

文章编号: 1004-0609(2006)02-0253-07

纤维拔出时界面分离能释放率的应力函数分析^①

刘鹏飞, 陶伟明, 郭乙木

(浙江大学 工程力学系, 杭州 310027)

摘 要: 当引入应力平衡方程、边界条件和连续性条件时, 提出了一个描述纤维拔出过程中、分离界面伴随摩擦时的弹性应力传递理论模型。根据最小势能原理, 获得了纤维和基体中所有应力的求解和考察界面断裂特性的分离能释放率 G 的表达式, 且当引入一个界面分离准则 $G \geq \Gamma_i$ 时, 提供了一个确定临界分离长度的方法。对纤维增强复合材料 SiC/Ti6Al4V 进行了数值计算, 且和 shear-lag(剪滞)理论结果作比较。

关键词: SiC 纤维增强复合材料; 纤维拔出; 应力分析; 能量释放率

中图分类号: TG 332

文献标识码: A

Analysis of energy release rate for interfacial debonding in fiber pull-out by using stress functions

LIU Peng-fei, TAO Wei-ming, GUO Yi-mu

(Department of Engineering Mechanics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: By introducing stress equilibrium equations, boundary and continuity conditions, a theoretical model on the elastic stress transfer with friction at the debonded interface in fiber pull-out was established. Based on the minimum complementary energy principle, all stress solutions in the fiber and matrix, an expression for the energy release rate G which explores the interfacial fracture properties were obtained. When an interfacial debonding criterion $G \geq \Gamma_i$ was introduced, a method for determining the critical debond length was provided. Numerical calculations were conducted for the fiber-reinforced composite SiC/Ti6Al4V and the results were compared with those obtained by using the shear-lag theories.

Key words: SiC fiber-reinforced composites; fiber pull-out; stress analysis; energy release rate

SiC 纤维增强金属基复合材料由于具有高强度、耐高温和高断裂韧性等优点, 在航空航天等领域具有广泛的应用价值, 而其中一个重要的增韧机理是纤维桥联基体裂纹效应。桥联过程中分离界面上伴随着复杂的摩擦和滑移, 很大程度上影响复合材料的力学特性^[1-4]。

由于纤维施加在基体裂纹上的桥联载荷对于纤维来说是拔出载荷, 因此对纤维拔出的微观力学测试已成为考察界面断裂和失效特性的广泛使用的方法^[5]。为分析增韧效应, 在纤维拔出过程中, 建立

一个有效的界面分离准则是必要的。当前使用较多的界面分离准则是以界面剪切强度作为参考, 通过计算最大界面剪切应力来判断界面是否进一步分离^[6]。按照基于能量的界面分离准则, 当界面分离能释放率 G 超过界面分离韧性 Γ_i 时, 界面裂纹扩展。已经证明, 基于能量的分离准则在预测界面失效时较强度准则更可靠^[7]。

显然, 准则地计算纤维和基体中的应力和应变场对于获得一个准确的能量释放率的求解是很关键的。分别运用剪滞理论和拉梅方法, Hsueh^[8] 和

① 基金项目: 浙江省自然科学基金资助项目(M503095)

收稿日期: 2005-06-23; 修订日期: 2005-11-08

作者简介: 刘鹏飞(1980-), 男, 博士研究生

通讯作者: 陶伟明, 教授; 电话: 0571-87951769; E-mail: taowm@zju.edu.cn

Ochiai 等^[9] 获得了分离能释放率的解, 然而由于忽略了纤维中的剪切应力和应变能、界面径向应力、基体轴向应力随径向位置的变化及泊松效应等, 具有一定缺陷。当基体轴向应力被集中于一个有效半径上的一个等效轴向应力代替时, Chiang^[10] 推导出包括纤维轴向应变能、基体轴向和剪切应变能在内的分离能释放率的表达式。Rauchs 等^[11] 运用有限元法, 获得了能量释放率的数值解, 然而过度的简化导致较大误差。

本文作者采用应力平衡方程, 引入应力函数来分析界面分离准则, 在最小势能原理的基础上, 获得了界面分离且伴随摩擦滑移时、纤维和基体中的各项应力和能量释放率的求解。数值结果和 Hsueh^[8]、Chiang^[10] 结果作比较。

1 界面分离准则

1.1 应力分析

图 1 所示为一个半径为 r_1 、嵌入外半径为 r_2 的基体中的单纤维。纤维体积分数 $\varphi_f = r_1^2/r_2^2$, 基体体积分数 $\varphi_m = 1 - \varphi_f$ 。嵌入基体的纤维长度 L , 界面分离长度 L_d 。纤维和基体均考虑成线弹性。定义一个柱坐标系(r, θ, z), z 轴为纤维轴向, 纤维加载端和嵌入端分别为 $z = 0$ 和 $z = L$ 。纤维拔出应力 σ_b 平行于 z 轴。

