



## 磁化效应对三维时间域航空电磁数据的影响

刘 慧<sup>1,3</sup>, 岳明鑫<sup>1,2,3</sup>, 杨晓冬<sup>1,3</sup>, 李 勇<sup>2</sup>

(1. 中国科学技术大学 地球和空间科学学院, 合肥 230026;

2. 中国地质科学院地球物理地球化学勘查研究所,

自然资源部地球物理电磁法探测技术重点实验室, 廊坊 065000;

3. 中国科学技术大学 蒙城地球物理国家野外科学观测研究站, 蒙城 233500)

**摘 要:** 磁性异常对时间域航空电磁观测数据有明显影响, 但关于同时存在电导率和磁导率异常的时域航空电磁三维正演模拟的工作还未见报道。本文发展了考虑磁化效应的频率域电磁三维矢量有限元数值模拟技术, 在此基础上, 利用时-频转换实现同时考虑地下电导率和磁导率异常的三维时间域航空电磁正演计算, 理论模型验证了该算法的准确性和稳定性。结果表明: 磁化异常显著增强了时间域航空电磁响应强度, 特别是在强磁性环境背景下, 时间域航空电磁的响应值在良导体中反而比在高阻体中更小, 这个新现象对具有潜在异常磁导率地区的时间域航空电磁数据解释及其应用有重要影响。

**关键词:** 时间域航空电磁法; 磁导率; 矢量有限元; 数值模拟

文章编号: 1004-0609(2021)-06-1639-10

中图分类号: P631

文献标志码: A

**引文格式:** 刘 慧, 岳明鑫, 杨晓冬, 等. 磁化效应对三维时间域航空电磁数据影响研究[J]. 中国有色金属学报, 2021, 31(6): 1639–1648. DOI: 10.11817/j.ysxb.1004.0609.2021-35968

LIU Hui, YUE Ming-xin, YANG Xiao-dong, et al. Influence of magnetization effect on aeronautical electromagnetic data in 3D time domain[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2021, 31(6): 1639–1648.

DOI: 10.11817/j.ysxb.1004.0609.2021-35968

航空电磁方法(AEM)是地球电磁场勘探<sup>[1]</sup>中一种常用的地球物理方法。因其高效、便捷、便于通行等特点已被广泛应用于地质调查<sup>[2]</sup>, 固体矿产资源勘探<sup>[3]</sup>, 环境和工程等问题的研究中<sup>[4]</sup>。进入 21 世纪以来, 相比于测量似稳场的频率域航空电磁系统(AFEM), 研究瞬态场变化的时间域航空电磁系统(ATEM)因其可以通过发送具有连续频谱特征的间断波形来获得更大的勘探深度, 因而越来越受到工业和学术界的青睐<sup>[5]</sup>。

现阶段, 电磁勘探的数据解释通常是基于地球介质没有磁性(即:  $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ )这一假设<sup>[6-10]</sup>。

然而, 许多地球介质的磁性是客观存在的, 例如在中国华南的某些磁铁矿地区其相对磁导率高达 5<sup>[11]</sup>, 而在东南亚柬埔寨、非洲的安哥拉等地区磁性普遍较高<sup>[12]</sup>。此外, 中国安徽冬瓜山铜矿区受到严重的人文电磁干扰<sup>[13]</sup>。在上述地区开展时间域航空电磁勘探工作有可能会受到难以预料的影响, 因此, 在数据处理与解释中, 同时考虑电导率和磁导率变化的影响十分重要。高亮等<sup>[14]</sup>在频率域航空电磁法正演中, 考虑到了磁化效应的影响, HU 等<sup>[13]</sup>在强干扰矿区内运用了伪随机频率域电磁法, HUANG 等<sup>[15]</sup>研究了磁导率异常变化对宽频电磁响

**基金项目:** 国家重点研发计划资助项目(2018YFE0208300); 自然资源部地球物理电磁法探测技术重点实验室开放课题项目(KLGEP201902); 安徽省自然科学基金资助项目(200808QD176); 中央高校基本业务基金资助项目(WK2080000129); 安徽蒙城地球物理国家野外科学观测研究站联合开放基金资助项目(MENGO-202003); 中国博士后科学基金资助项目(2020M682040)

**收稿日期:** 2020-04-29; **修订日期:** 2021-03-05

**通信作者:** 岳明鑫, 高级工程师, 博士; 电话: 18226632295; E-mail: staryue@mail.ustc.edu.cn

应影响的特征, FARQUHARSON 等<sup>[16]</sup>利用 loop-loop 的数据成功地反演了地下介质的电导率和磁导率信息, 而 BRUSCIHNI<sup>[17]</sup>则详细研究了土壤的磁性对于金属探测器的影响。

