第32卷第5期 中国有色金属学报 2022年 5月
Volume 32 Number 5 The Chinese Journal of Nonferrous Metals May 2022
DOI: 10.11817/j.ysxb.1004.0609.2021-40199

基础颗粒粒径对颗粒黏结模型精度的影响

王 晓[1,2]，薛玉君[1,2]，程 波[3]，刘 俊[4]，GUAN Zhi-qiang[5]，李济顺[1,2]

(1. 河南科技大学 机电工程学院，洛阳 471003；
2. 河南省机械设计及传动系统重点实验室(河南科技大学)，洛阳 471003；
3. 洛阳矿山机械工程设计研究院有限责任公司，洛阳 471003；
4. 矿山重型装备国家重点实验室，中信重工机械股份有限公司，洛阳 471003；
5. School of Mechanical and Mining Engineering, University of Queensland, Brisbane 4702, Australia)

摘 要：应用离散元方法(Discrete element method，DEM)仿真矿石破碎时，通常采用颗粒黏结模型对矿石进行建模，颗粒黏结模型中的基础颗粒粒径对仿真结果影响显著。为了研究基础颗粒粒径变化对模型精度的影响，本文设计了9组基础颗粒粒径组合，构建了矿石的颗粒黏结模型，进行了金矿石破碎的离散元仿真，得到了不同粒径组合下的破碎粒度分布，并将仿真结果与试验得到的破碎粒度分布进行了对比分析。结果表明：基础颗粒粒径组合对模型精度存在影响，采用适当的基础颗粒粒径组合构造颗粒黏结模型能够提高模型精度。当基础颗粒粒径之间的差值相当时，模型精度较高，仿真得到的破碎粒度分布和落重试验结果的一致性良好。对相同粒度的铁矿石与铜矿石进行了仿真，验证了基础颗粒粒径选取方法的有效性。

关键词：颗粒黏结模型；矿石破碎；离散元方法；破碎仿真；落重试验

文章编号：1004-0609(2022)-05-1491-13 **中图分类号**：TD453；TP391.9 **文献标志码**：A

引文格式：王 晓, 薛玉君, 程 波, 等. 基础颗粒粒径对颗粒黏结模型精度的影响[J]. 中国有色金属学报, 2022, 32(5): 1491−1503. DOI: 10.11817/j.ysxb.1004.0609.2021-40199

WANG Xiao, XUE Yu-jun, CHENG Bo, et al. Influence of basic particle diameter on accuracy of bonded-particle model[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2022, 32(5): 1491 − 1503. DOI: 10.11817/j.ysxb.1004.0609.2021-40199

矿石自身的破碎特性是直接影响破磨效果的关键因素。矿石自身性质复杂多变，不同地区矿石性质都不尽相同，每批次的矿石均需提前采用试验手段测试其破碎特性用于制定合适的破磨工艺[1−4]。为简化试验步骤，便捷得到可靠的矿石特性，针对矿石破碎模型的研究一直是研究热点。周文涛等[5]提出了一种综合广义回归模型和粒子群算法的破碎粒度预测与优化模型；洪俊等[6]提出了多体颗粒破碎的弹簧−四面体单元模型，该模型能够反映颗粒破碎后的真实形状；蔡改贫等[7]对基于分形维数的破碎形态模型进行了优化分析；徐琨等[8]研究了凝聚颗粒快速生成模型。这些破碎模型通常采用单一颗粒构建矿石内部特定力学结构，进而对破碎特性进行研究，对于矿石内部的复杂结构及硬度、韧性、键合等力学性质的多样性方面考虑较少，往往会造成颗粒破碎模型与实际破碎效果存在一定差距。

离散元方法是常用的颗粒破碎建模仿真方法，

基金项目：国家重点基础研究发展计划资助项目(2012CB724306)；郑洛新国家自创区创新引领型产业集群专项(201200210500)
收稿日期：2021-05-06；**修订日期**：2021-09-02
通信作者：李济顺，教授，博士；电话：13608657695；E-mail：li_jishun@163.com

其中颗粒黏结模型(Bonded-particle model，BPM)通过将一定数量及粒度的基础颗粒进行黏结构成可破碎的大颗粒，以黏结键的断裂模拟颗粒破碎行为[9−12]。不同粒径基础颗粒的随机分布可以表征矿石内部复杂力学结构，能够较好地反映矿石内部破碎的复杂力学响应。颗粒破碎模型中的关键参数有基础颗粒粒径、黏结键能(包括法向刚度、剪切刚度、抗拉强度、剪切强度及黏结键半径)等，模型参数的选取合理性决定了模型的准确性及有效性。许多学者针对模型参数对矿石(大理岩，砂岩等)破碎模拟精度的影响进行了研究[13−14]，结果表明试验标定方法对于估算岩石的破碎强度非常有效。

为提高颗粒破碎建模准确性与精度，本文针对BPM模型中的关键参数，即基础颗粒粒径，构造了多组基础颗粒粒径组合，运用EDEM软件进行建模和破碎过程仿真。对比矿石破碎仿真和落重试验得到的矿石粒度分布，评判不同基础颗粒粒径组合条件下颗粒黏结模型的建模效果。本文研究结果对于提高矿石破碎过程仿真准确性具有重要意义，能够提高破碎仿真的实际应用价值。

1 颗粒黏结模型及关键参数

颗粒黏结模型(BPM)是离散元仿真方法中的矿石模型。该模型将岩石近似为一种与颗粒大小相关的胶结颗粒材料，该材料结构可以用于研究微观结构对矿石破碎的影响。BPM模型通过黏结键黏结一定数量的基础颗粒组成团聚体，当基础颗粒间的黏结键失效达到一定数目时，团聚体发生破碎，通过黏结键的断裂来模拟颗粒破碎行为。BPM模型可根据岩石损伤发展和破裂过程表达岩石的力学性能，并以此来进行直接建模。它将材料理想化为结构单元的集合，并利用结构单元或键的断裂来表示损伤[14−16]。颗粒黏结系统的力−位移特性如图1所示，图中颗粒A与颗粒B通过黏结键相连，形成颗粒黏结结构。其中，R为黏结键半径，L为黏结键长度，F_i为颗粒所受力，M_n为颗粒所受法向力矩，M_s为颗粒所受剪切力矩，$\boldsymbol{t}_i$和$\boldsymbol{n}_i$定义为接触平面的单位向量。

当最大拉应力超过抗拉强度($\sigma_{max}\geqslant\sigma_c$)或最大剪应力超过剪切强度($\tau_{max}\geqslant\tau_c$)时，黏结键断裂[14]。

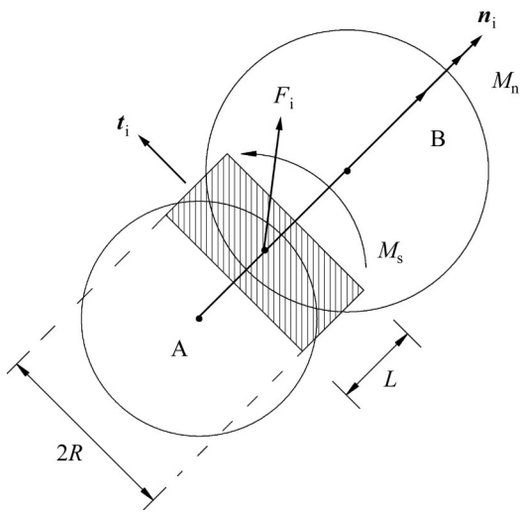

图1 颗粒黏结系统力−位移特性

Fig. 1 Force−displacement behavior of particle bonding system

$$\sigma_{max}=\frac{-F_n}{A}+\frac{2M_s}{I}R\geqslant\sigma_c) \tag{1}$$

$$\tau_{max}=-\frac{F_s}{A}+\frac{M_n}{J}R\geqslant\tau_c \tag{2}$$

式中：F_n、F_s分别为颗粒所受法向力与剪切力；M_n、M_s分别为颗粒所受的法向力矩与剪切力矩；A为黏结键横截面积；I为黏结键的转动惯量；J为黏结键的极转动惯量。