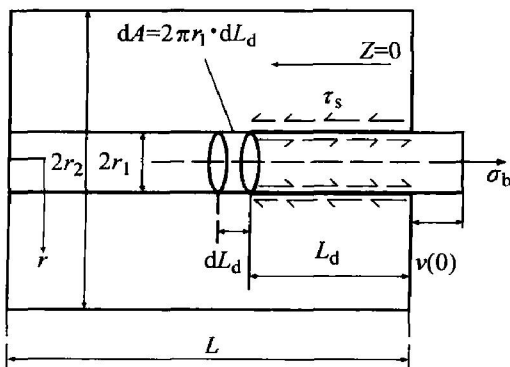


图 1 拔出应力作用下分离界面上的摩擦滑移

Fig. 1 Frictional sliding at debonded interface under pull-out stress

纤维轴向应力 σ 和界面剪切应力 $\tau(z)$ 满足

$$\frac{d\sigma(z)}{dz} = -\frac{2}{r_1}\tau(z) \quad (1)$$

式中 $\sigma(z)$ 考虑为纤维横截面上的平均轴向应力。纤维和基体轴向应力之间的平衡要求为

$$\varphi_f \sigma_b = \varphi_m \sigma_m(z) + \varphi_f \sigma_f(z) \quad (2)$$

在分离界面上, 假设剪切应力 $\tau(z)$ 退化为摩擦应力 τ_s , 则联合式(1)和(2)获得

$$\sigma_f(z) = \sigma_b - \frac{2\tau_s}{r_1}z \quad (3)$$

$$\sigma_m(z) = \frac{\varphi_f}{\varphi_m} \frac{2\tau_s}{r_1}z = \frac{2\lambda\tau_s}{r_1}z \quad (4)$$

在柱坐标系下, 对于一个空间轴对称问题, 忽略体积力时的应力平衡方程可表达为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial r} + \frac{\partial \tau}{\partial z} + \frac{\sigma - \sigma^\theta}{r} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{\partial \tau}{\partial r} + \frac{\tau}{r} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

按 Wu 等^[12], 当引入一个应力函数 $\Phi = f_i(r) \times g_j(z)$ 时, 满足式(5)的应力解可表达为

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \\ \tau &= -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z} \\ \sigma &= \sigma^\theta = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中 $i = f, j = 1$ 和 $i = m, j = 2$ 分别表示纤维和基体。 r, θ, z 分别表示径向、环向和轴向。

因此, 界面结合区域 $L_d \leq z < L$ 内的应力解可表达为

$$\sigma = \left[\frac{\partial^2 f_i(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f_i(r)}{\partial r} \right] g_j(z) \quad (7a)$$

$$\tau = -\frac{\partial f_i(r)}{\partial r} \frac{\partial g_j(z)}{\partial z} \quad (7b)$$

$$\sigma = \sigma^\theta = f_i(r) \frac{\partial^2 g_j(z)}{\partial z^2} \quad (7c)$$

1.2 应力边界条件

$$\sigma_f(z = L_d) = \sigma_b - \frac{2\tau_s L_d}{r_1} = \sigma_d \quad (8a)$$

$$\sigma_m(z = L_d) = \frac{\varphi_f}{\varphi_m} \frac{2\tau_s L_d}{r_1} = \frac{2\lambda\tau_s L_d}{r_1} \quad (8b)$$

$$\sigma_f(z = L) = \frac{E_f \varphi_f}{E_c} \sigma_b \quad (8c)$$

$$\sigma_m(z = L) = \frac{\lambda \varphi_m E_m}{E_c} \sigma_b \quad (8d)$$

$$E_c = \varphi_f E_f + \varphi_m E_m \quad (8e)$$

$$\sigma_f(r = r_1) = \sigma_m(r = r_1) \quad (8f)$$

$$\tau_f(z = r_1) = \tau_m(z = r_1) = \tau_s(z) \quad (8g)$$

$$\sigma_m(r = r_2) = 0 \quad (8h)$$

$$\tau_m(r = r_2) = 0$$

式中 式(8a)和(8b)分别表示纤维和基体轴向应力在分离端 $z = L_d$ 处的连续性; 式(8c)和(8d)分别表示纤维和基体轴向应力在 $z = L$ 处的边界条件^[10];

式(8e)和(8f)分别表示纤维和基体径向和剪切应力在界面结合处的连续性; 式(8g)和(8h)分别表示基体径向和剪切应力在基体外表面 $r = r_2$ 处的边界条件。 α_0 为分离端纤维轴向应力^[5]。 E_f , E_m , E_c 分别为纤维、基体和复合材料弹性模量。

