

# 基于 Johnson-Cook 模型的 TC16 钛合金动态本构关系

杨 扬, 曾 毅, 汪冰峰

(中南大学 材料科学与工程学院, 长沙 410083)

**摘 要:** 利用 Instron 液压实验机和分离式 Hopkinson 压杆动态加载实验, 在温度为 298~773 K、应变率为 0.001~15 550/s 范围内得到 TC16 钛合金的准静态拉伸及动态压缩条件下的真应力—真应变曲线, 并基于 Johnson-Cook 模型对其进行拟合分析。提出拟合 Johnson-Cook 方程的简便方法: 即引入材料应力—应变曲线发展趋势项, 避免对材料绝热温升的估算。结果表明: 真应力随应变速率的增加而增加, 随温度的增加而降低; 当应变速率为  $10^5/s$  及温度高于 673 K 时, 材料此时的真应力低于准静态下的真应力; 获得 TC16 动态本构关系, 能较好地预测 TC16 钛合金的流变应力。

**关键词:** TC16 钛合金; 动态本构关系; Hopkinson 压杆试验; 应变速率; 温度

**中图分类号:** TG 113.2

**文献标识码:** A

## Dynamic constitutive relationship of TC16 titanium alloy based on Johnson-Cook model

YANG Yang, ZENG Yi, WANG Bing-feng

(School of Materials Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

**Abstract:** The true stress—true strain curves of Ti-3%Al-5%Mo-4.5%V alloy with a wide range of strain rates were investigated under uniaxial quasi-static tension and uniaxial dynamic compression respectively with Instron 8032 test machine and the split Hopkinson bar. A new method incorporating the stress—strain curve of Ti-3%Al-5%Mo-4.5%V alloy was proposed for determining the parameters based on Johnson-Cook model easily and avoiding the estimation of adiabatic temperature rising. The Johnson-Cook dynamic constitutive relationship for Ti-3%Al-5%Mo-4.5%V alloy was obtained. The results show that the true stress increases with increasing strain rate, while decreases with increasing temperature. Under the condition of high strain rate of  $10^5/s$  and temperature above 673 K, the true stress is even less than that under quasi-static condition. Good agreement is obtained between the model prediction and the experimental stress—strain curves for Ti-3%Al-5%Mo-4.5%V alloy under both quasi-static and dynamic loadings.

**Key words:** TC16; dynamic constitutive relationship; SHPB; strain rate; temperature

TC16 合金是俄罗斯航空材料研究院首先开发的一种新型钛合金(BT16), 属于高强度钛合金。该合金具有良好的力学性能和工艺性能, 如热变形性、焊接性、切削加工性和抗蚀性, 可加工成棒材、型材、板材、锻件、模锻件等半成品供应<sup>[1-2]</sup>, 且在航空航天等军工领域得到广泛应用<sup>[3-4]</sup>。

金属流变应力随变形温度、变形程度和应变速率

的变化规律, 即本构关系, 体现了在动态加载过程中材料对热力参数的动态响应, 是利用有限元对材料的塑性变形过程进行数值模拟的重要基础<sup>[5-6]</sup>。现在关于应变率和温度对几种主要钛合金<sup>[7-10]</sup>的塑性流动行为影响的研究较多, 而对 TC16 塑性流动行为的研究却罕见报道。当材料高速变形时, 可看作为绝热过程, 材料的绝热温升已成为影响材料本构关系的重要因素,

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(50471059, 50671121)

**收稿日期:** 2007-04-10; **修订日期:** 2007-10-20

**通讯作者:** 杨 扬, 教授, 博士; 电话: 0731-8830770; E-mail: yangyang@mail.csu.edu.cn

温度的升高降低了应变、应变速率强化作用,反过来强化作用的减弱又减缓了温度的上升。在变形的过程中,三者已成为互相作用和互相影响的3个因素<sup>[11]</sup>。由于这种现象的复杂性,在拟合本构方程时,温度项系数需要反复修改后才得到较好的结果<sup>[12]</sup>。WANG等<sup>[11]</sup>运用可恢复式的Hopkinson压杆技术(Bar-bar tensile impact apparatus, BTIA)对黄铜试样进行反复加载及卸载后冷却拉伸实验,得到高应变速率下材料的等温拉伸应力—应变曲线,排除温度对塑性变形的影响,得到材料的本构方程同时也增加了实验的复杂性。本文作者通过准静态实验和动态加载实验获得多种应变速率下的流变应力—应变曲线,引入一种新的拟合方法,得到基于Johnson-Cook模型的TC16钛合金动态本构关系,为随后进行数值模拟工作奠定基础。