BPM模型的关键参数主要包括基础颗粒粒径及颗粒间黏结键参数。黏结键在模型结构中可视为梁，参数包括材料的单位面积法向刚度、剪切刚度、抗拉强度和剪切强度。黏结键参数与基础颗粒粒径有直接关系，不同粒径颗粒间的黏结键参数值不同。

在BPM模型中，基础颗粒不能进一步破碎，基础颗粒粒径即为破碎后最小粒度。基础颗粒粒径是建立精准模型的关键参数，其选取直接影响矿石的断裂韧性及破碎后粒度。

为研究基础颗粒粒径选取对矿石建模精度的影响，本文选择多种粒径的小颗粒作为基础颗粒组进行颗粒黏结建模，目的在于找到能够准确表征矿石破碎后粒度分布的基础颗粒组，实现矿石精准建模。多种粒径基础颗粒组合解决了传统颗粒黏结模型中粒径单一造成的模型固化问题。模型内基础颗粒生成方式设计为随机生成，不同粒径颗粒间黏结

键能也不相同，能够表征矿石内部晶体结构的复杂性和力学结构的不均匀性，从而使模型与实际矿石结构更为贴合。

矿石模型由基础颗粒经黏结键黏结构成，矿石受冲击后，基础颗粒间的部分黏结键断裂，矿石模型破裂分散形成基础颗粒团簇，用基础颗粒团簇尺寸表征破碎后的矿石粒度。由于不同粒径的基础颗粒组合制约了破碎后基础颗粒团簇的尺寸变化范围，因此基础颗粒粒径将影响矿石破碎仿真得到的粒度分布和建模精度。

2　颗粒黏结模型建模效果评价方法

颗粒黏结模型的优劣取决于模型参数是否能够准确表征实际矿石特性。如果以试验得到的矿石破碎粒度质量分布数据为判断依据，可以通过对比破碎仿真得到的颗粒团簇粒度质量分布与试验破碎后矿石粒度质量分布的差异进行评价。两者差异越小，表明仿真和试验得到的矿石粒度质量分布越接近，则该颗粒黏结模型参数能准确表征矿石特性，所建立的颗粒黏结模型的精度越高。

假设试验得到的粒级质量分数分别如下：

a_1，a_2，…，a_i，…，a_n

仿真得到的粒级质量分数分别如下：

b_1，b_2，…，b_i，…，b_n

那么粒级质量分数差值的平方分别如下：

$m_1=(a_1-b_1)^2$，$m_2=(a_2-b_2)^2$，…，$m_i=(a_i-b_i)^2$，…，$m_n=(a_n-b_n)^2$

M为各粒级质量分数差值的平方和，即$M=\sum_{k=0}^{n} m_i$。M越小，则表明仿真结果越接近矿石的实际破碎结果，建模精度越高。

本文以落重试验得到的矿石破碎粒度质量分布为评判标准。选取粒度范围为53~63 mm的金矿石进行落重试验，试验得到的粒级及质量分布如表1所示。

3　基础颗粒粒径分组及矿石建模

3.1　基础颗粒粒径组合

在建模时，颗粒黏结模型中基础颗粒粒径可以设计为多种组合方式。当基础颗粒粒径为单一种类时，颗粒间键能为单一值，则所构建的模型为原始模型。该模型结构单一，缺乏灵活性，与实际破碎结果相比误差较大。当基础颗粒粒径种类过多时，颗粒粒径组合及颗粒间键能值过多，增加了模型的复杂性，仿真结果也会存在较大误差且破碎后的分析过程较为困难。为综合考虑建模效率和矿石模型破碎效果，本文选取3种粒径的基础颗粒进行建模，将基础颗粒分为小粒径颗粒(P_1)、中间粒径颗粒(P_2)和大粒径颗粒(P_3)，其对应的颗粒粒径为d_1、d_2和d_3。

试验数据表明，落重试验筛分粒级在6.7 mm以上时，3种冲击能量下的筛上质量分数总和平均可达80%以上，因此，可认为6.7 mm粒级以上能够表征矿石的破碎粒度分布特征。为使破碎后形成的颗粒团簇能够表征6.7 mm以上粒级，基础颗粒最大粒径需在6.7 mm以下，故选取粒径变化范围为1~6 mm。参考正交实验原理，将d_1、d_2和d_3作

表1　不同冲击能量时落重试验中金矿石质量分布

Table 1　Mass fraction distribution of gold ore in drop-weight test under different impact energy

Sieving size/	E=0.10 kW·h·t^{-1}		E=0.25 kW·h·t^{-1}		E=0.40 kW·h·t^{-1}	
mm	Mass/g	Distribution/%	Mass/g	Distribution/%	Mass/g	Distribution/%
53.00	281.20	8.50	0.00	0.00	0.00	0.00
37.50	527.60	15.95	358.10	10.78	0.00	0.00
26.50	1057.60	31.97	768.10	23.13	364.60	11.03
19.00	624.60	18.88	657.40	19.80	856.50	25.90
13.20	264.50	8.00	524.50	15.79	605.40	18.31
9.50	162.40	4.91	284.90	8.58	332.20	10.05
6.70	110.00	3.33	203.70	6.13	294.80	8.91
<6.70	280.30	8.47	524.10	15.79	853.30	25.80
Total	3308.20	100.00	3320.80	100.00	3306.80	100.00

为正交变量，对基础颗粒粒径组合进行仿真方案设计。每种基础颗粒按照1 mm的间隔选取了3种粒径，d_1分别取为0.5 mm、1 mm、2 mm，d_2分别取为2 mm、3 mm、4 mm，d_3分别取为4 mm、5 mm、6 mm。其中，基础颗粒P_1的粒径较小，d_1的最小值选为0.5 mm。颗粒黏结模型中的基础颗粒粒径组合方案见表2，共计9组基础颗粒粒径组合方案。为了对比粒径组合对仿真结果的影响，组合方案中第2、5、8组的取值相同。

表2 颗粒黏结模型中的基础颗粒粒径组合方案

Table 2 Combination of basic particle diameter in BPM

Group No.	d_1/mm	d_2/mm	d_3/mm
1	0.5	3	5
2	1	3	5
3	2	3	5
4	1	2	5
5	1	3	5
6	1	4	5
7	1	3	4
8	1	3	5
9	1	3	6

3.2 基础颗粒数量

矿石模型由一定数量的基础颗粒填充压缩构成，在确定基础颗粒粒径组合后，需计算每种粒径颗粒的填充个数。由于相互接触的球形基础颗粒之间存在孔隙，建模时需要控制模型的孔隙率。计算颗粒填充个数时，需考虑体积填充分数，体积填充分数为填充的基础颗粒总体积与矿石模型体积之比。通常矿石模型的体积填充分数α=0.6，据此计算各组不同粒径颗粒的个数。颗粒材料密度设置与落重试验所用金矿石平均密度相同，ρ=2.77 g/cm^3。

设矿石模型体积为V_0，填充颗粒总体积则为$V=\alpha V_0$。基础颗粒P_1、P_2、P_3的体积分别为V_1、V_2、V_3，个数分别为n_1、n_2、n_3，颗粒个数与体积满足$V=\alpha V_0=n_1V_1+n_2V_2+n_3V_3$。9种方案对应的颗粒个数及实际建模得到的体积填充分数见表3。

表3 不同粒径组合下的基础颗粒个数

Table 3 Quantity of basic particles under different particle diameter combinations