1.3 应力求解

求解式(5b), 纤维剪切应力 $\tau_f(r, z)$ 计算为

$$\tau_f(r, z) = \frac{r}{r_1} \tau_i(z) \quad (9)$$

根据式(1), (2), (5a), (8f)和(8h), 基体剪切应力 $\tau_m(r, z)$ 计算为

$$\tau_m(r, z) = \frac{\lambda(r_2^2 - r^2)}{r_1 r} \tau_i(z) \quad (10)$$

将式(7a)代入(8a), 函数 $f_1(r)$ 和 $f_2(r)$ 可表达为

$$\left. \begin{aligned} f_1(r) &= \frac{\alpha_0}{4} r^2 + C_1 \\ f_2(r) &= C_2 r^2 + C_3 \ln r + C_4 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中 $C_i (i = 1 \sim 4)$ 为常系数。

联合式(2)、(7a)和(11), 则函数 $g_1(z)$ 和 $g_2(z)$ 之间的关系表达为

$$g_2(z) = \frac{\lambda \alpha_0 - \alpha_0 g_1(z)}{4C_2} \quad (12)$$

联合式(5), (8e)~(8h), (11)和(12), 则系数 C_i 和纤维、基体中的所有应力表达为

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= -\frac{\alpha_0}{4} [r_1^2 + \lambda(r_1^2 - r_2^2 - 2r_2^2 \ln(r_1/r_2))] \\ C_2 &= -\lambda \frac{\alpha_0}{4} \\ C_3 &= -\lambda \frac{r_2^2 \alpha_0}{2 \ln r_2} \\ C_4 &= \lambda \frac{\alpha_0 r_2^2}{4} \end{aligned} \right\} \quad (13a)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \alpha_0 g_1(z) \\ \tau^z &= -\frac{\alpha_0 r}{2} \frac{\partial g_1(z)}{\partial z} \\ \alpha &= \alpha^0 = \frac{\alpha_0}{4} [r^2 - r_1^2 - \lambda(r_1^2 - r_2^2 - 2r_2^2 \ln(r_1/r_2))] \frac{\partial^2 g_1(z)}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \quad (13b)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_m &= \lambda [\alpha_0 - \alpha_0 g_1(z)] \\ \tau_m^z &= \lambda \frac{\alpha_0}{2} (r - \frac{r^2}{r}) \frac{\partial g_1(z)}{\partial z} \\ \alpha_m &= \alpha_m^0 = -\lambda \frac{\alpha_0}{4} [r^2 - r_2^2 - 2r_2^2 \ln(r/r_2)] \frac{\partial^2 g_1(z)}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \quad (13c)$$

根据式(13), 纤维和基体中的所有应力均由函数 $g_1(z)$ 来决定。

1.4 最小势能原理

对于一个稳定的平衡系统, 最小势能原理可表述为: 在所有几何可能位移中, 真实位移总是使总势能 Π 取最小值

$$\begin{aligned} \Pi &= U_e + U_f - U_w \\ &= U_{ed} + U_{eb} + U_f - U_w \end{aligned} \quad (14)$$

式中 U_e 为纤维和基体总应变能; U_{ed} 和 U_{eb} 分别为分离界面和结合界面的应变能; U_w 为拔出应力 α_0 做功; U_f 为摩擦应力 τ_s 做功。

界面分离区域 $0 \leq z < L_d$ 内的应变能 U_{ed} 可分为由远场拉伸应力 α_0 和由摩擦应力 τ_s 引起的纤维和基体的应变能之和

$$\begin{aligned} U_{ed} &= \int_0^{L_d} \int_0^1 \left[\frac{(\alpha_f(z))^2}{2E_f} + \frac{(\tau_f(z))^2}{2G_f} \right] 2\pi r dr dz + \\ &\quad \int_0^{L_d} \int_0^2 \left[\frac{(\alpha_m(z))^2}{2E_m} + \frac{(\tau_m(z))^2}{2G_m} \right] 2\pi r dr dz \\ &= \frac{\pi r_1^2}{2E_f} \left[\alpha_0^2 L_d - \frac{2\tau_s \alpha_0 L_d^2}{r_1} + \frac{4\tau_s^2 L_d^3}{3r_1^2} \right] + \\ &\quad \frac{\pi r_1^2 L_d \tau_s^2}{4G_f} + \frac{2\pi \lambda r_2^3 \tau_s^2}{3E_m} + \frac{\pi \lambda^2 L_d \tau_s^2}{4r_1^2 G_m} \cdot \\ &\quad [4r_2^4 \ln(r_2/r_1) + 4r_1^2 r_2^2 - r_1^4 - 3r_2^4] \end{aligned} \quad (15)$$

