

贺跃光, 刘宝琛

(中南大学 信息物理工程学院, 长沙 410083)

**摘要:** 基坑工程开挖引起的地表移动与变形, 在特定的工程条件下, 可选用随机介质理论模型进行分析。在分析随机介质理论基础上, 对基坑工程开挖引起的地表移动与变形的两种因素: 疏水以及基坑侧壁失去支撑的地表移动与变形的随机介质模型加以研究, 并结合工程实例验证模型的可靠性。

**关键词:** 工程开挖; 随机介质理论; 地表移动与变形; 监测

中图分类号: TU 473.2

文献标识码: A

## Stochastic medium model and engineering example of ground surface movements due to foundation excavation

HE Yue-guang, LIU Bao-chen

(School of Info-physics Geomatics Engineering,  
Central South University, Changsha 410083, China)

**Abstract:** By using stochastic medium model in the foundation pit engineering ground surface movements, the adjacent ground surface movement and deformation due to dewatering and around body losing cross bolster was analyzed.

**Key words:** engineering excavation; stochastic medium theory; ground surface movements and deformation; monitoring

深基坑建筑技术除在高层建筑地下室应用之外, 还在城市地铁、合流污水处理系统、过江隧道等市政工程中广为应用。对地下室而言, 常见为 1~3 层, 有的达 4~5 层, 一般 3 层地下室基坑深 11~12 m, 4 层地下室的基坑深为 14~16 m, 底板厚度通常为 1~3 m。

基坑工程一般集中在城市人口密集、建筑密度大的狭小场地。基坑开挖, 导致周围岩土体疏水以及侧壁岩土体失去横向支撑而引起周围地表的移动与变形。研究基坑开挖体周围地表的移动与变形是中国城市化加速发展进程中的一项新课题, 用随机介质理论研究其规律能较好地解决这一难题。

## 1 随机介质理论基础

随机介质理论首先由波兰学者李特威尼申于 20 世纪 50 年代引入岩层移动, 我国学者刘宝琛进行了深入研究并发展为概率积分法<sup>[1, 2]</sup>。

李特威尼申等学者应用非连续介质力学中的颗粒体介质力学研究岩层及地表移动问题, 认为开采引起的岩层和地表移动的规律与作为随机介质的颗粒体介质模型所描述的规律在宏观上相似。概率积分计算方法就是把地下开采所引起的岩层及地表移动过程看作是随机过程, 用概率论的方法建立由地下单元开采所引起的岩层及地表单元下沉盆地表达

① 收稿日期: 2002-11-13; 修订日期: 2003-03-14

作者简介: 贺跃光(1966-), 男, 博士后, 教授。

通讯作者: 贺跃光, 博士; 电话: 0731-8836734, 13973195913; E-mail: hyg.csu@163.net

式、单元水平移动表达式，经迭加建立地表下沉的剖面方程及其它移动与变形分布表达式。

如图1所示，在直角坐标系中， $z_x, z_\xi, z_\eta$ 代表不同水平的岩层。当开采在 $z_1$ 水平进行时， $z_1$ 水平的下沉曲线为 $W(z_1, x)$ ，这一下沉导致其上部 $z_2, z_3$ 水平分别以一定的概率发生的下沉量为 $W(z_2, \xi), W(z_3, \eta)$ 。由于 $W(z_1, x)$ 是发生 $W(z_2, \xi)$ 的原因，故可认为 $W(z_2, \xi)$ 是某个特定数学运算作用于函数 $W(z_1, x)$ 的结果。李特威尼申求得的最后下沉盆地 $W$ 必须满足方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial W(z, x)}{\partial z} &= \alpha(z, x) W(z, x) + \beta(z, x) \\ \frac{\partial W(z, x)}{\partial x} &+ \gamma(z, x) \\ \frac{\partial^2 W(z, x)}{\partial x^2} & \end{aligned} \quad (1)$$