Group No.	n_1	n_2	n_3	α
1	4000	1597	1500	0.60
2	3200	1500	1500	0.60
3	1563	1616	1400	0.60
4	3625	2188	1680	0.60
5	3200	1500	1500	0.60
6	2439	1620	1000	0.60
7	3968	2726	2400	0.60
8	3200	1500	1500	0.60
9	2160	1280	900	0.60

3.3 基础颗粒间黏结键

相互接触的基础颗粒由黏结键黏结构成矿石模型，黏结键(K)包括单位面积法向刚度(k_n)、单位面积剪切刚度(k_t)、临界法向应力(σ)、临界剪切应力(τ)和黏结键半径(r)。黏结键参数的取值不仅与矿石的强度有关，而且与基础颗粒粒径有关，不同粒径颗粒间的黏结键参数取值也不同。本文建立的黏结模型包含3种粒径颗粒，共需设置6种颗粒间黏结键K_{11}、K_{22}、K_{33}、$K_{12}(K_{21})$、$K_{13}(K_{31})$、$K_{23}(K_{32})$，分别表示颗粒P_1-P_1、P_2-P_2、P_3-P_3、P_1-P_2、P_1-P_3、P_2-P_3间的黏结键。参考金矿石的强度和粒径组合，黏结键参数的取值见表4。

表4 基础颗粒间黏结键参数

Table 4 Parameters of bonds between basic particles

Bond	Normal stiffness per unit area, k_n/(N·m^{-2})	Shear stiffness per unit area, k_t/(N·m^{-2})	Critical normal stress, σ/Pa	Critical shear stress, τ/Pa	Bonded disk radius, r/mm
K_{11}	1×10^8	6×10^7	35000	35000	0.6
K_{12}	5.5×10^7	2.5×10^7	24000	24000	0.6
K_{13}	3×10^7	2×10^7	23000	23000	0.6
K_{22}	8×10^7	4×10^7	30000	30000	1.1
K_{23}	5×10^7	2×10^7	22000	22000	1.1
K_{33}	6×10^7	2×10^7	25000	25000	1.6

4　矿石破碎的离散元仿真分析

4.1　破碎仿真粒度分布分析

本文设计的金矿石仿真模型为六面体，长宽高分别为60 mm、60 mm、56 mm，与落重试验选用的矿石粒级范围保持一致。按照前面确定的仿真方案，利用离散元软件对矿石进行建模。以第2组为例，当d_1=1 mm、d_2=3 mm、d_3=5 mm时，金矿石颗粒黏结模型如图2所示。不同颜色的圆球代表不同粒径的基础颗粒，颗粒随机生成堆积，由黏结键黏结构成块状矿石模型。

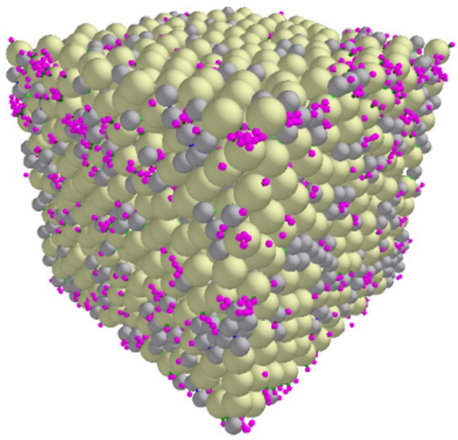

图2　金矿石颗粒黏结模型

Fig. 2　Bonded-particle model of gold ore

根据落重试验参数设置仿真参数，进行矿石破碎仿真。落重试验的冲击能量用比破碎能表征，即破碎单位质量矿石所消耗的能量。根据试验冲击能量计算得到破碎仿真的落重质量及下落时间见表5。分别对9组模型参数进行建模和仿真，得到由基础颗粒团簇尺寸表征的破碎后矿石粒度。以第2组模型参数为例，通过离散元仿真得到的3种冲击能量下的矿石破碎仿真结果如图3所示。9组矿石模型在不同冲击能量下破碎后各粒级矿石质量分数见表6。

表5　破碎过程仿真参数

Table 5　Simulation parameters of crushing process

Impact energy, E/(kW·h·t^{-1})	Drop mass/kg	Fall time/s
0.1	22.7963	0.1039
0.25	45.5926	0.1165
0.4	45.5926	0.1475

4.1.1　颗粒P_1粒径变化对破碎仿真粒度分布的影响

图4所示为颗粒P_1粒径变化时矿石破碎粒度分布的仿真与试验对比结果。在E=0.25 kW·h/t时，颗粒P_1粒径变化对26.5 mm以上粒级的影响较大，37.5 mm粒级甚至出现缺失现象。在E=0.25 kW·h/t及E=0.4 kW·h/t时，仿真得到的物料各粒级质量分数最大值随颗粒P_1粒径增大呈先增大后减小的趋势。E=0.1 kW·h/t时，颗粒P_1粒径由1 mm变化至0.5 mm和2 mm时，物料各粒级质量分数最大值变化差异较小，各粒级质量分数随筛分粒度增大而变大。

4.1.2　颗粒P_2粒径变化对破碎仿真粒度分布的影响

图5所示为颗粒P_2粒径变化时矿石破碎粒度分布的仿真与试验对比结果。在E=0.1 kW·h/t时，颗

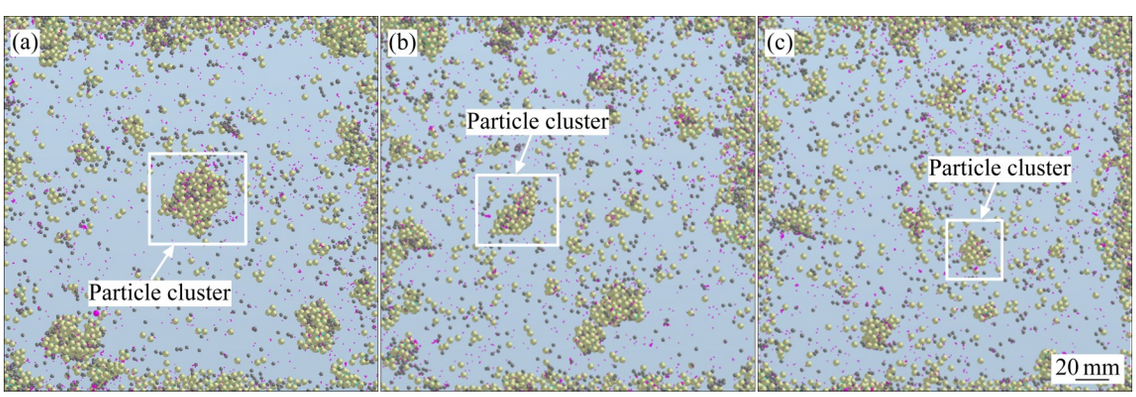

图3　不同冲击能量下矿石破碎的离散元仿真

Fig. 3　DEM simulation of ore crushing under different impact energy: (a) E=0.10 kW·h/t; (b) E=0.25 kW·h/t; (c) E=0.40 kW·h/t