式中 G 为剪切模量, 且 $G = E/[2(1+\nu)]$ 。忽略了径向和环向应力的影响。

界面结合区域 $L_d \leq z < L$ 内的应变能 U_{eb} 表达为

$$U_{eb} = \sum U_{ebi} (i = f, m) \quad (16)$$

$$U_{ebf} = \int_{L_d}^L \int_0^1 \left[\frac{1}{2} \alpha^0 \xi + \frac{1}{2} \alpha^0 \xi^0 + \tau^z \xi^z \right] 2\pi r dr dz \quad (17a)$$

$$U_{ebm} = \int_{L_d}^L \int_{r_1}^2 \left[\frac{1}{2} \alpha_m^0 \xi_m + \frac{1}{2} \alpha_m^0 \xi_m^0 + \tau_m^z \xi_m^z \right] \times 2\pi r dr dz \quad (17b)$$

纤维和基体的应力—应变关系表达为

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{1}{E_i} [\alpha_i^0 - \nu_i (\alpha_i^0 + \alpha_i^0)] \\ \xi &= \frac{1}{E_i} [\alpha_i^0 - \nu_i (\alpha_i^0 + \alpha_i^0)] \\ \xi^0 &= \frac{1}{E_i} [\alpha_i^0 - \nu_i (\alpha_i^0 + \alpha_i^0)] \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中 ν 为泊松比。

联合式(16)~(18), 应变能 U_{eb} 可计算为

$$U_{eb} = \frac{\pi}{2} \int_{L_d}^L \left[\frac{r_1^2 \alpha_0^2 g_1^2(z)}{E_f} + \frac{\lambda r_1^2}{4E_m} [4(\alpha_0 - \alpha_0 g_1(z))^2 / \lambda + \right.$$

$$\rho_1^2(1+v_m)\alpha_1^2 \cdot \left[\frac{\partial g_1(z)}{\partial z} \right]^2 dz \quad (19)$$

$$\text{式中 } \rho = \frac{4}{\alpha_1^2} \ln(r_2/r_1) - \frac{3}{\alpha_1^2} + \frac{4}{\alpha_1} - 1$$

对于总势能 Π 欧拉-拉格朗日方程可表达为

$$\frac{d}{dz} \left[\frac{\partial F}{\partial g_1'(z)} \right] - \frac{\partial F}{\partial g_1(z)} = 0 \quad (20)$$

式中 F 为式(19)中的积分表达式

将表达式 F 代入式(20)中, 获得

$$g_1''(z) - \beta^2 g_1(z) = C \quad (21)$$

$$\beta^2 = \frac{4\alpha + \lambda}{\rho \lambda^2 r_1^2 (1+v_m)} \quad (22)$$

$$C = - \frac{4\alpha}{\alpha_1 \rho \lambda^2 r_1^2 (1+v_m)} \quad (23)$$

$$\alpha = E_m/E_f$$

求解式(21), 获得

$$g_1(z) = A \sinh[\beta(z - L_d)] + B \cosh[\beta(z - L_d)] + \frac{\alpha}{\alpha_1} \frac{\varphi E_f}{E_c} \quad (24)$$

根据式(8a) ~ (8d) 和(24), 系数 A 和 B 分别计算为

$$A = \left\{ \frac{\varphi_m E_f}{E_c} \frac{\alpha}{\alpha_1} - \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha_1} \frac{\varphi E_f}{E_c} \right) \cdot \frac{\cosh[\beta(L - L_d)]}{\sinh[\beta(L - L_d)]} \right\} \quad (25a)$$

$$B = 1 - \frac{\alpha}{\alpha_1} \frac{\varphi E_f}{E_c} \quad (25b)$$

当 $L \rightarrow \infty$ 时, 系数 A 进一步计算为

$$A = - \left[1 - \frac{\alpha}{\alpha_1} \frac{\varphi E_f}{E_c} \right] \quad (26)$$

因此, 界面结合区域 $L_d \leq z < L$ 内的纤维轴向应力 $\sigma(z)$ 获得

$$\sigma(z) = \alpha_1 B \exp[-\beta(z - L_d)] + \frac{\varphi E_f \alpha}{E_c} \quad (27)$$

联合式(1)和(27), 界面结合区域 $L_d \leq z < L$ 内的剪切应力 $\tau(z)$ 获得

$$\tau(z) = \frac{r_1 \beta \alpha_1}{2} \exp[-\beta(z - L_d)] \quad (28)$$

1.5 能量释放率

纤维和基体轴向位移分别计算为

$$w_f(z) = \int_z^{L_d} \frac{\sigma_b - 2\tau_z/r_1}{E_f} dz + \int_{L_d}^L \frac{\sigma(z)}{E_f} dz$$

$$= \frac{\alpha_b}{E_f} (L_d - z) - \frac{\tau_s (L_d^2 - z^2)}{r_1 E_f} + \frac{\varphi_m E_m \alpha_b / E_c - 2\tau_s L_d / r_1}{E_f \beta} + \frac{\varphi_1 \alpha_b}{E_c} (L - L_d) \quad (29)$$

$$w_m(z) = \int_z^{L_d} \frac{2\tau_s z / r_1}{E_m} dz + \int_{L_d}^L \frac{\sigma_m(z)}{E_m} dz = \frac{\tau_s (L_d^2 - z^2)}{r_1 E_m} + \frac{\varphi_1 \alpha_b}{E_c} (L - L_d) - \frac{\lambda \varphi_m E_m \alpha_b / E_c - 2\tau_s L_d / r_1}{E_m \beta} \quad (30)$$