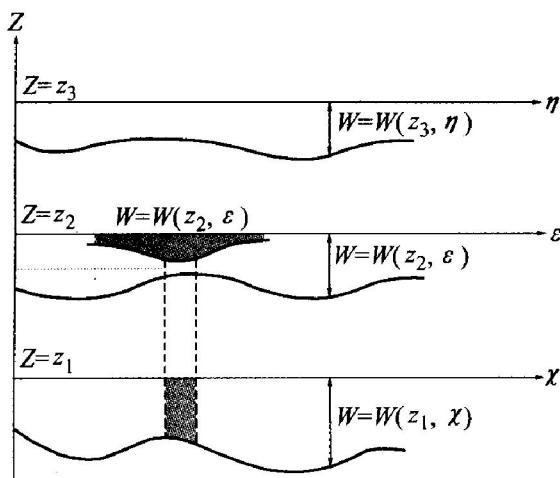


图1 开采影响传播

Fig. 1 Transferring of mining influence

李特威尼申称这一方程的介质为随机介质，遵循这一规律的运动称为随机介质运动。砂粒、岩块体、破碎矿岩等就是这类介质。随机介质理论是地表移动与变形、岩体内部移动与变形等预计体系的基础。

由式(1)可得水平成层或水平各向同性介质中，单元下沉盆地的表达式为

$$W_e(x, y, z) = \frac{1}{r^2(z)} \cdot \exp \left[ -\frac{\pi}{r^2(z)} (x^2 + y^2) \right] \quad (2)$$

式中  $r$  为主要影响半径， $r = \frac{\sqrt{\pi}}{h}$ 。

对于地表来说， $z$  等于开采深度 $H$ ， $B(z)$  为常数，可令为 $B$ ，则

$$U(x) = B \cdot \frac{dW_e(x)}{dx} = \frac{2\pi B x}{r^3} \exp \left[ -\frac{\pi x^2}{r^2} \right] \quad (3)$$

式(3)为地表单元开采移动表达式。

以上述公式推导为基础，可求任意水平开采时的地表移动与变形值。

## 2 基坑工程开挖引起的地表移动与变形模型

基坑的开挖必将导致周围岩土体疏水，使岩土体内地下水位下降，同时使开挖岩土体失去部分横向支撑，基坑侧壁岩土体将向开挖空间产生移动，岩土体疏水会使骨架的有效应力增高，从而引起岩土固结加密，导致岩土体的沉降与变形。应用随机介质理论及岩土固结原理，可以综合研究基坑开挖及疏水引起的地表移动与变形。

### 2.1 疏水引起的地表移动与变形模型

目前，预计水位下降引起的地面沉降的方法很多，此处将应用随机介质理论和土力学原理建立疏水地面沉降的随机介质模型来预计疏水引起的地面沉降。

由于含水岩土体是一种由固相岩土颗粒及液相孔隙水组成的两相介质。岩土体内的应力由固体岩土颗粒和孔隙水共同分担，当岩土体内的水被疏干后，原来由孔隙水所分担的应力将减少，而固态岩土所承受的应力将增大，即有效应力增加，导致岩土体本身的固结压密，疏水范围之内的岩土体压密引起其上部岩土体沉降，形成地面沉降，而不均匀沉降造成地面变形，并有可能损害地面建筑物。

假设岩土颗粒及孔隙水均不可压缩，则疏水后岩土体的固结主要是由于有效应力增加而导致的岩土体内孔隙的减小。设 $h$  为疏水前岩土体中的地下水位，如图2所示，在 $\eta = h$  以下的岩土体为饱水状态。按平面问题，考虑一个位于深度 $h$  处的单元 $d\xi d\eta$ ，单元的应力为 $p$ ，其中孔隙水压力为 $p_w$ ，岩土颗粒的有效应力为

$$\sigma = h \gamma_0 + (\eta - h) (\gamma_f - \gamma_w) \quad (4)$$

式中  $\gamma_0$  为地下水位面以上的岩土的容重， $\text{kN/m}^3$ ； $\gamma_f$  为地下水位面以下饱和岩土的容重， $\text{kN/m}^3$ ； $\gamma_w$  为水容重， $\text{kN/m}^3$ 。

在深度 $\eta$  以上完全疏水后，孔隙水压力转为由岩土颗粒承担，则有效应力增量为

$$\Delta p = (\eta - h) \gamma_w \quad (5)$$

岩土的压密性可以由压缩系数 $a_v$  表示，即 $a_v = \frac{\Delta e}{\Delta p}$ ， $\Delta e$  为岩土中孔隙比的变化。