表6 破碎后矿石粒度质量分数

Table 6 Mass fraction of ore particle with different size after crushing

Group No.	Impact energy, E/(kW·h·t^{-1})	Mass fraction/%							
		<6.70 mm	6.70 mm	9.50 mm	13.20 mm	19.00 mm	26.50 mm	37.50 mm	53.00 mm
1	0.10	10.90	4.79	6.59	9.01	12.16	30.76	17.40	8.39
	0.25	16.12	4.83	7.17	11.74	18.92	26.33	14.89	0.00
	0.40	26.53	6.93	11.79	18.28	23.44	13.05	0.00	0.00
2	0.10	7.90	1.33	11.73	3.49	8.86	10.96	23.24	32.49
	0.25	22.40	1.46	13.64	8.69	8.83	21.83	23.15	0.00
	0.40	31.97	1.96	18.10	8.38	8.86	24.67	6.06	0.00
3	0.10	16.57	1.64	10.63	9.77	4.92	10.96	15.49	30.01
	0.25	20.77	2.17	13.40	10.77	11.77	21.83	19.29	0.00
	0.40	37.34	2.80	13.21	11.17	13.79	16.44	5.25	0.00
4	0.10	10.97	2.04	10.51	9.07	6.89	13.70	7.75	39.07
	0.25	4.39	2.39	12.42	10.43	7.85	19.10	23.15	20.27
	0.40	34.68	3.16	16.75	13.26	4.92	21.93	5.29	0.00
5	0.10	10.90	4.79	6.59	9.01	12.16	30.76	17.40	8.39
	0.25	16.12	4.83	7.17	11.74	18.92	26.33	14.89	0.00
	0.40	26.53	6.93	11.79	18.28	23.44	13.05	0.00	0.00
6	0.10	8.93	3.60	6.97	7.33	5.91	10.96	15.49	40.82
	0.25	3.41	3.32	8.40	7.65	9.81	16.37	23.15	27.89
	0.40	16.33	5.16	8.93	9.42	8.86	16.44	34.86	0.00
7	0.10	22.81	3.51	3.54	9.07	3.94	13.70	30.98	12.45
	0.25	24.04	4.82	3.65	4.52	7.85	27.29	15.43	12.40
	0.40	32.89	6.18	5.99	6.98	12.80	27.41	7.75	0.00
8	0.10	10.90	4.79	6.59	9.01	12.16	30.76	17.40	8.39
	0.25	16.12	4.83	7.17	11.74	18.92	26.33	14.89	0.00
	0.40	26.53	6.93	11.79	18.28	23.44	13.05	0.00	0.00
9	0.10	19.16	2.22	5.50	3.49	14.77	19.18	23.24	12.45
	0.25	36.41	3.76	8.77	7.99	10.79	24.56	7.72	0.00
	0.40	49.71	3.64	9.54	12.91	18.71	5.48	0.00	0.00

粒 P_2 粒径变化造成破碎后的颗粒团簇尺寸较大，13.2 mm 以下粒级分布趋势较为符合试验结果；在 E=0.25 kW·h/t 时，6.7 mm 以下粒级物料质量分数随粒径增大而先减小后增大，破碎后物料各粒级质量分数最大值则随粒径增大而先增大后减小。

4.1.3 颗粒 P_3 粒径变化对破碎仿真粒度分布的影响

图6所示为颗粒 P_3 粒径变化时矿石破碎粒度分布的仿真与试验对比结果。在 E=0.25 kW·h/t 及 E=0.4 kW·h/t 时，颗粒 P_3 粒径变化时破碎仿真得到的颗粒团簇最大尺寸分别为53 mm 粒级和37.5 mm 粒级，而试验破碎后物料颗粒最大粒度为37.5 mm 粒级和26.5 mm 粒级。在 E=0.1 kW·h/t 时，13.2 mm 粒级以下物料质量分布较为符合试验。6.7 mm 以下粒级物料质量分数随冲击能量增大而增大，并与试验曲线差异更明显。颗粒 P_3 粒径变化对破碎后物料各粒级最大质量分数变化趋势影响较小，不同能量下，物料最大质量分数均随粒径增大而减小。

当基础颗粒粒径变化时，矿石模型破碎所产生的颗粒团簇尺寸变化均较为明显，各粒级质量分数随粒径变化而波动。当颗粒 P_1 与 P_2、P_2 与 P_3 之间粒径差值一致时，通过破碎仿真得到的粒度分布与试验得到的粒度分布最为吻合；粒径差值不一致时会造成粒度分布中最大质量分数所在粒级增大，颗粒团簇尺寸变大，与试验结果差别较大。因此，当粒径组合选取合适时，破碎仿真粒度分布与试验破碎

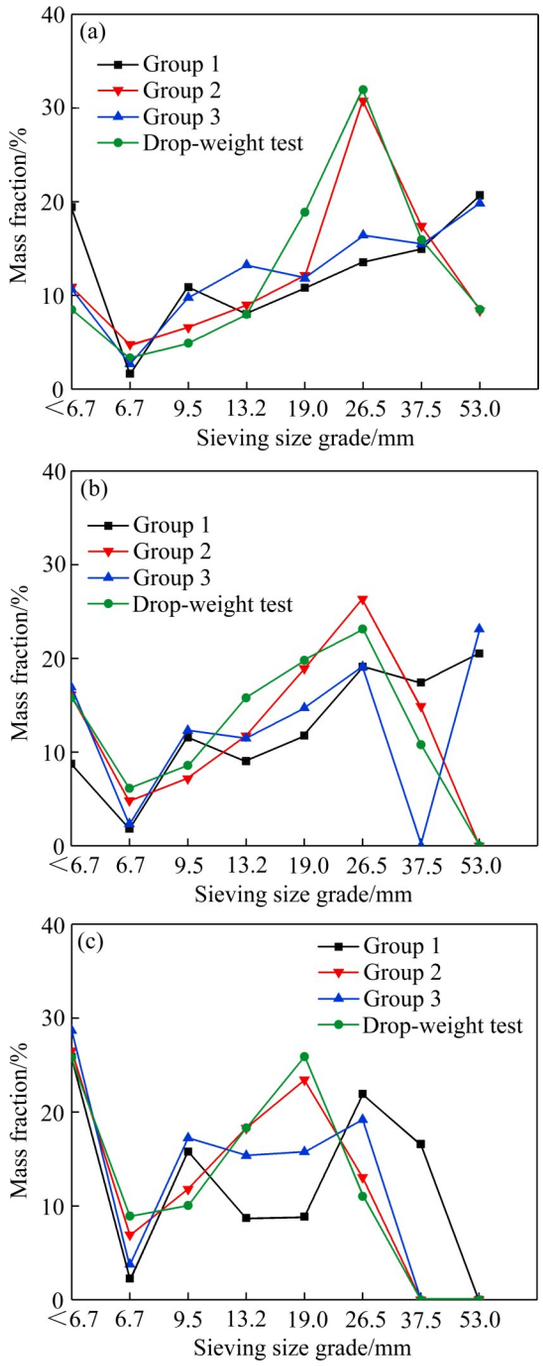

图4　不同冲击能量下颗粒P_1粒径对粒度分布的影响

Fig. 4　Effect of diameter of particle P_1 on sieving size distribution under different impact energy: (a) E=0.10 kW·h/t; (b) E=0.25 kW·h/t; (c) E=0.40 kW·h/t