式中 $w_f(z)$ 和 $w_m(z)$ 方向均与 z 轴相反。当 $L \rightarrow \infty$ 时, 式(29)和(30)忽略了幂次项的影响。

纤维和基体之间的相对轴向位移 $v(z)$ 计算为

$$v(z) = |w_f(z) - w_m(z)| = - \frac{E_c \tau_s}{r_1 E_f E_m \varphi_m} (L_d^2 - z^2) + \frac{\alpha_b}{E_f} (L_d - z) + \frac{\alpha_b}{\beta E_f} - \frac{2\tau_s L_d E_c}{r_1 \beta E_f E_m \varphi_m} \quad (31)$$

摩擦应力 τ_s 做功 U_f 计算为

$$U_f = 2\pi r_1 \int_0^{L_d} \tau_s [v(z) - u_{\text{shear}}] dz = 2\pi r_1 \left[- \frac{2E_c \tau_s^3 L_d^3}{3r_1 E_f E_m \varphi_m} + \frac{\alpha_b \tau_s L_d^2}{2E_f} + \frac{\alpha_b \tau_s L_d}{\beta E_f} - \frac{2E_c \tau_s^2 L_d^2}{r_1 \beta E_f E_m \varphi_m} - \frac{r_1 \tau_s^2 \phi L_d}{2G_m} \right] \quad (32)$$

式中 $u_{\text{shear}} = \tau_s r_1 \phi / (2G_m)$ 为基体剪切扭曲对裂纹展开位移的贡献; ϕ 为一个无量纲的参数, 可表达为^[5]

$$\phi = - [2 \ln \varphi_1 + \varphi_m (3 - \varphi_1)] / (2\varphi_m) \quad (33)$$

拔出应力 α_b 做功 U_w 可计算为

$$U_w = \pi r_1^2 \alpha_b U_{\text{debond}} \quad (34)$$

式中 U_{debond} 为由界面分离导致的复合材料附加位移 $w_f(z)$, 且可定义为纤维轴向位移在纤维加载端 $z = 0$ 的值与界面无分离时的复合材料位移 w_c 之差

$$U_{\text{debond}} = w_f(0) - w_c = w_f(0) - \varphi_1 \alpha_b L / E_c = \frac{\alpha_b E_m \varphi_m L_d}{E_f E_c} - \frac{\tau_s L_d^2}{r_1 E_f} + \frac{\varphi_m E_m \alpha_b / E_c - 2\tau_s L_d / r_1}{E_f \beta} \quad (35)$$

当界面裂纹扩展 dL_d 时, 分离界面上的应变能以 $dA = 2\pi r_1 dL_d$ 的因子变化。联合式(14), (16), (19), (32) 和(34), 能量释放率 G 的表达式获得

$$\begin{aligned}
G &= -\frac{1}{2\pi r_1} \frac{\partial \Pi}{\partial L_d} \\
&= \lambda L_d^2 + \lambda_2 L_d + \lambda_3 \\
\lambda &= \frac{E_c \tau_s}{r_1 E_f \phi_m E_m} \\
\lambda_2 &= -\frac{\rho \lambda^2 r_1 \beta (1 + \nu_m) \tau_s}{4E_m} + \\
&\quad \frac{3E_c \tau_s}{r_1 \beta E_f \phi_m E_m} - \frac{q_b \tau_s}{E_f} \\
\lambda_3 &= \frac{\rho^2 \lambda^2 \beta \phi_m (1 + \nu_m) q_b \tau_s}{8E_c} - \\
&\quad \frac{3q_b \tau_s}{2E_f \beta} + \frac{r_1 E_m \phi_m q_b^2}{4E_c E_f} + \frac{r_1 \phi_m^2}{2G_m} - \\
&\quad \frac{r_1 \tau_s}{8G_f} - \frac{\lambda^2 \tau_s}{8r_1^3 G_m} \cdot \\
&\quad [4r_1^4 \ln(r_2/r_1) + 4r_1^2 r_2^2 - r_1^4 - 3r_2^4]
\end{aligned} \quad (36)$$