## 1 实验

实验材料是钛合金TC16,成分为Ti-3%Al-5%Mo-4.5%V(质量分数),组织类型为马氏体型 $\alpha+\beta$ 态。8032型Instron液压实验机用于温度为293 K、应变速率为0.001 /s的准静态下拉伸实验,试样参照国标GB6397—86制备。

利用分离式Hopkinson压杆系统<sup>[13-14]</sup>在变形温度范围为293~773 K、应变速率范围为4 623~15 550 /s内冲击压缩加载;试样为圆柱型,应变速率为 $10^3$ 数量级时,试样尺寸为直径2 mm,高4 mm;应变速率为 $10^4$ 数量级时,试样直径和高都为2 mm。在较高应变速率实验中,采用小尺寸试样可以在不大幅提高杆的速度情况下,提高试样的应变,从而提高试样的应变速率。该系统可以控制应变速率和应变,并可进行高达900 °C的高温实验。同时它可以消除紧随拉伸波后的第二个压缩入射波,避免试样受到多次冲击压缩。在做高温实验时,入射杆和透射杆远离试样,仅对试样加温。由于没有附加的第二次冲击压缩,该系统同样可以进行在高应变速率和不同温度下的等温实验。

## 2 结果与分析

### 2.1 实验结果

图1所示为钛合金TC16在变形前的显微组织金相照片,其组织均匀且晶粒细小,晶粒尺寸在1  $\mu\text{m}$ 左右,可看出TC16具有较好的塑性变形能力和较高的强度。图2所示为各实验条件下材料的应力—应变曲线。从图

2 中的曲线3和6可以看出,变形温度对流变应力有较大的影响,在相近的应变速率下,随着初始温度升高及热软化作用,材料的流变应力和屈服应力显著下降;从曲线1、2、5也可看出应变速率的影响,在同一初始温度下,随着变形速率越大,所对应的应力值也越大,表明TC16合金属于应变速率敏感材料。当应变速率为 $10^5/\text{s}$ 及温度高于673 K时,材料此时的真应力甚至会低于准静态下的真应力,表明此条件下热软化作用大于应变速率强化作用。TC16合金随着温度的升高,塑性也显著提高,证明其良好的热变形能力。

