

文章编号: 1004-0609(2004)09-1494-07

# 电磁成形中对不同宽厚比矩形件所受 电磁压力的三维有限元模拟分析<sup>①</sup>

俞建威, 沈军, 卢百平, 傅恒志

(西北工业大学 凝固技术国家重点实验室, 西安 710072)

**摘要:** 在电磁约束成形中通过 A<sup>Φ-A</sup> 三维有限元法所得的磁感应强度、涡流密度和集肤层厚度分布, 求得电磁压力的分布; 对具有不同宽厚比的带圆角矩形截面样件所受的电磁压力进行了分析。发现宽厚比越大的样件, 相邻两边电磁压力之差也越大。圆角形状产生的涡流流向变化也能明显改变样件表面电磁压力的分布, 当圆角半径接近或小于集肤层厚度时, 角部与直边连接处形成一个电磁压力衰减区, 这种电磁压力分布规律极大地增加了大宽厚比小的圆角矩形样件截面的成形难度。

**关键词:** 电磁约束成形; 电磁场; 电磁压力; 数值模拟

中图分类号: TG 249

文献标识码: A

## 3-D FEM simulation of electromagnetic pressure on round angle rectangle sample with different width thickness ratio in electromagnetic shaping

YU Jianwei, SHEN Jun, LU Baiping, FU Hengzhi

(State Key Laboratory of Solidification Processing, Northwestern Polytechnical University,  
Xi'an 710072, China)

**Abstract:** The distribution of electromagnetic pressures is computed on magnetic induction intensity, eddy density, and skin depth, which are calculated by A<sup>Φ-A</sup> of 3-D FEM in electromagnetic confinement and shaping. The pressures on round rectangle samples with different width thickness ratio are analyzed. The higher the width thickness ratio is, the higher the electromagnetic pressure differential between broad edge and narrow edge is. The direction change of eddy current coming from the angle structure changes the distribution of electromagnetic pressure. When the radius of round angle is close or little than skin depth, the electromagnetic pressure between the round angle and the straight edge will be attenuated. This distribution of electromagnetic pressure makes shaping the section with large width thickness ratio and little round angle more difficult.

**Key words:** electromagnetic shaping; electromagnetic field; magnetic pressure; digital simulation

电磁约束成形技术的本质是依靠电磁场与其在熔体中感应的涡流场之间的相互作用形成的成形力场对熔体进行约束和成形的过程, 是材料高纯熔化、无污染成形的发展方向之一; 无模壳条件下产生的强冷作用也为在生产中获得具有特殊力学性能的超细柱状晶组织提供了可能。前期的工作<sup>[1, 2]</sup>主

要集中在对圆柱、半无限大板或宽厚比很大的薄板件的电磁成形研究方面, 对在这种条件下电磁压力及多种因素对其分布的影响规律进行了研究。但是在进行矩形及更复杂截面样件的成形时发现, 宽厚比过大(> 3)的样件或在样件曲率半径较小的弯角处, 总是难以成形为提前预设的形状。经分析认

<sup>①</sup> 基金项目: 国家重点基础研究发展计划资助项目(G2000067202-2); 航空科学基金资助项目(02G53047); 西北工业大学博士论文创新基金资助项目(0400-Y16108)  
作者简介: 俞建威(1975-), 男, 博士研究生。  
收稿日期: 2004-01-05; 修订日期: 2004-04-04  
通讯作者: 俞建威, 电话: 029-88494708; E-mail: yu\_jianwei@163.com

为, 主要原因是用于板状条件下计算电磁压力的公式不能准确地计算角部的电磁压力, 从而导致无法合理地设计感应器的形状参数。因此要成形出更准确更复杂的截面形状, 则需对整个截面廓线, 尤其是不同宽厚比的直边及其角部处电磁压力的分布进行准确全面的计算分析。这是感应器及其磁场设计的理论基础, 是实验中成形更复杂截面样件迫切需要解决的问题。电磁压力的实质是一个能表征整个电流层中洛伦兹力(电磁体积力)对熔体所产生的总约束效果的等价表面压力<sup>[3]</sup>。其原理由下式给出:

$$p_m = \int_0^a F dx \quad (1)$$

式中  $F$  为洛伦兹力, 即体积力;  $a$  为样件宽度。

由于体积力参数在实验中难以直接测量得到, 因此实际应用中不可能使用式(1)直接求取电磁压力, 而常常选取下式进行求解<sup>[2-6]</sup>:

$$p_m = B^2 / 2\mu \quad (2)$$

式中  $B$  为样件表面对应点的有效磁感应强度;  $\mu$  为样件磁导率。

但式(2)是在将样件假设为二维无限大平板模型的基础上推导而来的, 在这种假设基础上计算出的数值不能很好地反映作用在中小尺寸、复杂截面样件的表面处的电磁压力的真实分布情况。

本文作者使用三维有限元法计算并分析了具有不同宽厚比的板型样件上的磁感应强度、涡流密度及集肤层的分布规律, 并充分利用三维数值模拟计算的优势, 直接在原理性公式(1)的基础上计算不同宽厚比样件表面的电磁压力分布规律; 分析集肤层厚度与曲率半径之间的关系对作用在样件表面上的电磁压力变化的影响规律, 以期为成形感应器及输入电流等各项形状、性能参数的设计提供先期指导。

## 1 电磁成形系统模型及其特点

图 1 所示为单频电磁成形过程的简单示意图。通过固定宽边长度 48 mm, 仅改变短边的长度可以得到宽厚比为 16 的矩形样件截面, 这些截面分别具有曲率半径为 3 mm 和 5 mm 的 90°圆弧倒角(宽厚比为 5、6 的样件由于受短边长度影响, 没有 5 mm 圆角半径的模型样件); 感应器的内表面始终保持与样件表面间距的相等, 确保感应圈内壁形状与样件边界严格相似; 材料(物性参数)选用镍基高温合金, 电源选择实验所用的 20 kHz 中频正弦电流。图 2 所示为对感应器一样件系统的三维关系的示意及进行的剖分结果。

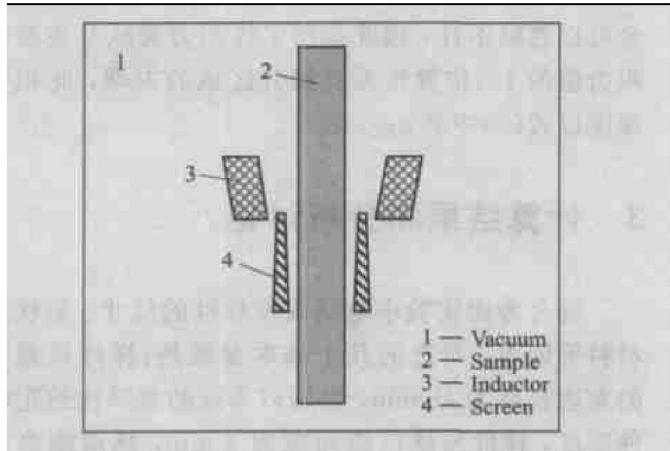


图 1 电磁成形示意图

Fig. 1 Abridged general view of electromagnetic shaping



图 2 三维模型剖分结果

Fig. 2 3D mesh

## 2 方法实现

采用  $A\Phi-A$  法的控制方程来求解电磁场<sup>[7-12]</sup>, 离散过程使用了单元生长法<sup>[13]</sup>对求解区域进行剖分, 使用非结构化六面体网格保证计算结果具有较高的精度。以 Fortran 语言编程实现有限元计算过程<sup>[14, 15]</sup>, Pascal 语言编程实现剖分及后处理过程。

将有限元计算所得的矢量磁位  $\mathbf{A}$  和标量电位  $\phi$  代入式(3)(5)中算出磁感应强度  $\mathbf{B}$  及其沿样件的轴向分量  $\mathbf{B}_z$ 、涡流密度  $\mathbf{J}_e$  及其径向分量  $\mathbf{J}_{er}$  和体积力相对于样件表面的法向分量  $\mathbf{F}_n$ 。然后沿样件表面的法线方向在集肤层内对  $\mathbf{F}_n$  进行积分, 就可以求出电磁压力的有效值  $p_m$ 。