上式表明, 当材料和几何参数确定时, 能量释放率 G 是分离长度 L_d 的二阶函数。

与式(36) 比较, Hsueh^[8] 和 Chiang^[10] 分别获得如下结果

$$G = \frac{r_1 \phi_m E_m}{4E_f E_c} \left[q_b - \frac{2\tau_s E_c L_d}{r_1 \phi_m E_m} \right] = \frac{E_c \tau_s}{r_1 E_f \phi_m E_m} L_d^2 - \frac{q_b \tau_s}{E_f} L_d + \frac{r_1 E_m \phi_m q_b^2}{4E_c E_f} \quad (37)$$

$$G = \frac{E_c \tau_s}{r_1 E_f \phi_m E_m} L_d^2 + \left[\frac{E_c \tau_s}{r_1 E_f \phi_m E_m} - \frac{q_b \tau_s}{E_f} \right] L_d + \frac{r_1 E_m \phi_m q_b^2}{4E_c E_f} - \frac{r_1 \phi_m^2 \tau_s}{2E_f} \quad (38)$$

$$\eta_f = \frac{4E_c G_m}{\phi_m E_m E_f \phi} \quad (39)$$

2 结果与讨论

SiC 纤维增强复合材料 SiC/Ti-6Al-4V^[13] 用于数值计算。材料参数: $E_f = 400$ GPa, $E_m = 115$ GPa, $\phi_f = 0.17$, $\phi_m = 0.3$ ^[13]。纤维拉伸强度 $\sigma_s = 4.19$ GPa^[14]。纤维半径 $r_1 = 10$ μm 。

图 2 所示为随标准化分离长度 L_d/r_1 的增加, 能量释放率 G 的分布。理论上, 在式(36)~(38)中, 摩擦应力 τ_s 以 $E_c \tau_s / (r_1 E_f \phi_m E_m)$ 的形式贡献于 G , 因此, 随 L_d/r_1 的增加, 产生了一条先下降后上升的曲线。然而, 由于界面分离只发生在 $G > \Gamma_i$ 这里, 界面分离韧性假设为 $\Gamma_i = 1$ J/m², 当条件 $G = \Gamma_i$ 满足时, 界面分离停止, 因此 $G - L_d/r_1$ 曲线后上升部分实际上是无意义的。

对于 $G - L_d/r_1$ 曲线下降部分, 当 $G > \Gamma_i$ 时, 本文获得的 G 值比 Hsueh^[8] 和 Chiang^[10] 稍小, 这

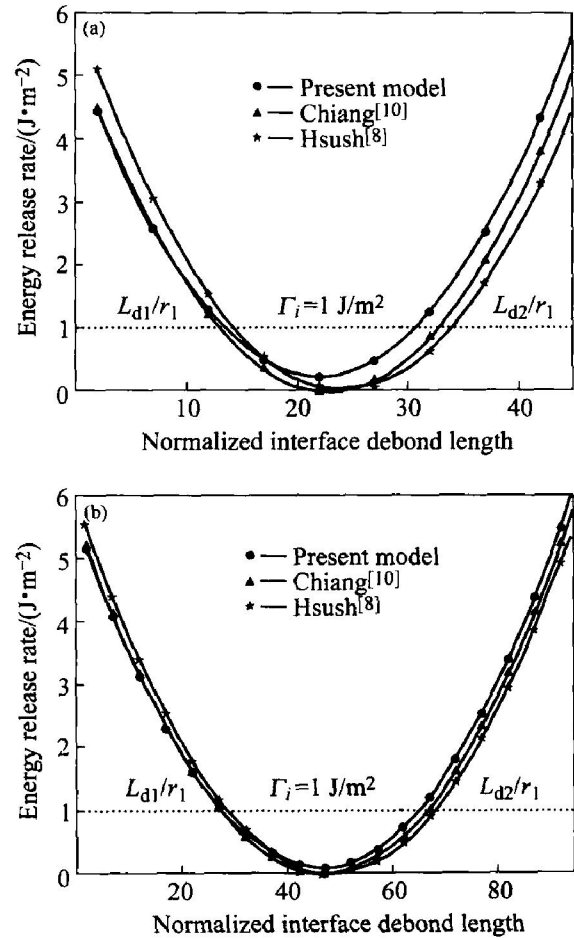


图 2 不同条件下能量释放率随标准化分离长度的分布

Fig. 2 Distributions of energy release rate with normalized debond length under different conditions

(a) — $q_b = 1$ GPa, $\phi_f = 1\%$, $\tau_s = 20$ MPa;

(b) — $q_b = 1$ GPa, $\phi_f = 1\%$, $\tau_s = 10$ MPa

可解释为: Hsueh 忽略了纤维和基体中的剪切应力和应变能, 纤维和基体径向应力, 基体轴向应力随径向位置的变化及泊松效应。Chiang 只进一步考虑到基体剪切应力和应变能的影响。