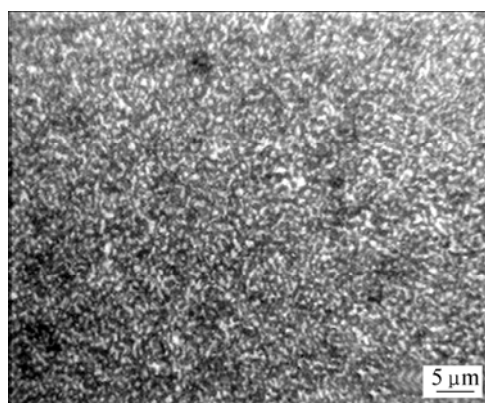


图1 TC16 钛合金的显微组织

Fig.1 Microstructure of TC16 Ti alloy

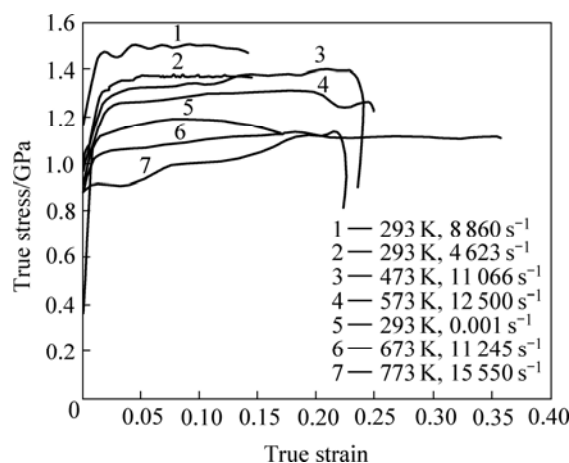


图2 不同条件下 TC16 的真应力—真应变曲线

Fig.2 True stress—true strain curves for TC16 under different conditions

### 2.2 本构模型的确立及参数获取

#### 2.2.1 确立本构模型

目前常用的热—粘塑性本构模型主要有<sup>[15]</sup>: Johnson-Cook模型、Zerilli-Armstrong模型、Follansbee-Kocks模型及Bodner-Paton模型等。其中Bodner-Paton本构模型将总应变张量分为弹性和塑性两部分,弹性

部分采用Hook定律来描述, 塑性部分则是从位错动力学出发, 建立塑性应变速率张量与应力偏张量第二不变量J2之间的关系, 该模型引入 $D_0$ 、 $n$ 、 $z_0$ 、 $z_1$ 、 $z_i$ 、 $A$ 、 $q$ 和 $m$ 等材料参数, 应用起来比较困难。Follansbee-Kocks本构模型是以机械临界应力作为内部变量的, 同样也引入较多的材料参数, 形式比较复杂。相比之下, Johnson-Cook模型与Zerilli-Armstrong模型的形式都比较简单, 都引入材料的应变强化、应变速率强化及热软化参数。Johnson-Cook模型是一个以经验为主的本构模型, 主要应用于大应变、高应变速率、高温变形的材料, 可应用于各种晶体结构。Zerilli-Armstrong常用于体心立方及面心立方金属, 并且对于不同的晶体结构有着不同的表达形式。而TC16的组织类型为马氏体型 $\alpha+\beta$ 态, 所以本实验选择Johnson-Cook模型作为TC16的本构模型, 模型的一般形式为<sup>[12]</sup>

$$\sigma = (A + B\varepsilon^n) \left[ 1 + C \left( \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^m \right] \left[ 1 - D \left( \frac{T - T_0}{T_0} \right)^k \right] \quad (1)$$

式中  $A$ 、 $\varepsilon_0$ 、 $T_0$  分别表示准静态实验下的屈服应力, 应变速率和温度;  $\varepsilon$  为变形速率;  $T$  为变形温度;  $B$ 、 $n$ 、 $C$ 、 $m$ 、 $D$  和  $k$  是6个待定参数, 本实验取  $A=1\ 111\ \text{MPa}$ ,  $\varepsilon_0=0.001/\text{s}$ 、 $T_0=293\ \text{K}$ 。

式(1)中  $T$  是指当前变形温度, 而非初始温度, 郭伟国<sup>[12]</sup>用以下方法求解不锈钢Johnson-Cook模型的温度项: 将整个变形过程分为若干步, 通过式(2)估算出每步长的绝热温升, 再加上前一步的温度作为变形温度。在拟合方程参数的过程中, 需将每步的应力值对应变形温度。而变形温度是随应力、应变而变化的一个参数, 是一个相对不稳定的值, 这给拟合其系数带来困难。

$$\Delta T = \frac{\eta}{\rho C_v} \int_{\varepsilon_s}^{\varepsilon_e} \sigma \, d\varepsilon \quad (2)$$

式中  $\eta$  为热功转换系数,  $\rho$  为材料密度,  $C_v$  为比热容;  $\varepsilon_s$  和  $\varepsilon_e$  分别为起、止应变变量。

为解决这个问题, 提出如下分步解决的方案。

1) 材料变形包括弹性变形和塑性变形, 塑性变形起始点的塑性功为0, 相应温升也为0。从图2可以看出动态加载曲线的塑性起始点在真应变为0.015附近, 可近似取0.015作为各种塑性变形的开始点, 用Johnson-Cook模型来预测真应变为0.015时的真应力值。