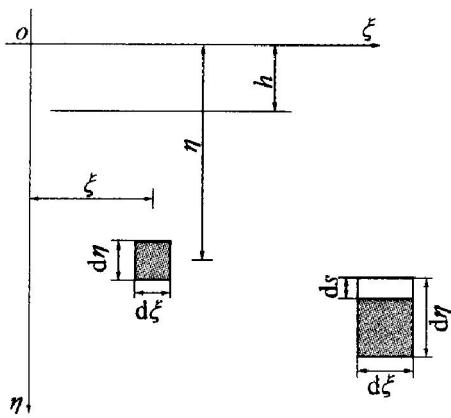


图 2 岩土体疏水后的固结

**Fig. 2** Consolidation of rock and soil after dewatering

深度  $\eta$  处的一个单元  $d\xi d\eta$  在有效应力增量  $\Delta p$  的作用下产生微元压缩  $ds$  可表示为

$$ds = \frac{\alpha_v \Delta p}{1 + e_0} d\eta = \frac{\alpha_v (\eta - h) \gamma_w}{1 + e_0} d\eta \quad (6)$$

式中  $e_0$  为岩土的初始孔隙比。

当有效应力增量相当大时, 压密曲线  $e - \lg p$  近似为一直线, 并以压缩指数表示为

$$C_c = \frac{\Delta e}{\Delta \lg p} \quad (7)$$

因此

$$ds = \frac{C_c}{1 + e_0} \lg \frac{h \gamma_w + (\eta - h) \gamma_f}{h \gamma_w + (\eta - h)(\gamma_f - \gamma_w)} d\eta \quad (8)$$

式(6)及式(8)可以写成

$$ds = C(\eta) d\eta \quad (9)$$

## 2.2 岩体疏水地表移动及变形

如图 3 所示, 开挖前的地下水水位为  $\eta = h$ , 开挖以后, 地下水水位下降并形成某一曲线  $\eta = f(\xi)$ , 假设岩土疏水半径为  $R_w$ , 根据文献[3, 4]:

$$R_w = 3000h\sqrt{k} \quad (10)$$

式中  $h$  为抽水点地下水位最大下降值;  $k$  为地下水渗透系数。

根据随机介质理论, 单元下沉盆地为

$$W_{we}(x) = \frac{1}{\gamma(\eta)} \exp \left\{ -\frac{\pi(x - \xi)^2}{\gamma^2(\eta)} \right\} \quad (11)$$

式中  $\gamma(\eta)$  为水平  $\eta$  上的开采主要影响范围,  $\gamma(\eta) = \frac{\eta}{\tan \beta}$ ,  $\beta$  为开挖主要影响范围角。

在原始水位线  $\eta = h$  与水位下降曲线  $\eta = f(\xi)$  之间的疏水部分中, 任何单元岩土体均产生微小压缩  $ds$ , 上述影响的叠加综合, 在地表形成的下沉  $W_w(x)$  为

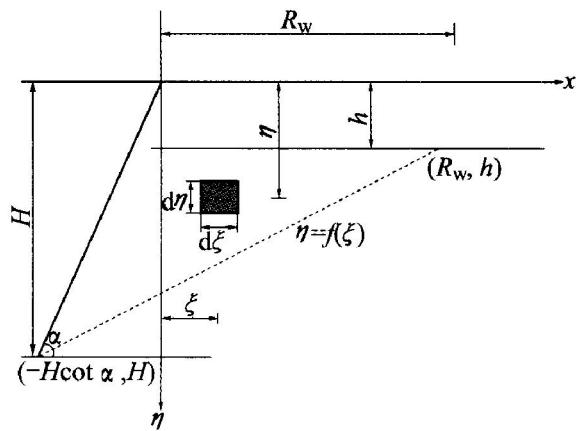


图 3 疏水后岩体的沉降

**Fig. 3** Ground movement analysis after dewatering

$$W_w(x) = \iint_{\Omega} W_{we}(x) ds d\xi \quad (12)$$

## 2.3 基坑工程开挖引起的地表移动与变形模型

深基坑开挖是一项复杂的工程, 在支护加固不当时, 常可因周边地面的沉降而危及各种建筑物的正常使用。据统计, 近年来, 我国深基坑工程一般事故发生率约占基坑工程数量的 20% 左右, 有的城市甚至占 30% 左右, 基坑工程事故的频频发生, 造成了重大损失和严重后果<sup>[5-10]</sup>。

我国基坑开挖中常见的开挖形式有无支护开挖、钻孔灌注桩护坡开挖、钢桩护坡开挖, 地下连续墙护坡开挖, 土钉或喷锚支护开挖等开挖。基坑开挖引起的地表移动与变形取决于其侧壁(支护或无支护)的变形程度及变形形式<sup>[11, 12]</sup>。