比较图 2(a) 和(b), 随摩擦应力 τ_s 增加, 本文获得 G 值和 Hsueh、Chiang 获得的 G 值之间的差距变大。结论也能从式(36) 获得解释: 由参数 β 和远场纤维轴向应力 σ_f^∞ 决定的纤维、基体剪切项和泊松效应的强度均正比于摩擦应力 τ_s 。因此, 随摩擦应力 τ_s 增加, 剪滞理论中忽略的纤维、基体应变能和泊松效应, 抑制界面失效作用增大。

当引入一个界面分离准则 $G \geq \Gamma_i$ 时, 通过求解式(36), 临界分离长度能确定

$$L_{d1, 2} = \frac{-\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 - 4\lambda(\lambda - \Gamma_i)}}{2\lambda} \quad (40)$$

由于 $G-L_d/r_1$ 曲线只有下降部分有意义, 因此上式中只有较小的 L_{d1} ($L_{d1} < L_{d2}$) 是有意义的。结论也由 Liu 等^[15] 证实, 区别在于: Liu 获得的结论是建立在拉梅求解的基础上, 和剪滞理论具有同样的缺陷。当时 $\Gamma_i = 1 \text{ J/m}^2$, 本文获得的 L_{d1} 值较 Hsueh 和 Chiang 稍小, 在摩擦应力分别为 $\tau_s = 10, 20 \text{ MPa}$ 时, 临界分离长度分别为 $L_{d1} = 275, 135 \mu\text{m}$ 。

图 3 所示为摩擦应力 τ_s 对能量释放率 G 的影响。对于 $G-L_d/r_1$ 曲线下降部分, 在界面分离停止之前, 随摩擦应力 τ_s 增加, 出现一段更长的分离长度, 且当 L_d/r_1 相同时, 获得更小的 G 值。当摩擦应力 τ_s 减小且逐渐接近零时, $G-L_d/r_1$ 曲线逐渐接近水平, 在 $\tau_s = 0$ 时, 分离能释放率获得最大值 $G = 6.03 \text{ J/m}^2$, 此时界面抵抗失效的能力最弱。

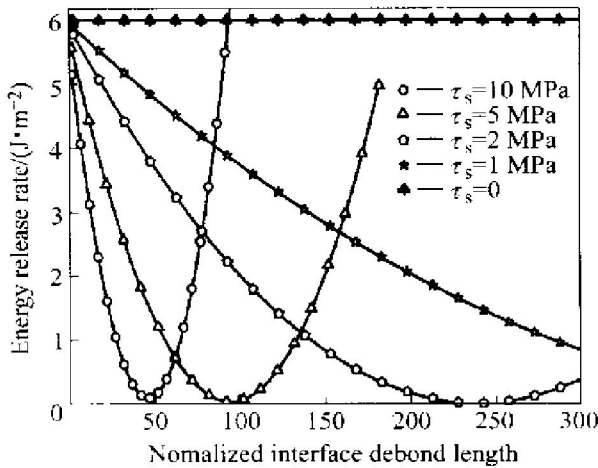


图 3 当 $\sigma_b = 1 \text{ GPa}$, $\varphi_f = 1\%$ 时, 不同摩擦应力下能量释放率随标准化分离长度的分布

Fig. 3 Distributions of energy release rate with normalized debond length under $\sigma_b = 1 \text{ GPa}$, $\varphi_f = 1\%$, and different friction stresses

图 4 所示为纤维体积分数 φ_f 对能量释放率 G 的影响。对于 $G-L_d/r_1$ 曲线下降部分, 当 φ_f 较小时, G 值相差不大; 而当 φ_f 较大时, G 值较大程度的减小, 抑制界面失效的能力增强。

3 结论

假设分离界面上的摩擦应力为常数, 建立了纤维拔出过程中伴随界面分离时, 界面弹性应力传递的应力函数求解模型。基于最小势能原理, 分别获得了满足所有平衡条件、界面连续性和边界条件的

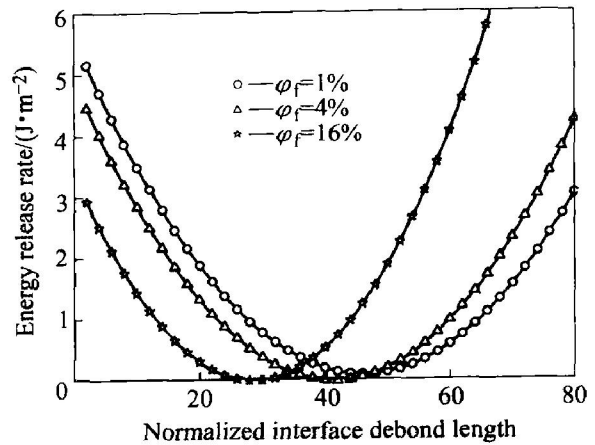


图 4 当 $\sigma_b = 1 \text{ GPa}$, $\tau_s = 10 \text{ MPa}$ 时, 不同纤维体积分数下能量释放率随标准化分离长度的分布