2) 得到材料应力—应变曲线发展趋势项。由图2可看出, 流变应力曲线的发展部分, 即塑性加载部分, 可近似认为是一组斜率不同的直线, 设直线斜率为 $s$ 。

通过分析式(1)可知, 不同加载条件下应变强化项对于曲线发展的影响一致, 并不决定其改变; 应变速率强化项是一个定值, 并不影响其变化; 温度同时随应力、应变的变化而变化, 是影响曲线发展的主要因素。图3所示为293 K下不同应变速率流变应力曲线及近似直线。可以看出, 同一温度下不同的应变速率对近似斜率 $s$ 的影响较小。通过图5也可看出温度是影响近似斜率 $s$ 变化的主要因素。

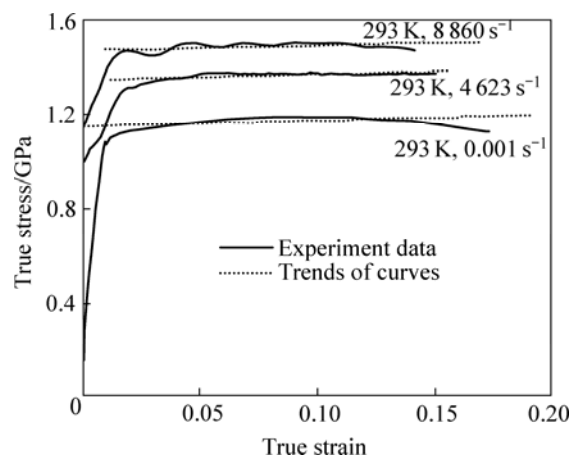


图3 293 K 下不同应变速率真应力—真应变曲线及近似直线

Fig.3 Approximate lines and true stress—true strain curves at 293 K and different rates

总之采取分两步走的方法, 先预测塑性变形起始点的应力值, 再确定其流变应力曲线的发展趋势(近似斜率 $s$ ), 从而可以完整地预测材料在整个变形过程中的流变应力, 也避免了绝热温升的估算。因此动态的Johnson-Cook方程可转化为以下的形式:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_{0.015} + s(\varepsilon - 0.015) = \\ &= (A + B \times 0.015^n) \left[ 1 + C \left( \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{0.001} \right)^m \right] \cdot \\ &\quad \left[ 1 - D \left( \frac{T - 293}{293} \right)^k \right] + s(\varepsilon - 0.015) \end{aligned} \quad (3)$$

## 2.2.2 参数获取

将图2中准静态曲线5(应变速率为0.001/s, 初始温度为293 K)的数据代入式(1), 利用最小二乘法拟合得到:  $B=106.62$ ,  $n=0.29$ 。在保持 $B$ 、 $n$ 不变的情况下, 用293 K时应变速率为431、4 623、8 860/s及应变为0.015的数据代入式(1)拟合得到:  $C=2.54 \times 10^{-27}$ ,  $m=21.62$ 。同样保持已得出的参数不变, 再将其他变形条

件下应变为0.015的数据代入式(1)拟合得到 $D=0.28$ ,

$k=0.99$ 。得出 $\sigma_{0.015}$ 与应变速率和温度的关系为

$$\sigma_{0.015} = (1\,111 + 106.62 \times 0.015^{0.29}) \left[ 1 + 2.54 \times 10^{-27} \times \left( \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{0.001} \right)^{21.62} \right] \left[ 1 - 0.28 \times \left( \frac{T - 293}{293} \right)^{0.99} \right] = 1\,142.54 \times \left[ 1 + 2.54 \times 10^{-27} \times \left( \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{0.001} \right)^{21.62} \right] \left[ 1 - 0.28 \times \left( \frac{T - 293}{293} \right)^{0.99} \right] \quad (4)$$

用式(4)来预测各种变形条件下的 $\sigma_{0.015}$ 值,各种条件下的实验值与计算值如表1所列。由表可知, $\sigma_{0.015}$ 的预测值与实验值的相对误差绝对值在7%以内,比较吻合,完成了第一步。

表1 各种条件下 $\sigma_{0.015}$ 的计算结果与实验值的比较

Table 1 Comparison between experimental data and prediction for  $\sigma_{0.015}$  under different conditions