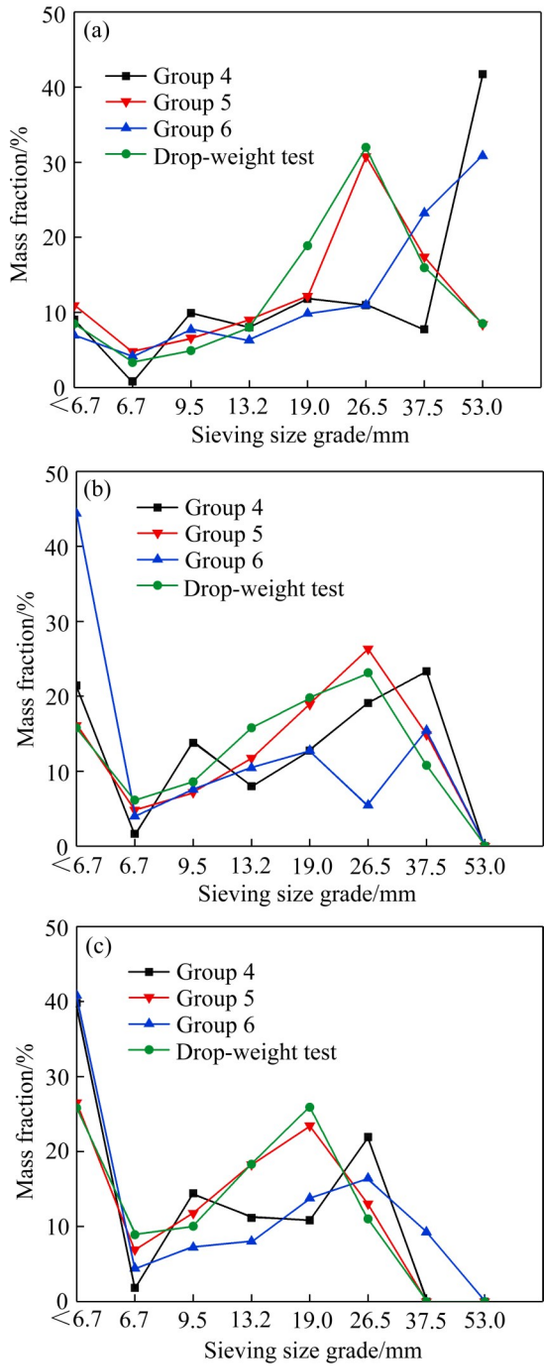

图5　不同冲击能量下颗粒P_2粒径对粒度分布的影响

Fig. 5　Effect of diameter of particle P_2 on sieving size distribution under different impact energy: (a) E=0.10 kW·h/t; (b) E=0.25 kW·h/t; (c) E=0.40 kW·h/t

粒度分布具有一致性，仿真结果较为准确。不同冲击能量下，颗粒P_1粒径与P_2粒径变化对粒度分布影响较大，粒度分布在9.5 mm粒级以上部分差异较为明显，而颗粒P_3粒径变化对破碎粒度分布中最大质量分数所在粒级的变化影响较小。

4.2　破碎粒级质量分数对比分析

4.2.1　颗粒P_1粒径变化引起的粒级差异

为描述各粒级仿真质量分数和试验质量分数之间的偏离程度，本文用二者之间的方差来表示。图7所示为不同冲击能量下颗粒P_1粒径变化时仿真与

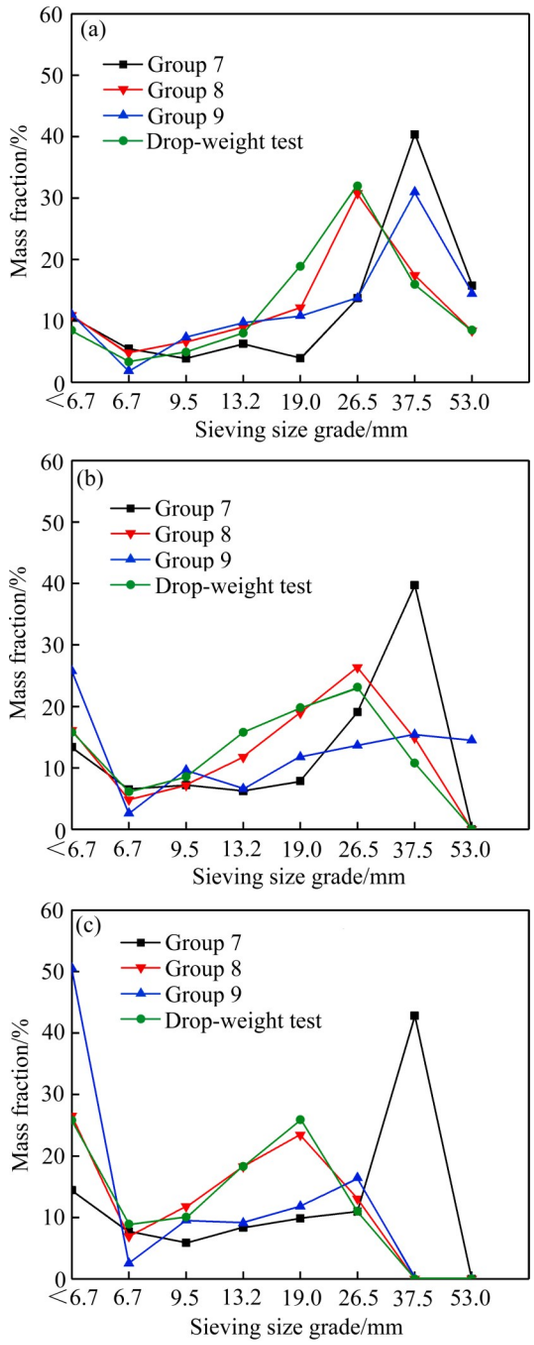

图6 不同冲击能量下颗粒P_3粒径对粒度分布的影响

Fig. 6 Effect of diameter of particle P_3 on sieving size distribution under different impact energy: (a) E=0.10 kW·h/t; (b) E=0.25 kW·h/t; (c) E=0.40 kW·h/t

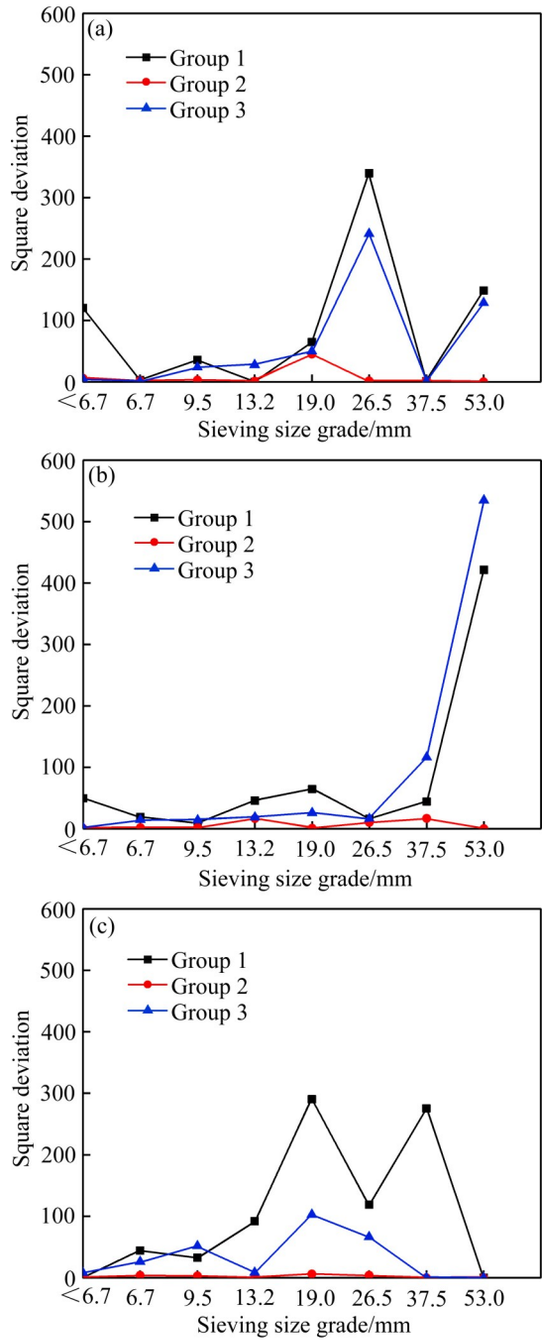

图7 不同冲击能量下颗粒P_1粒径变化引起的粒级质量分数差异

Fig. 7 Mass fraction deviation of sieving size due to particle P_1 diameter variation under different impact energy: (a) E=0.10 kW·h/t; (b) E=0.25 kW·h/t; (c) E=0.40 kW·h/t