Fig. 4 Distributions of energy release rate G with normalized debond length under $\sigma_b = 1 \text{ GPa}$, $\tau_s = 10 \text{ MPa}$, and different fiber volume fractions

纤维和基体的应力解和界面分离能释放率的表达式。对 SiC 纤维增强复合材料 SCS-6/Ti-6Al-4V 作数值计算, 分析了各种参数对界面分离特性的影响, 且结果和剪滞理论结果作比较。

1) 引入一个界面分离准则后, 一个求解临界界面分离长度的方法获得。

2) 当摩擦应力 τ_s 值一直减小且接近零时, $G-L_d/r_1$ 曲线趋于水平, 直到界面无摩擦时, G 值为一个独立于界面分离长度 L_d 的常数。

3) 理论上, $G-L_d/r_1$ 曲线呈现先下降后上升的趋势, 然而只有在 $G > \Gamma_i$ 时才发生界面分离, 当条件 $G = \Gamma_i$ 满足时界面分离停止, 因此曲线后上升部分是无意义的。

4) 随摩擦应力 τ_s 增加, 纤维和基体剪切效应、泊松效应抑制界面失效的作用增强。

REFERENCES

- [1] 张 强, 陈国钦, 武高辉, 等. 含高体积分数的 SiC 的铝基复合材料制备与性能[J]. 中国有色金属学报, 2003, 13(5): 1180-1183.
ZHANG Qiang, CHEN Guo-qin, WU Gao-hui, et al. Fabrication and property of SiC_p/Al composites with high content of SiC[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2003, 13(5): 1180-1183.
- [2] Hampe A, Kalinka G, Meretz S, et al. An advanced

- equipment for single fibre pull-out test designed to monitor the fracture process [J]. *Composites*, 1995, 26 (1): 40 - 46.
- [3] Piggott M R. A new model for interface failure in fibre-reinforced polymers [J]. *Composites Science and Technology*, 1995, 55 (3): 269 - 276.
- [4] Begley M R, McMeeking R M. Numerical analysis of fibre bridging and fatigue crack growth in metal matrix composite materials [J]. *Mater Sci Eng A*, 1995, A200(1 - 2): 12 - 20.
- [5] Budiansky B, Cui Y L. Toughening of ceramics by short aligned fibers [J]. *Mechanics of Materials*, 1995, 21 (2): 139 - 146.
- [6] Lacroix T H, Keunings R, Desaeger M, et al. A new data reduction scheme for the fragmentation testing of polymer composites [J]. *Journal of Materials Science*, 1995, 30 (1): 683 - 692.
- [7] Honda K, Kagawa Y. Debonding criterion in the pushout process of fiber-reinforced ceramics [J]. *Acta Materialia*, 1996, 44 (8): 3267 - 3277.
- [8] Hsueh C H. Crack-wake interfacial debonding criteria for fiber-reinforced ceramic composites [J]. *Acta Materialia*, 1996, 44 (6): 2211 - 2216.
- [9] Ochiai S, Hojo M, Inoue T. Shear-lag simulation of the progress of interfacial debonding in unidirectional composites [J]. *Composites Science and Technology*, 1999, 59 (1): 77 - 88.
- [10] Chiang Y C. On fiber debonding and matrix cracking in fiber-reinforced ceramics [J]. *Composites Science and Technology*, 2001, 61(12): 1743 - 175.
- [11] Rauchs G, Withers P J. Computational assessment of the influence of load ratio on fatigue crack growth in fibre-reinforced metal matrix composites [J]. *International Journal of Fatigue*, 2002, 24 (12): 1205 - 1211.
- [12] Wu W, Verpoest I, Varna J. A novel axisymmetric variational analysis of stress transfer into fibres through a partially debonded interface [J]. *Composites Science and Technology*, 1998, 58 (12): 1863 - 1877.
- [13] Preuss M, Rauchs G, Doel T J A, et al. Measurements of fibre bridging during fatigue crack growth in Ti/SiC fibre metal matrix composites [J]. *Acta Materialia*, 2003, 51(4): 1045 - 1057.
- [14] Warrier S G, Maruyama B, Majumdar B S, et al. Behavior of several interfaces during fatigue crack growth in SiC/Ti-6Al-4V composites [J]. *Mater Sci Eng A*, 1999, A259(2): 189 - 200.
- [15] Liu Y F, Kagawa Y. The energy release rate for an interfacial debond crack in a fiber pull-out model [J]. *Composites Science and Technology*, 2000, 60 (2): 167 - 171.

(编辑 陈爱华)