Strain rate/ $s^{-1}$	Temperature/K	Calculated data/MPa	Experimental data/MPa	Relative error/%
4 623	293	1 271.00	1 270.00	-0.07
8 860	293	1 455.10	1 455.27	0.01
11 066	473	1 293.49	1 220.00	-6.02
12 500	573	1 198.34	1 171.93	-2.25
15 550	773	975.54	914.00	-6.73

同样可以得到其他变形条件下塑性部分曲线的近似直线(见图4),建立直线斜率 $s$ 与温度 $T$ 的函数关系如图5所示,其关系近似于图中虚线,为了简化模型,设虚线的方程为线性关系:

$$s = 111.53 + 0.66 T \quad (5)$$

由第一步和第二步的结果可得到完整的TC16钛合金的热-粘塑性本构模型:

$$\sigma = \sigma_{0.015} + s(\varepsilon - 0.015) = 1142.54 \times \left[ 1 + 2.54 \times 10^{-27} \times \left( \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{0.001} \right)^{21.62} \right] \left[ 1 - 0.28 \times \left( \frac{T - 293}{293} \right)^{0.99} \right] + (111.53 + 0.66 T)(\varepsilon - 0.015) \quad (6)$$

不同条件下模型预测值与实验测试值的比较结果如图6和7所示。由图可知,本研究模型和实验数据

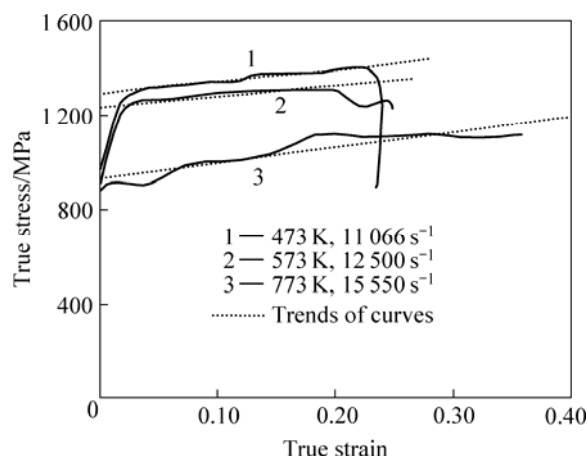


图4 不同条件下的真应力—真应变曲线及其趋势

Fig.4 True stress—true strain curves and its trends in different conditions

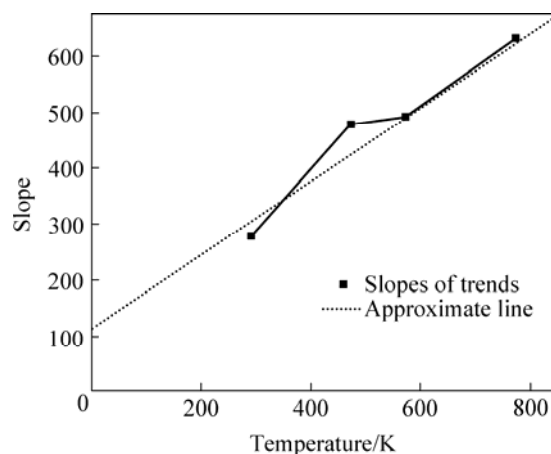


图5 不同温度下近似直线斜率的分布

Fig.5 Distribution of slopes of approximate lines at different temperatures