设深基坑开挖支护为钻孔灌注桩加内支撑开挖, 基坑开挖宽度为  $2M$ , 长度为  $2N$ , 开挖深度为  $h$ , 钻孔灌注桩深度为  $H$ 。加内支撑后, 受开挖失去侧压作用影响, 基坑灌注桩的桩体深层挠曲曲线及桩顶墙体水平位移曲线均可用抛物线拟合。经大量实测资料统计分析, 可求桩体深层挠曲曲线及出桩顶墙体水平位移曲线方程。

根据随机介质理论, 可确定基坑周围地表下沉分布。设最大下沉值  $S(\xi, \xi, \eta) = h$  时, 地表下沉为:

$$W(x, y) = h \cdot \int_R^b \exp \left\{ -\frac{\pi}{R^2} (x - \xi)^2 \right\} d\xi \int_R^d \exp \left\{ -\frac{\pi}{R^2} (y - \xi)^2 \right\} d\xi \quad (13)$$

式中  $a, b, c, d$  分别为开挖引起的变形范围。

据此可确定基坑开挖引起周围地表的水平移动与变形。考虑地下水位降低后，可确定相应的地表的最终移动与变形值。

### 3 计算实例

某基坑工程长 84 m, 宽 60 m, 挡土墙深度为 23 m, 基坑开挖深度为 11 m, 土的初始孔隙比为 0.687, 压缩系数为  $0.08 \text{ MPa}^{-1}$ , 编制 MATLAB 程序, 根据测点位移得拟合曲线方程为

$$\begin{aligned} u(\xi, \eta) = & -0.000500\eta^2 + 0.0011062\eta + \\ & 0.009600 + 0.0000161\xi^2 - \\ & 0.0002019\xi \end{aligned}$$

基坑深  $h = 11 \text{ m}$ ,  $h_0 = 1.5 \text{ m}$ ,  $\Delta h = 9.5 \text{ m}$ ,  $\gamma_0 = 1.8 \text{ t/m}^3$ ,  $\gamma_f = 2.1 \text{ t/m}^3$ ,  $k = 1.585 \times 10^{-6}$ ,  $R_w = 35.88 \text{ m}$ , 土层按厚度加权平均内摩擦角  $\varphi = 12.7^\circ$ ,  $\beta$  角与加权平均内摩擦角  $\varphi$  的关系为

$$\beta = 82^\circ - 2.36\varphi, \quad \beta = 54^\circ, \quad \tan\beta = 1.28, \quad C_c = 0.8$$

则由地下水位降引起的下沉量为

$$\begin{aligned} W_w(x) = & \int_0^{35.88} d\xi \int_{(\xi)}^x \frac{1.28}{\eta} \cdot \\ & \exp \left[ -\frac{1.28^2 \pi}{\eta^2} (x - \xi)^2 \right] \cdot \\ & 0.1154d\eta \end{aligned}$$

降水后的地下水位线为抛物线, 抛物线的方程为

$$\begin{aligned} \eta = f(c) = & -\frac{9.5}{35.88^{1/2}} \xi^{1/2} + 11 = \\ & -1.58591112 \xi^{1/2} + 11 \end{aligned}$$

由于主要影响半径  $R = \frac{h}{\tan\beta}$ ,  $h = 11 \text{ m}$ , 基坑长 84 m, 宽 60 m, 基坑长度或宽度与开挖深度之比远大于 1, 故可按平面问题考虑。取拐点平移距  $S_0 = 5.5 \text{ m}$ , 根据式(3), 因开挖引起的沉降  $W_e(x)$  的表达式为

$$\begin{aligned} W_e(x) = & \int_0^x d\eta \int_a^x \frac{1.28}{\eta} \cdot \\ & \exp \left[ -\frac{1.28^2 \pi}{\eta^2} (x - \xi)^2 \right] d\xi \end{aligned}$$