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (3)$$

$$\mathbf{J}_e = \nabla \phi - \nabla \times \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (4)$$

$$\mathbf{F}_n = \mathbf{J}_e \times \mathbf{B}_z \quad (5)$$

$$p_m = \frac{\left| \int_{-0.01}^{0.01} \mathbf{F}_n dx \right|}{\sqrt{2}} \quad (6)$$

事实上, 当体积力沿法线方向上衰减至样件表

面的1%时，对最终的电磁压力积分结果的影响完全可以忽略不计，因此采用了体体积力衰减至表面体体积力值的1%位置作为其积分区域的末端，此积分深度以式(6)中的 $a_{F0.01}$ 表示。

### 3 计算结果和分析讨论

综合考虑实验中电磁成形样件的尺寸、形状及材料等因素，所选的几个基本参数是：样件横截面的宽边长度为48 mm，然后以不同的宽厚比给定样件厚度，样件与感应圈间隙为4 mm，感应圈高度为16 mm；源电流为1 000 A。根据集肤层计算公式 $\delta = 1/\sqrt{\mu_0 I}$ 可求得其理论集肤层厚度为4.3 mm，最后分别选取半径为5 mm和3 mm的圆弧倒角以便计算当圆角半径小于或大于集肤层厚度时磁感应强度、涡流密度及电磁压力的分布规律。

前期在电磁约束成形方面的数值计算主要是针对磁场及电磁压力的轴向分布进行的，但尚未涉及所成形的异形截面样件横截面上的磁场和电磁压力的分布规律。本文作者利用三维计算的优势，研究了不同宽厚比样件的近矩形横截面上磁场及电磁压力的分布，试图更好地反映不同长度的边界和圆角处的场量分布特征。

#### 3.1 磁感应强度及涡流密度的分布规律

当样件为二维无限大平板时，其表面电磁压力只受表面磁感应强度的影响。对于有限尺寸的样件，磁感应强度的分布仅是影响样件表面电磁压力分布规律的主要因素之一。图3所示为宽厚比为4的样件在感应器中部位置的磁感应强度分布。从中可以看到磁感应强度沿廓线的变化规律：角部附近磁场密度高。因此，边界上的磁感应强度呈现出在直边部分低而在圆角处升高的马鞍形分布，同时，窄边边界上的磁感应强度明显高于宽边边界上的磁感应强度。随着宽厚比的加大，宽边上磁感应强度对窄边上磁感应强度的比值会进一步增大。

对于实际形状的样件，表面的电磁压力大小不仅受到磁感应强度的影响，还受到涡流密度及其方向的影响，在样件的角部附近表现得尤其显著。从洛伦茨力式(5)可知：只有平行于对应边界点切线方向的涡流才具有形成垂直于表面的电磁压力的能力。因此，如果将任一边界法线方向上经过的点上的涡流密度 $J_e$ 分成平行于此法线的法向分量 $J_{en}$ 和垂直于此法线的切向分量 $J_{et}$ 时，仅有 $J_{et}$ 对生成电磁压力起作用。而过去对二维轴向方向上的电磁压

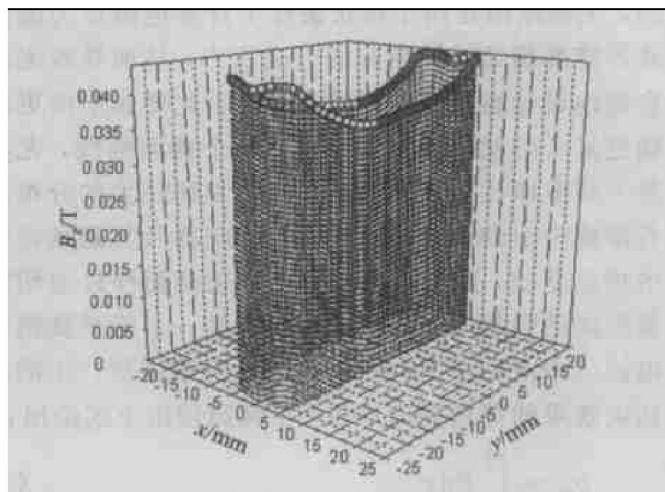


图3 磁感应强度在宽厚比4:1样件横截面轮廓线上的分布

Fig. 3 Distributions of magnetic induction intensity on outline of sample with width-thick ratio of 4:1