上述大部分的工作都是针对于频率域的电磁测量系统, 并且数据的处理解释仅限于一维情况。至今很少有人关注时间域航空电磁数据中磁化效应的影响, 同时, 在电导率和磁导率异常的时域航空电磁三维模拟的工作更是未见报道。

对于时间域的三维电磁场的正演模拟, 目前主要有两种途径: 一是直接法—即在时间和空间上直接离散麦克斯韦方程进行求解, 例如时域有限差分算法<sup>[18-19]</sup>、时域有限元算法<sup>[20-21]</sup>, 该类方法精度较高, 但是求解过程往往受限于离散步长的选取, 计算效率较低; 另一种是间接法—即先通过求解频域的三维电磁场值, 再利用傅里叶反变换获得时域的响应值<sup>[22-23]</sup>。MULDER 等<sup>[24]</sup>通过模型计算证明了如果频率域电磁场的计算效率足够高效, 利用间接方法求解三维时域电磁场值具有很大的优势。在电磁场的三维数值模拟中, 常规的节点有限元方法不能满足电磁场在物性边界上的连续性及其散度为零的条件, 并会产生伪解。为此 TANG 等<sup>[25]</sup>利用库伦规范势方程解决了这一问题, 然而, 模型中磁导率的变化, 会导致该方法单元离散后的刚度矩阵十分病态, 严重影响数值计算的精度<sup>[26]</sup>。矢量有限元算法可以自然满足电磁场在介质边界处的连续性, 保证矢量场的散度为零, 并在处理电导率和磁导率同时变化的模型时可以改善刚度矩阵的条件数从而提供更为精确的计算结果<sup>[27]</sup>。

本文的研究中, 首先开展了磁化效应下频率域航空电磁三维矢量有限元数值模拟, 然后利用时-频转换实现了时域的电磁场的正演计算。通过理论模型的计算, 验证了三维 ATEM 算法的精度及效率。数值算例的计算结果表明: 良导体中的磁化效应增加时间域航空电磁的响应值, 而在强磁背景下, 时间域航空电磁的响应在良导体中反而比在高阻体中更小。

## 1 正演模拟

### 1.1 控制方程

在频率域低频可控源电磁应用中, 假定一个时

谐因子  $e^{i\omega t}$ , 麦克斯韦方程组可以写成以下形式:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega\mu\mathbf{H} \quad (1a)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} - \sigma\mathbf{E} = \mathbf{J}_s \quad (1b)$$

式中:  $\sigma$ 、 $\mu$  分别表示电导率和磁导率;  $\omega$  是角频率。  $\mathbf{J}_s$  代表源的电流密度。

把式(1a)和(1b)两边同时取旋度, 然后相减去除磁场, 可以得到电场的双旋度方程:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + i\omega\mu\sigma\mathbf{E} = -i\omega\mu\mathbf{J}_s \quad (2)$$

从式(2)中可以看出,  $\mathbf{J}_s$  在源点附近无穷大, 是个奇异点。为了避免在源的附近网格过度加密, 并消除场源的奇异性, 本文中采用二次场的算法。

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}_p + i\omega\mu_0\sigma_0\mathbf{E}_p = -i\omega\mu_0\mathbf{J}_s \quad (3)$$

式(2)减去式(3), 二次场控制方程可以表示为:

$$\nabla \times \left[ \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E}_s \right] + i\omega\sigma\mathbf{E}_s = -i\omega\Delta\sigma\mathbf{E}_p - i\omega\nabla \times \left( \frac{\Delta\mu}{\mu} \nabla \times \mathbf{E}_p \right) \quad (4)$$

$$\Delta\sigma = \sigma - \sigma_0 \quad (5)$$

$$\Delta\mu = \mu - \mu_0 \quad (6)$$

式中: 下标 P、S 分别代表一次场(背景场)和二次场(散射场)。对于式(3)可以采用矢量有限元算法求解得到二次场, 具体将在 1.2 节中详细讨论。而一次场  $\mathbf{E}_p$ 、 $\mathbf{H}_p$  则可以使用提到的半空间或者层状模型半解析求出<sup>[28]</sup>。利用式(3)计算得到二次电场后, 二次磁场可以利用法拉第电磁感应定律插值得:

$$\mathbf{H}_s = -\frac{1}{i\omega\mu} \nabla \times \mathbf{E}_s - \frac{\Delta\mu}{\mu} \mathbf{H}_p \quad (7)$$