试验之间的各粒级质量分数的方差。从图7可以看出，颗粒P_1粒径变化对13.2 mm以上粒级的颗粒团簇形成影响较大，粒级差值较大；并且，在3种冲击能量下，仿真得到的各粒级质量分数与试验得到的各粒级质量分数的最大差值均随颗粒P_1粒径的增大先降低而后增高。

4.2.2 颗粒P_2粒径变化引起的粒级差异

图8所示为不同冲击能量下颗粒P_2粒径变化时仿真与试验之间的各粒级质量分数的方差。从图8可以看出，颗粒P_2粒径变大对19 mm以上粒级质量分数影响较大，试验与仿真得到的质量分数差值较

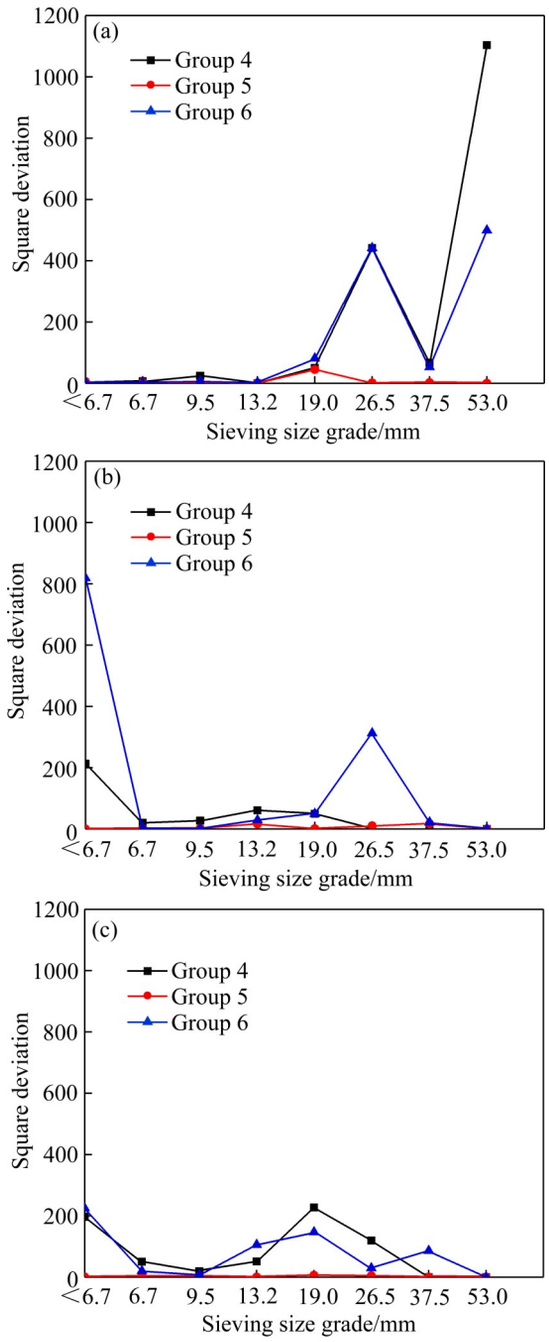

图8　不同冲击能量下颗粒 P_2 粒径变化引起的粒级质量分数差异

Fig. 8　Mass fraction deviation of sieving size due to particle P_2 diameter variation under different impact energy: (a) E=0.10 kW·h/t; (b) E=0.25 kW·h/t; (c) E=0.40 kW·h/t

大；颗粒 P_2 粒径与 P_1、P_3 粒径差值越大，各粒级质量分数差值越大；在 E=0.1 kW·h/t 时，颗粒 P_2 粒径越接近 P_1 粒径则质量分数差值越大；在 E=0.25 kW·h/t 时，颗粒 P_2 粒径越接近 P_3 粒径则质量分数差值越大；在 E=0.4 kW·h/t 时，颗粒 P_2 粒径与 P_1 及 P_3 粒径差值变化所引起的质量分数差值较为接近。当颗粒 P_1 与 P_2、P_3 之间粒径差值一致时质量分数差值最小，与试验结果最为相符。

4.2.3　颗粒 P_3 粒径变化引起的粒级差异

图9所示为不同冲击能量下颗粒 P_3 粒径变化时仿真与试验之间的各粒级质量分数的方差。从图9可以看出，颗粒 P_3 粒径变大对小于 6.7 mm 的粒级

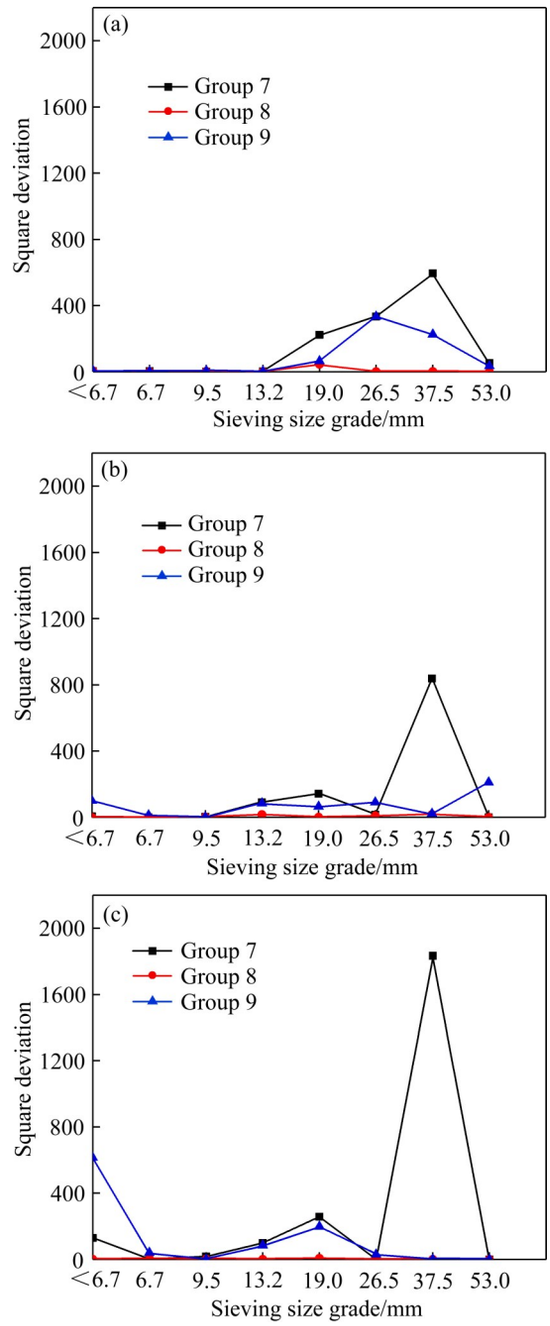

图9　不同冲击能量下颗粒 P_3 粒径变化引起的粒级质量分数差异

Fig. 9　Mass fraction deviation of sieving size due to particle P_3 diameter variation under different impact energy: (a) E=0.10 kW·h/t; (b) E=0.25 kW·h/t; (c) E=0.40 kW·h/t

和19 mm以上粒级质量分数差值影响较大，且粒级差值随冲击能量增加而变大；颗粒P_3与P_2粒径差值越接近颗粒P_2与P_1粒径差值时，质量分数差值越小。颗粒P_3粒径为6 mm时，26.5 mm以上粒级质量分数差值随冲击能量增大而降低；颗粒P_3粒径为4 mm时，37.5 mm粒级质量分数差值随冲击能量增大而升高。相同粒径下，冲击能量变化对质量分数差值的最大值所在粒级无明显影响。