力的研究一般会假设电流平行边界切平面流动，从而忽略了很多时候电流方向与其邻近边界切平面并不平行的事实。

三维计算发现，这种偏离在样件的小圆弧角附近尤其明显。图4所示为1/4横截面上的涡流分布情况，图中虚线E是样件边界，实线F是 $J_e$ 在样件内的一条等位线，用以近似表示 $J_e$ 在样件内的集肤层内边缘位置。从图4中可以看到涡流的分布区域在圆角处明显变厚。在直边中点A的截面上，涡流在集肤层深度内平行于边界流动( $\theta_A = 90^\circ$ )。在圆弧和直边的交界点D的截面上( $0^\circ < \theta_D < 90^\circ$ )，随着与边界距离增加，涡流方向极大地偏离了边界的切平面方向(图4中的G线表示了这样一条涡流流线)，使切平面方向的涡流分量 $J_{et}$ 急剧减

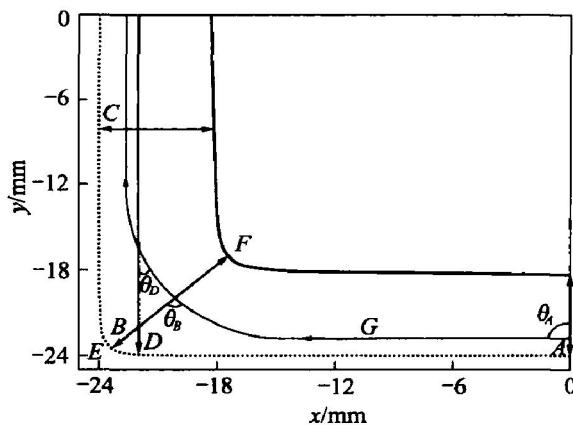


图4 样件横截面上涡流的分布

Fig. 4 Distributions of eddy current on cross-section of sample

小。由此还可以推定,在集肤深度一定的情况下,随着曲率半径的减小,此处涡流密度的切向分量会大幅度减小。在圆角中点B的截面上,由于边界的偏转,涡流方向又瞬时与边界的切平面方向平行( $\theta_b = 90^\circ$ )。

以上结果表明,在中小尺寸矩形截面上磁感应强度和涡流密度的分布明显不同于大平板上磁感应强度和涡流密度的分布,这将必然会对电磁压力的分布产生更复杂的影响。

### 3.2 电磁压力的分布特征

由式(5),(6)可知,电磁压力 $p_m$ 是磁感应强度 $B_z$ 、切向涡流密度 $J_{et}$ 和涡流密度分布深度 $a_{FO.01}$ 的函数。总体来说,截面的角部处磁感应强度最大(图3),同时由于此处的集肤层厚度大于直边处的集肤层厚度,涡流密度切向分量 $J_{et}$ 沿集肤层衰减必然较缓慢,分布深度 $a_{FO.01}$ 大,因此电磁压力在此处达到最大。在宽边中部位置磁感应强度最小,涡流密度切向分量 $J_{et}$ 沿集肤层的衰减较快,分布

深度 $a_{FO.01}$ 浅,所以电磁压力在此处最小,形成一种马鞍形分布。在窄边中部位置随着窄边宽度的减小,磁感应强度逐渐增大,其他性质则与宽边处相似,因此电磁压力随宽厚比的增大逐渐增大直至接近角部处电磁压力值。

在圆弧和直边交界点附近区域,电磁压力的分布情况要复杂得多:当圆弧曲率半径远大于集肤层厚度时,集肤层内的涡流基本沿边界切线方向流动,流经集肤层的涡流对电磁压力皆产生了贡献。与此同时,在该处的磁感应强度也比较高,因此电磁压力较大,其值介于角部电磁压力和对应直边中部的电磁压力之间。当圆弧曲率半径接近或小于集肤层厚度时,该处截面上(截面D)涡流方向明显偏离此处边界的切线方向,因此涡流密度在切线方向上的分量 $J_{et}$ 值只是此处总涡流密度值的一小部分,这导致了电磁压力在该点附近的下降,而且曲率半径越小,这种下降越明显,并对边界上电磁压力的分布规律产生了很大的影响。图5所示为当倒角半径为5 mm(大于集肤层厚度)时各种宽厚比下电磁