式中  $a = -u(\xi, \eta)$ ,  $b = -0.0096$ 。

总沉降量  $W$  为地下水位降引起的沉降  $W_w$  与开挖引起的沉降  $W_e$  之和, 计算值结果见图 4, 计算结果与实测结果比较见表 1。

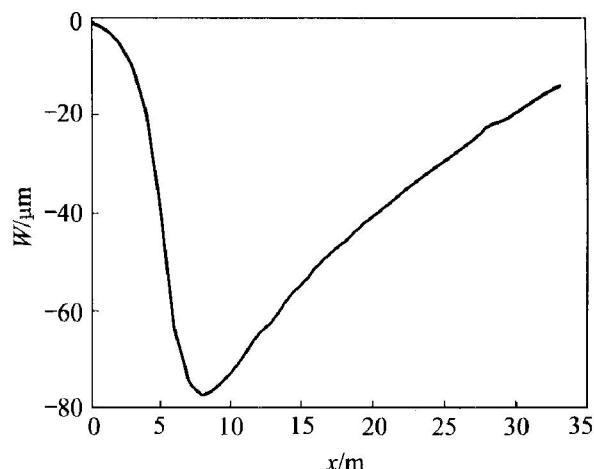


图 4 计算结果

Fig. 4 Result of calculating

表 1 测点位移实测值与计算值的比较

Table 1 Comparison between calculated value and measured value

Position	$x / \text{mm}$	$W_e(x) / \text{mm}$	$W_m(x) / \text{mm}$
2	0	16.9	11.1
22	10	78.5	72.6
21	12.5	84.7	62.8
20	18	37.9	45.4
19	28.5	11.6	21.9

### 4 结语

研究了基坑工程开挖引起的地表移动与变形的随机介质理论应用公式。对某工程实例, 通过所获得公式进行计算, 并与实测结果进行比较, 验证了随机介质理论模型的可靠性。

### REFERENCES

- [1] 刘宝琛, 廖国华. 煤矿地表移动的基本规律 [M]. 北京: 中国工业出版社, 1965.  
LIU Baochen, LIAO Guohua. Coal Mining Ground Surface Movements [M]. Beijing: Chinese Industry Press, 1965.
- [2] 布克林斯基 B A. 矿山延伸与地表移动 [M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1989.  
Apehc B A. Rock and Ground Surface Movements [M]. Beijing: Coal Industry Press, 1989.
- [3] New B M, Bowers K H. Ground movement model validation at the heathrow express trial [J]. Tunnelling, 1994(3): 301–329.

- [4] 刘宝琛, 阳军生. 露天开挖及疏水引起的地面沉降及变形[J]. 煤炭学报, 1999, 24(1): 39-42.  
LIU Baochen, YANG Junsheng. Surface subsidence and deformation caused by open pit mining and dewatering[J]. Coal Journal, 1999, 24(1): 39-42.
- [5] LIU Baochen. Ground surface movement due to underground excavation in the P R China[A]. Comprehensive Rock Engineering[C]. Pergamon Press, 1993. 4.
- [6] ZHANG Y J, LIU Y P, XIONG C Y. 3-D FEM analysis for layered rock considering anisotropy of shear strength[A]. Proceedings of the International Symposium on Modern Tunneling Science[C]. Tokyo, 2001.
- [7] Ohnishi Y, Ohtsu H. Application of CCD photogrammetry system to measurement of tunnel wall movement due to parallel tunnel excavation[A]. Proceedings of the International Symposium on Modern Tunneling Science[C]. Tokyo, 2001.
- [8] 王光遐, 劲峰. 超大面积深基坑周围护坡桩与场地变形监测[J]. 建筑技术, 2001, 31(4): 747-748.  
WANG Guang-xia, JIN Feng. Slope shoring pits for extra large deep foundation trench and site deformation monitoring[J]. Architecture Technology, 2001, 31(4): 747-748.
- [9] Hoek E, Brown E T. 岩石地下工程[M]. 北京: 冶金工业出版社, 1986. 2.
- Hoek E, Brown E T. Underground Excavation in Rock [M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 1986. 2.
- [10] New B M, Bowers K H. Ground movement model validation at the heathrow express trial[J]. Tunnelling, 1994(3): 301-329.
- [11] 唐孟雄, 赵锡宏. 深基坑周围任意点移动变形计算及应用[J]. 同济大学学报, 1996, 24(3): 238-244.  
TANG Meng-xiong, ZHAO Xin-hong. Ground settlement and deformation calculation and application in deep excavation[J]. Journal of Tongji University, 1996, 24(3): 238-244.
- [12] 唐孟雄, 赵锡宏. 深基坑周围地表移动及变形分析[J]. 建筑科学, 1996(4): 31-35.  
TANG Meng-xiong, ZHAO Xin-hong. Analysis of ground settlement around deep excavation[J]. Building Science, 1996(4): 31-35.

(编辑 黄劲松)