事实上，利用试验与仿真得到的各粒级质量分数差值的平方和M能够更准确地表征建模效果。图10给出了9组矿石模型在不同冲击能量下各粒级质量分数差值平方和M的变化。由图10可以看出，不同冲击能量下，随仿真组别变化，M值波动趋势较为相似，但最大的M值所在组别有所不同。在E=0.1 kW·h/t时，第4组M值最大，模型精度最低；在E=0.25 kW·h/t时，第6组M值最大，模型精度最低；在E=0.4 kW·h/t时，第7组M值最大，模型精度最低。3种冲击能量下，第2、5、8组(三组的参数相同)的M值均为最小，模型精度最高，此时粒度组合为d_1=1 mm、d_2=3 mm、d_3=5 mm。

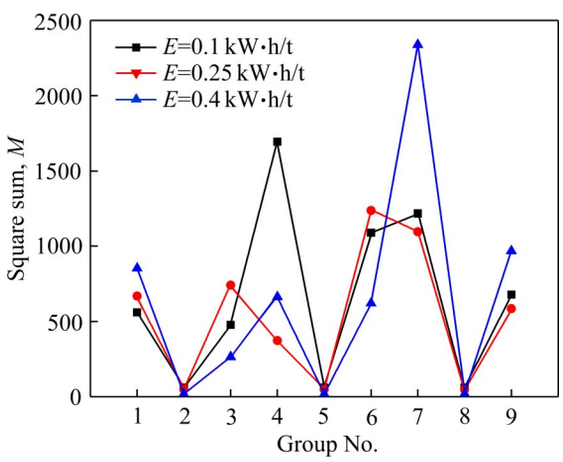

图10 不同冲击能量下质量分数差值平方和

Fig. 10 Square sum of mass fraction deviation under different impact energy

4.3 基础颗粒粒径选取方法及验证

颗粒黏结模型中基础颗粒粒径的一般选取方法如下：1) 基础颗粒种类数量以3种为宜，基础颗粒粒径种类过少会使模型丧失灵活性，不能满足筛分粒级分布要求，粒径种类过多则会导致模型复杂，造成仿真困难。2) 基础颗粒最大粒径应小于能够表征破碎特征的最小筛分粒级。3) 基础颗粒粒径之间差值均匀分布，且粒径之间的多种组合能够满足表征破碎特征的全部筛分粒级。

利用此方法，分别对相同粒级的铁矿石和铜矿石进行建模及落重试验仿真，进行粒径选取方法验证。仿真得到的破碎后粒度分布与落重试验结果有较好的一致性(见图11和12)，验证了基础颗粒粒径选取方法的有效性。

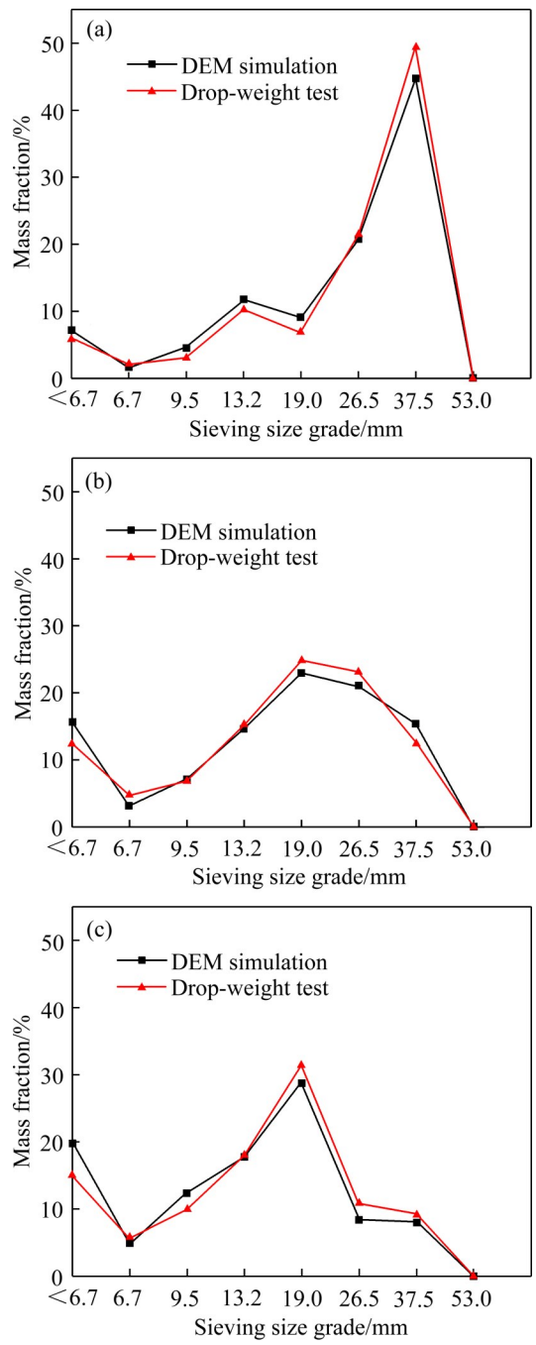

图11 不同冲击能量下铁矿石仿真与试验质量分数分布

Fig. 11 Mass fraction distribution from simulation and test of iron ore under different impact energy: (a) E=0.10 kW·h/t; (b) E=0.25 kW·h/t; (c) E=0.40 kW·h/t

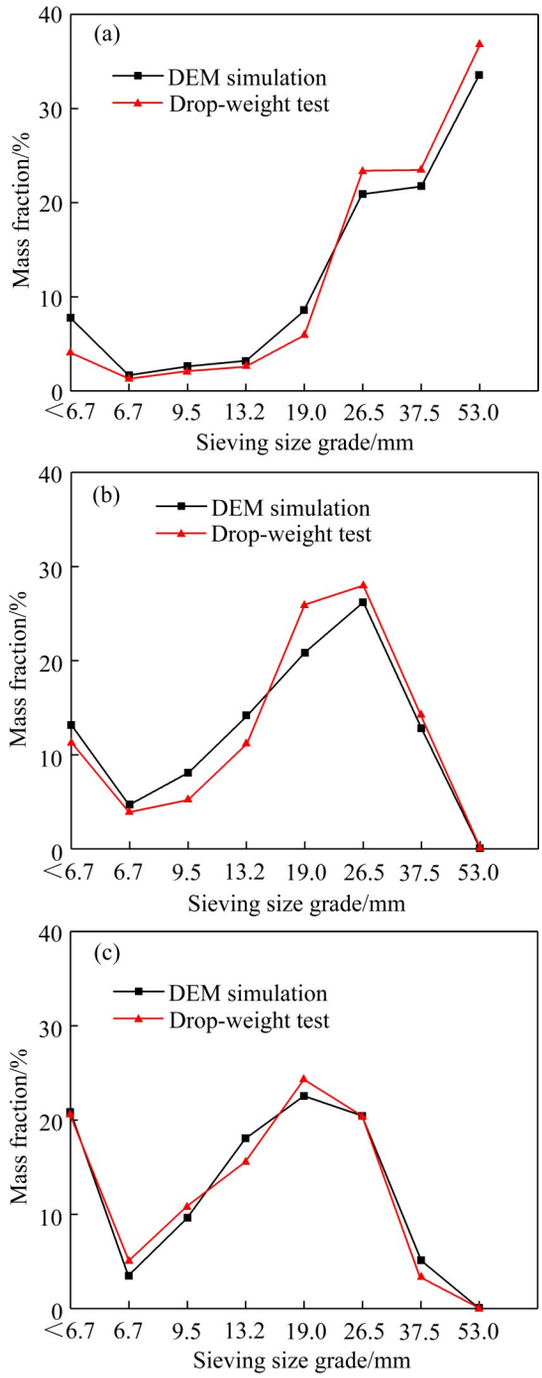

图 12　不同冲击能量下铜矿石仿真与试验质量分数分布

Fig. 12　Mass fraction distribution from simulation and test of copper ore under different impact energy: (a) E=0.10 kW·h/t; (b) E=0.25 kW·h/t; (c) E=0.40 kW·h/t