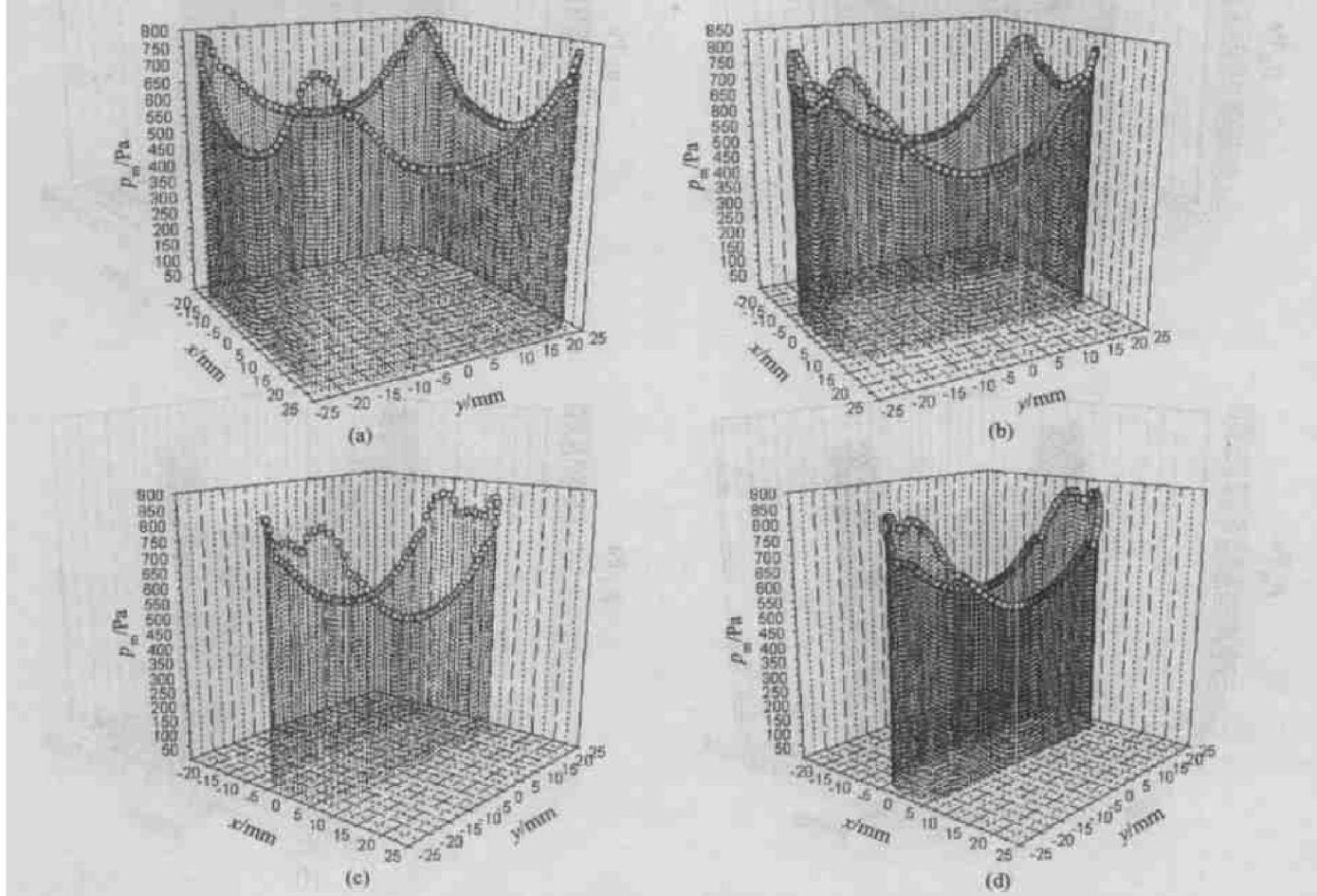


图5 不同宽厚比矩形截面轮廓线上电磁压力的分布

**Fig. 5** Distributions of electromagnetic pressure on outline of cross-sections of sample

with different width-thick ratio (radius is 5 mm)  
(a) -1:1; (b) -2:1; (c) -3:1; (d) -4:1