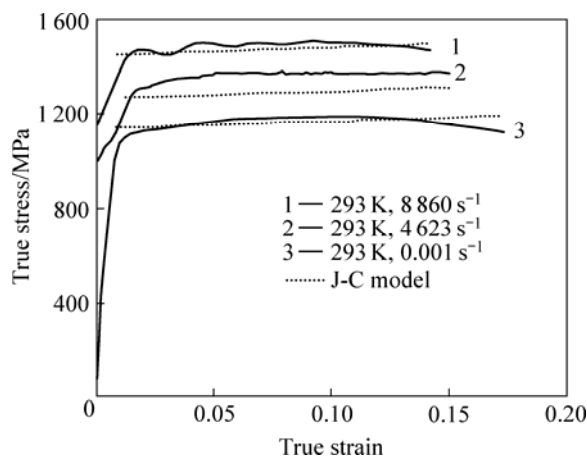


图6 293 K下模型预测与实验测试值的比较

Fig.6 Comparison of experimental data and J-C model correlations at 293 K

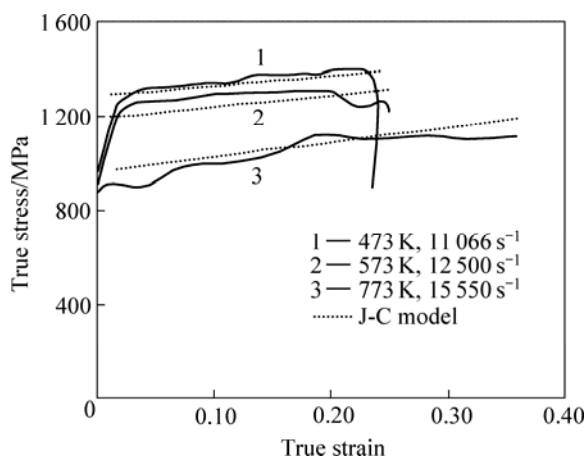


图7 不同条件下模型预测与实验结果的比较

Fig.7 Comparison of experimental data and J-C model correlations under different conditions

比较吻合, 相对误差绝对值在 7% 以内。其中温度 673 K、应变速率 11 245/s 下的实验结果在拟合参数过程中并未使用, 其目的是当最终的模型被确定后, 用这实验结果来检验最终本构模型的有效性, 如图 8 所示, 可以看出本研究的模型对预测 TC16 钛合金的流变应力是有效的。

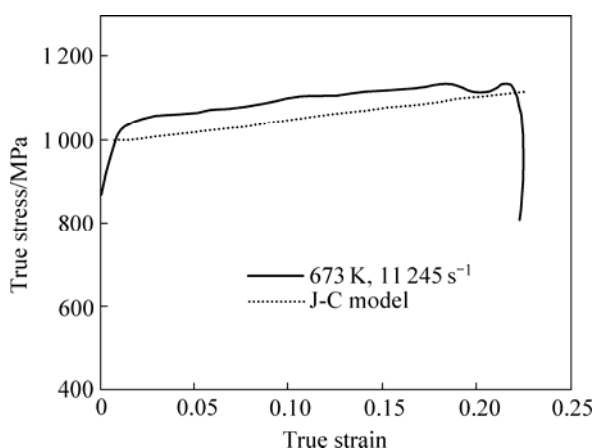


图8 673 K 及应变速率 11 245/s 下模型预测与实验结果的比较

Fig.8 Comparison of experimental data and J-C model correlations at 673 K and strain rate 11 245/s

### 3 结论

1) 利用Hopkinson压杆实验研究TC16钛合金的动态力学行为, TC16钛合金是一种对应变速率敏感的材料。

2) 得到一种新的拟合Johnson-Cook模型的方法, 即引入对材料应变—应力曲线发展趋势项, 避免拟合温度项的繁杂过程, 能简便地获取Johnson-Cook本构模型。

3) TC16的动态本构关系为

$$\sigma = 1142.54 \times \left[ 1 + 2.54 \times 10^{-27} \times \left( \ln \frac{\dot{\epsilon}}{0.001} \right)^{21.62} \right] \times \left[ 1 - 0.28 \times \left( \frac{T - 293}{293} \right)^{0.99} \right] + (111.53 + 0.66T)(\epsilon - 0.015) \quad (7)$$