5　结论

1) 基础颗粒粒径选取由矿石本身粒度及破碎后的筛分粒级大小决定，选用合适的基础颗粒粒径组合可以得到精度较高的模型。

2) 不同的基础颗粒粒径组合得到的破碎仿真质量分布结果具有较大差异。基础颗粒 P_1 与 P_2、P_2 与 P_3 之间粒径差值是否一致对破碎仿真质量分布的准确性有较大影响。相邻颗粒间粒径差值一致时构建的模型精度最高，相邻颗粒间粒径差值变大或变小均会造成破碎后颗粒团簇最大尺寸增加，导致粒度质量分布与落重试验数据差异较大。

3) 粒度范围 53~63 mm 金矿石的落重试验和破碎仿真结果表明，基础颗粒粒径为 1 mm、3 mm 和 5 mm 时构建的颗粒黏结模型精度最高，破碎仿真得到的粒度分布与试验结果具有较好的一致性。对相同粒级的铁矿石及铜矿石进行仿真验证，同样可以得到较好的粒度分布结果，表明了基础颗粒粒径选取方法的有效性。

REFERENCES

[1] 赵瑞超, 韩跃新, 何明照, 等. 绿泥石的球磨特性及其破裂参数[J]. 中国有色金属学报, 2018, 28(5): 1076−1082.
ZHAO Rui-chao, HAN Yue-xin, HE Ming-zhao, et al. Ball grinding characteristic and breakage parameters of chlorite[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2018, 28(5): 1076−1082.

[2] 甘德清, 高　锋, 孙建珍, 等. 铁矿山矿石破碎能量与粒度关系[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2019, 51(4): 163−170.
GAN De-qing, GAO Feng, SUN Jian-zhen, et al. Energy-size relationship of ore comminution in iron mine[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2019, 51(4): 163−170.

[3] 刘　磊, 曹进成, 吕　良, 等. 不同破碎方式下磨矿技术效率[J]. 中国有色金属学报, 2015, 25(9): 2565−2574.
LIU Lei, CAO Jin-cheng, LÜ Liang, et al. Grinding technical efficiencies in various comminution modes[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2015, 25(9): 2565−2574.

[4] 唐　远, 印万忠, 迟晓鹏. 破碎方式对低品位金矿石全泥氰化的影响[J]. 中国有色金属学报, 2016, 26(2): 423−429.
TANG Yuan, YIN Wan-zhong, CHI Xiao-peng. Influence of comminuting methods on full-slime cyaniding of low grade gold ore[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2016, 26(2): 423−429.

[5] 周文涛, 韩跃新, 李艳军, 等. 冲击破碎粒度分布模型建立与预测[J]. 中国有色金属学报, 2019, 29(6): 1316−1323.
ZHOU Wen-tao, HAN Yue-xin, LI Yan-jun, et al. Establishment and prediction of particle size distribution

model for impact crushing[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2019, 29(6): 1316−1323.

[6] 洪 俊, 李建兴, 沈 月, 等. 颗粒破碎过程的离散元精细化建模[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2018, 51(12): 1253−1259.
HONG Jun, LI Jian-xing, SHEN Yue, et al. Particle fracture model based on the discrete element method[J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2018, 51(12): 1253−1259.

[7] 蔡改贫, 余世科, 姚子茂, 等. 落锤冲击破碎能耗试验分析[J]. 矿山机械, 2015, 43(2): 65−68.
CAI Gai-pin, YU Shi-ke, YAO Zi-mao, et al. Analysis on test for impact crushing energy consumption of drop weight[J]. Mining & Processing Equipment, 2015, 43(2): 65−68.

[8] 徐 琨, 周 伟, 马 刚, 等. 基于离散元法的颗粒破碎模拟研究进展[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(5): 880−889.
XU Kun, ZHOU Wei, MA Gang, et al. Review of particle breakage simulation based on DEM[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(5): 880−889.

[9] KUANG D M, LONG Z L, GUO R Q, et al. Numerical investigation of the cushion and size effects during single-particle crushing via DEM[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2020, 33(6): 851−863.

[10] WU M M, WANG J F. A DEM investigation on crushing of sand particles containing intrinsic flaws[J]. Soils and Foundations, 2020, 60(2): 562−572.

[11] LIN J, BAUER E, WU W. A combined method to model grain crushing with DEM[J]. Geoscience Frontiers, 2020, 11(2): 451−459.

[12] SHAO X Q, CHI S C, TAO Y, et al. DEM simulation of the size effect on the wetting deformation of rockfill materials based on single-particle crushing tests[J]. Computers and Geotechnics, 2020, 123: 103429.

[13] CASTRO-FILGUEIRA U, ALEJANO L R, IVARS D M. Particle flow code simulation of intact and fissured granitic rock samples[J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2020, 12(5): 960−974.

[14] POTYONDY D O, CUNDALL P A. A bonded-particle model for rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, 41(8): 1329−1364.

[15] UEDA T, MATSUSHIMA T, YAMADA Y. DEM simulation on the one-dimensional compression behavior of various shaped crushable granular materials[J]. Granular Matter, 2013, 15(5): 675−684.

[16] BARRIOS G K, JIMÉNEZ-HERRERA N, FUENTES-TORRES S N, et al. DEM simulation of laboratory-scale jaw crushing of a gold-bearing ore using a particle replacement model[J]. Minerals, 2020, 10(8): 717.

Influence of basic particle diameter on accuracy of bonded-particle model

WANG Xiao[1, 2], XUE Yu-jun[1, 2], CHENG Bo[3], LIU Jun[4], GUAN Zhi-qiang[5], LI Ji-shun[1, 2]

(1. School of Mechatronics Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China;
2. Henan Key Laboratory for Machinery Design and Transmission System,
Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China;
3. Luoyang Mining Machinery Engineering Design Institute Co., Ltd., Luoyang 471003, China;
4. State Key Laboratory of Mining Heavy Equipment, CITIC Heavy Industries Co., Ltd., Luoyang 471003, China;
5. School of Mechanical and Mining Engineering, University of Queensland, Brisbane 4702, Australia)

Abstract: By using the discrete element method (DEM) for ore crushing simulation, the bonded-particle model is usually selected. The basic particle diameter in the bonded-particle model has a significant influence on the simulation results. In order to study the influence of the change of basic particle size on the accuracy of the model, nine groups of basic particle diameter combinations were designed to construct the bonded-particle model in this paper. Based on this model, the simulation on gold ore crushing processing was carried out using DEM, and the distribution of crushing sieving size grade under different particle diameter combinations was obtained. The simulation results were compared and analyzed with the experiment results. The results show that the combination of basic particle size has an impact on the accuracy of the model. Using a proper combination of basic particle size to construct a bonded-particle model could improve the accuracy of the model. When the difference between the basic particle diameters is uniform, the model accuracy is high, and the simulation results are in good agreement with the drop-weight test results. The simulations of iron ore and copper ore with the same particle size verify the effectiveness of the basic particle selection method.

Key words: bonded-particle model; ore crushing; discrete element method (DEM); crushing simulation; drop-weight test

---

Foundation item: Project(2012CB724306) supported by the National Basic Research Program of China; Project (201200210500) supported by the Special Project of Industrial Cluster in the National Innovation Demonstration Zone, China

Received date: 2021-05-06; **Accepted date:** 2021-09-02

Corresponding author: LI Ji-shun; Tel: +86-13608657695; E-mail: li_jishun@163.com

(编辑　龙怀中)