压力沿样件横截面廓线上的分布, 可以看出其分布规律与磁感应强度分布基本相似, 但在圆弧与直边交界处还是受到涡流流向改变的影响, 发生了一定

的突变。图 6 所示是倒角半径为 3 mm( < 集肤层厚度) 时各宽厚比样件所受电磁压力沿样件横截面廓线上的分布。由于上述原因, 交界处附近涡流流向

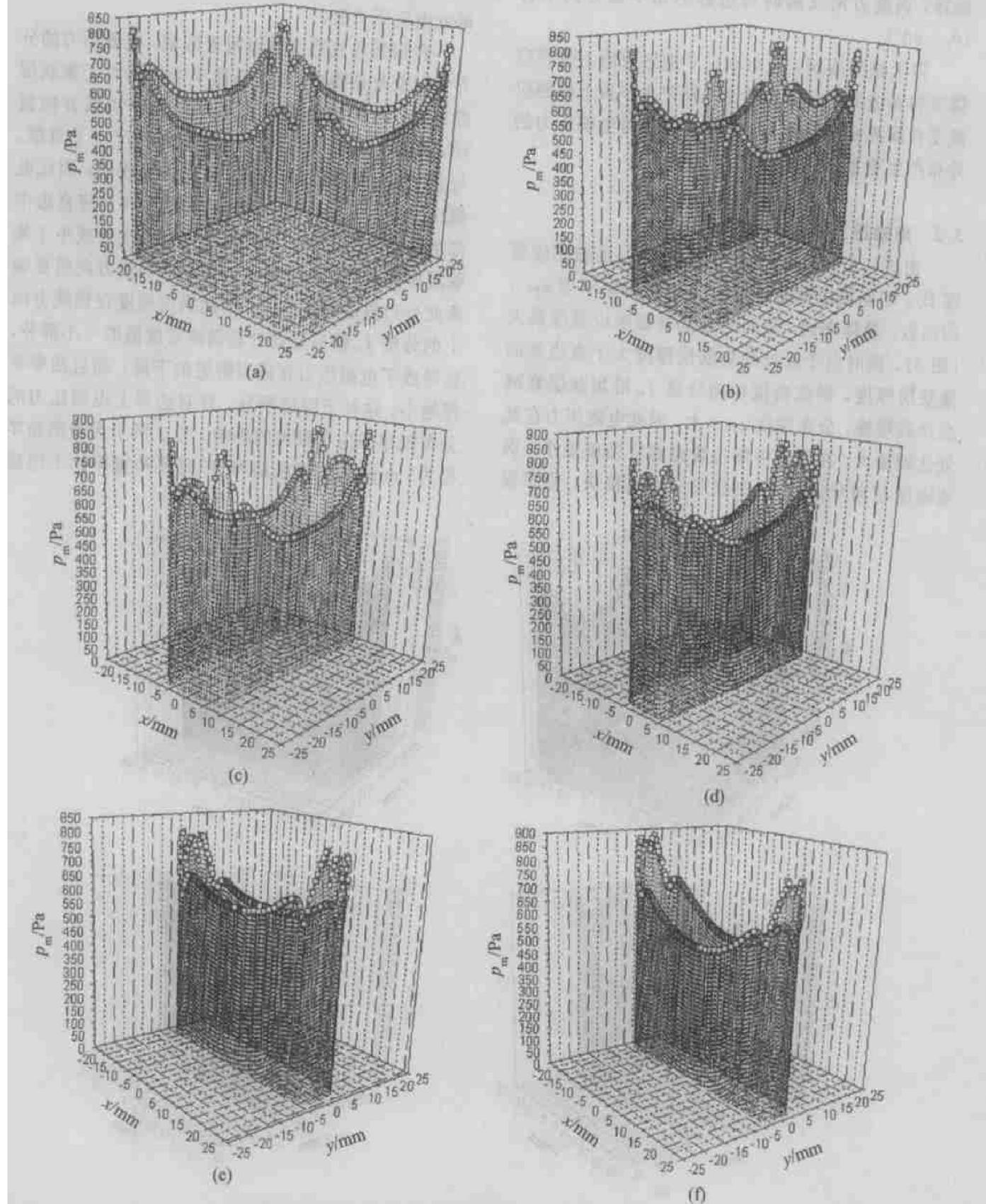


图 6 不同宽厚比矩形截面轮廓线上电磁压力的分布

**Fig. 6** Distributions of electromagnetic pressure on outlines of cross-sections of samples

with different width-thick ratio (radius is 3 mm)