在较宽的温度和应变速率的范围, 该本构关系能较好的预测TC16钛合金的流变应力。

### REFERENCES

- [1] BORISOV E A. 钛合金金相学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1986: 326-344.  
BORISOV E A. The metallography of titanium alloys[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1986: 326-344.
- [2] 吴崇周, 李兴无. TC16 钛合金室温变形特性研究[J]. 钛工业进展, 2006, 23(6): 17-19.  
WU Chong-zhou, LI Xing-wu. Study of deformation characters of TC16 titanium alloys under room temperature[J]. Titanium Industry Progress, 2006, 23(6): 17-19.
- [3] 赵永庆, 奚正平, 曲恒磊. 我国航空用钛合金材料研究现状[J]. 航空材料学报, 2003, 23: 215-219.  
ZHAO Yong-qing, XI Zheng-ping, QU Heng-lei. Current situation of titanium alloy materials used for national aviation[J]. Journal of Aeronautical Materials, 2003, 23: 215-219.
- [4] 谭 震, 刘道新, 张广来, 张晓化, 王晓锋, 刘 军. TC16 钛合金螺栓及其连接30CrMnSiA钢板孔的疲劳行为[J]. 机械科学与技术, 2006, 25(7): 765-770.  
TAN Zhen, LIU Dao-xin, ZHANG Guang-lai, ZHANG Xiao-hua, WANG Xiao-feng, LIU Jun. Fatigue behavior of TC16 titanium alloy bolts and 30CrMnSiA steel joint holes[J]. Mechanical Science and Technology, 2006, 25(7): 765-770.
- [5] 刘 芳, 单德彬, 吕 炎. 热变形参数对LD7铝合金流动应力的影响[J]. 材料科学与工艺, 2003, 11(1): 55-58.  
LIU Fang, SHAN De-bin, LU Yan. Influence of thermo-deformation parameters on the flow stress of LD7 aluminum alloy[J]. Materials Science and Technology, 2003, 11(1): 55-58.
- [6] 舒 滢, 曾卫东, 周 军, 周义刚, 周 廉. BT20合金高温变形行为的研究[J]. 材料科学与工艺, 2005, 13(1): 66-69.  
SHU Ying, ZENG Wei-dong, ZHOU Jun, ZHOU Yi-gang,

- ZHOU Lian. A study of hot deformation behavior for BT20 alloy[J]. *Materials Science and Technology*, 2005, 13(1): 66–69.
- [7] SEO S, MIN O, YANG H. Constitutive equation for Ti-6Al-4V at high temperatures measured using the SHPB technique[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2005, 31(6): 735–754.
- [8] KIM J H, SEMIATIN S L, LEE C S. Constitutive analysis of the high-temperature deformation mechanisms of Ti-6Al-4V and Ti-6.85Al-1.6V alloys[J]. *Mater Sci Eng A*, 2005, 394(1/2): 366–375.
- [9] LI L X, LOU Y, YANG L B, PENG D S, RAO K P. Flow stress behavior and deformation characteristics of Ti-3Al-5V-5Mo compressed at elevated temperatures[J]. *Materials and Design*, 2002, 25(3): 451–457.
- [10] KIM H Y, HONG S H. High temperature deformation behavior and microstructural evolution of Ti-47Al-2Cr-4Nb intermetallic alloys[J]. *Scripta Materialia*, 1998, 38(10): 1517–1523.
- [11] WANG Yang, ZHOU Yuan-xin, XIA Yuan-ming. A constitutive description of tensile behavior for brass over a wide range of strain rates[J]. *Mater Sci Eng A*, 2004, 372: 186–190.
- [12] 郭伟国. 一种新型奥氏体不锈钢的塑性流变行为研究[J]. *西北工业大学学报*, 2001, 19(3): 476–479.
- GUO Wei-guo. Plastic flow behavior of a new austenitic stainless steel AL6-XN under different strain rates and temperatures[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2001, 19(3): 476–479.
- [13] NEMAT-NASSER S, ISAACS J B, STARRETT J E. Hopkinson techniques for dynamic recovery experiments[J]. *Proceedings of the Royal Society London*, 1991, 435(A): 371–391.
- [14] WANG Yang, XIA Yuan-ming. A modified constitutive equation for unidirectional composites under tensile impact and the dynamic tensile properties of KFRP[J]. *Composites Science and Technology*, 2000, 4(1): 591–596.
- [15] 杨 扬, 程信林. 绝热剪切的研究现状及发展趋势[J]. *中国有色金属学报*, 2002, 12(3): 401–408.
- YANG Yang, CHENG Xin-lin. Current status and trends in researches on adiabatic shearing[J]. *The Chinese Journal of Nonferrous Metals*, 2002, 12(3): 401–408.

(编辑 龙怀中)