(a) -1:1; (b) -2:1; (c) -3:1; (d) -4:1; (e) -5:1; (f) -6:1

改变剧烈, 极大地改变了电磁压力的分布形态。这种影响造成了以下结果:

1) 明显降低了图 5 中样件直边部分电磁压力的马鞍形起伏分布, 使得直边区域所受电磁压力更为均匀化;

2) 造成角部所受电磁压力与直边所受的电磁压力的明显分界;

3) 形成角部区(当宽厚比较大时则表现为整个窄边区域)电磁压力的突增。

这些由于形状因素造成的电磁压力分布改变, 总体上都有使样件轮廓向椭圆或圆形截面转变的趋势; 而在局部区域, 电磁压力分布又存在一些复杂的起伏, 这些规律表明要精确成形大宽厚比小尺寸矩形截面的样件是非常困难的。

图 7 所示为实验中用矩形截面形状感应器成形出来的高温合金样件的横截面, 可以看出其形状并非矩形, 角部特征已基本消失, 呈现近椭圆形形状。该结果说明了感应器在角部处产生了较大的电磁压力, 而宽边处的电磁压力则还不足以将其约束成直边这一事实, 这与以上计算所得结果是完全一致的。

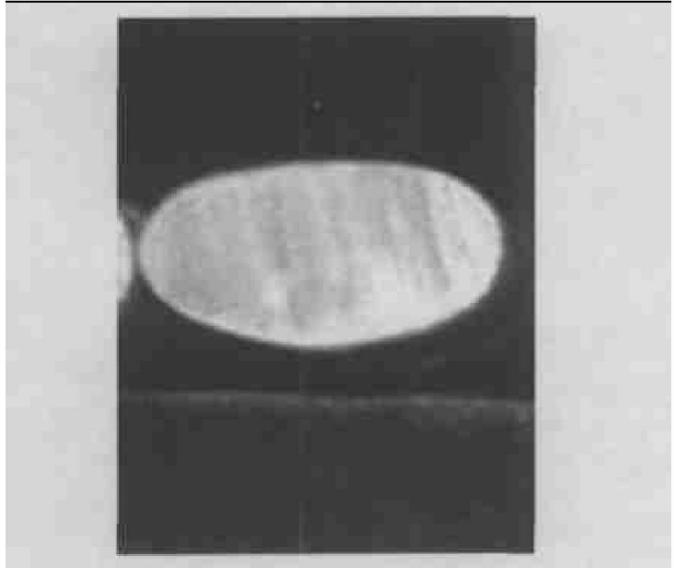


图 7 成形的矩形样件横向截面

Fig. 7 Cross-section of shaped rectangle sample

## 4 结论

1) 当样件与感应器内壁保持等间隙的情况下, 矩形截面样件的横截面廓线上的磁感应强度分布规律是: 4 个圆角处最高, 从圆角到宽边中点处逐渐降低, 到宽边中点处时达到最低, 随着样件宽厚比的增大, 厚边处磁感应强度明显大于宽边处, 并逐渐接近圆角处值。

2) 当圆角曲率半径较小(接近或小于集肤层厚度)时, 样件圆角部位的集肤层厚度明显大于直边部位的集肤层厚度。

3) 由于只有平行于样件边界的切向涡流分量才对电磁压力有贡献, 因此涡流与边界切线的夹角对其所产生的电磁压力有着直接的影响。样件圆角部位由于集肤层厚度改变, 造成涡流流动方向偏离边界的切线方向, 导致此区域电磁压力产生较大的变化。

4) 不同宽厚比的矩形截面样件廓线上的电磁压力总体上与磁感应强度分布一致, 圆角处升至最高, 宽边中点处达到最低, 随宽厚比增大, 窄边中点处电磁压力值则越接近圆角处值; 当圆角的曲率半径接近或小于集肤层厚度时, 在圆角与直边交界点附近, 电磁压力会发生明显衰减形成一个峰谷, 降低了直边处电磁压力的马鞍形起伏、在圆角与直边之间形成了明显的电磁压力分界、在角部处形成了较突出的电磁压力峰值。

## REFERENCES

- [1] SHEN Jun, PEI Xirfeng, HOU Jiarr Ping, et al. Effect of coupling between melt shape and temperature field on the process of electromagnetic [J]. Tran of NFSoc, 2001, 11(1): 40 - 44.
- [2] 李双明. 金属熔体双频电磁成形过程研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 1999.  
LI Shuangming. Study on Dual-Frequency Electromagnetic Shaping of Liquid Metal Process [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 1999.
- [3] 沈军, 李建国, 傅恒志. 平板熔体所受电磁压力的研究 [J]. 科学通报, 1999, 44(23): 2141 - 2145.  
SHEN Jun, LI Jiarr guo, FU Heng-zhi. Analysis of electromagnetic pressure on thin plate melt [J]. Chinese Science Bulletin, 1999, 44(23): 2141 - 2145.
- [4] Sakane J, Li B Q, Evans J W. Mathematical modeling of meniscus profile and melt flow in electromagnetic casters [J]. Metall Trans B, 1988, 19B(6): 397 - 408.
- [5] 金俊泽, 孙义海, 李廷举. 圆锭电磁铸造中电磁场及液柱形状的计算机模拟 [J]. 材料研究学报, 2000, 14(3): 249 - 254.  
JIN Jurr ze, SUN Yihai, LI Ting-ju. Computer simulation of electromagnetic field and shape of liquid column in round ingot electromagnetic casting [J]. Chinese Journal of Materials Research, 2000, 14(3): 249 - 254.
- [6] 黄军涛, 赫冀成. 方坯软接触结晶器电磁场分布及弯月面形状的数值模拟 [J]. 钢铁研究学报, 2001, 13

- (2) : 6 - 12.
- HUANG Jun tao, HE Ji cheng. Numerical simulation of electromagnetic field and meniscus shape in soft contacting billet mold [J]. Journal of Iron and Steel Research, 2001, 13(2) : 6 - 12.
- [7] Chari M V K, Konrad A, Palmo M A, et al. Three-dimensional vector potential analysis for machine field problems [J]. IEEE Trans on Mag, 1982, 18(2) : 436 - 446.
- [8] Pillsbury R D. A Three dimensional eddy current formulation using two potentials: the magnetic vector potential and total magnetic scalar potential [J]. IEEE Trans on Mag, 1983, 19 (6) : 2284 - 2287.
- [9] Biro O, Preis K. On the use of the magnetic vector potential in the finite element analysis of three-dimensional eddy currents [J]. IEEE Trans on Mag, 1989, 25(4) : 3145 - 3159.
- [10] Biro O. Use of a tow-component vector potential for 3D eddy current calculations [J]. IEEE Trans on Mag, 1988, 24(1) : 102 - 104.
- [11] Morisue T, Fukumi M. 3-D eddy current calculation using the magnetic vector potential [J]. IEEE Trans on Mag, 1988, 24(1) : 106 - 109.
- [12] Morisue T. A new formulation of the magnetic vector potential method in 3-D multiply connected regions [J]. IEEE Trans on Mag, 1988, 24(1) : 110 - 113.
- [13] 俞建威, 沈军. 一种新的六面体有限元网格算法 [J]. 计算机工程与设计, 2003, 24(9) : 22 - 25.
- YU Jianwei, SHEN Jun. A new method of hexahedral mesh generation in 3-D finite elements [J]. Computer Engineering and Design, 2003, 24(9) : 22 - 25.
- [14] Kershaw D S. The ICCG method for iterative solution of systems of linear equations [J]. J of Comp Phys, 1978, 26: 43 - 65.
- [15] Trowbridge C W. Electromagnetic computing: the way ahead! [J]. IEEE Trans on Mag, 1988, 24(1) : 8 - 13.

(编辑 陈爱华)