本研究中使用一个局部有限差分方法来近似法拉第定律并将离散的单元边上的电场值内插到接收点上。测点处的电场和磁场值使用三线性插值。由此, 总场可以写为:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_p + \mathbf{E}_s \quad (8)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_p + \mathbf{H}_s \quad (9)$$

时间域的响应可以通过傅里叶变换得到<sup>[29, 32]</sup>:

$$\mathbf{E}(t) = \int_0^\infty \mathbf{E}(\omega) \cos(\omega t) d\omega \quad (10a)$$

$$\mathbf{H}(t) = \int_0^\infty \mathbf{H}(\omega) \sin(\omega t) d\omega \quad (10b)$$

根据正余旋函数与贝塞尔函数之间的关系:

$$J_{-1/2} = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos(x) \quad (11)$$

$$J_{1/2} = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin(x) \quad (12)$$

其数值变换可以通过快速汉克尔变换表示为:

$$f(t) = \frac{1}{t} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{-\infty}^{+\infty} F\left(\frac{e^{n\Delta}}{t}\right) c \cos(e^{n\Delta}) \quad (13)$$

$$f(t) = \frac{1}{t} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{-\infty}^{+\infty} F\left(\frac{e^{n\Delta}}{t}\right) c \sin(e^{n\Delta}) \quad (14)$$

式(13)和(14)中  $\Delta = \ln(10)/20$  为采用间隔, 正余旋变换的滤波系数分别为:

$$c \cos(e^{n\Delta}) = \sqrt{e^{n\Delta}} H_{-1/2}(n\Delta) \quad (15)$$

$$c \sin(e^{n\Delta}) = \sqrt{e^{n\Delta}} H_{1/2}(n\Delta) \quad (16)$$

式中:  $c$  是正旋或余旋的滤波系数。实际计算中, 滤波系数越大, 计算精度越高, 相应地计算时间也就越长<sup>[32]</sup>。在本文时-频转换的运算中, 选用了 201 点的正旋滤波系数。

## 1.2 有限元分析

依据加权余量法, 式(4)的弱解的形式则可以表示为:

$$F(\mathbf{E}_s) = \int N_i^e \left[ \nabla \times \mu^{-1} \nabla \times \mathbf{E}_s - i\omega \mu_0 \sigma_0 \mathbf{E}_s - i\omega \mu_0 \Delta \sigma \mathbf{E}_p - i\omega \nabla \times \left( \frac{\Delta \mu}{\mu} \mathbf{H}_p \right) \right] dV \quad (17)$$

传统的节点有限元算法在模拟电磁场这一矢量问题时, 会遇到电场或磁场边界不连续、不满足矢量场散度为零, 并出现伪解。这在处理电导率和磁导率都存在变化的介质时, 问题极大, 即使在求解中强行加入散度校正项, 仍不能完全消除其影响<sup>[30]</sup>。而基于矢量基函数的矢量有限元算法可以自动满足电磁场在边界上的连续性条件, 很好地解决了这一难题。矢量有限元算法和传统节点有限元一样, 三维模型的建立可以使用四面体或六面体单元。对于规则六面体单元, 可以定义单元内部的电场分量为:

$$\mathbf{E}^e = \sum_{i=1}^{12} N_i^e \mathbf{E}_i^e \quad (18)$$

式中:  $\mathbf{E}_i^e$  表示单元中第  $i$  条边上的电场;  $N_i^e$  代表

单元内第  $i$  条边上矢量基函数。根据其定义,  $N_i^e$  满足散度为零, 旋度不为零的条件, 即

$$\nabla \cdot N_i^e = 0, \nabla \times N_i^e \neq 0 \quad (19)$$

因此, 无需在矢量有限元公式中施加电场的散度自由条件。

将式(17)右端项拆分, 则有

$$\begin{aligned} & \int N_i^e [\nabla \times \mu_r^{-1} \nabla \times \mathbf{E}_s] dV = \\ & \int (\mu_r^{-1} \nabla \times \mathbf{E}_s) \cdot (\nabla \times N_i^e) dV - \\ & i\omega \oint \left( \frac{\Delta \mu}{\mu} \mathbf{H}_p \right) \cdot (N_i^e \times \mathbf{n}) ds - i\omega \oint \mathbf{H}_s \cdot (N_i^e \times \mathbf{n}) ds \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & i\omega \int \nabla \times \left( \frac{\Delta \mu}{\mu} \mathbf{H}_p \right) \cdot N_i^e dV = \\ & i\omega \int \left( \frac{\Delta \mu}{\mu} \mathbf{H}_p \right) \cdot (\nabla \times N_i^e) dV + \\ & i\omega \oint \left( \frac{\Delta \mu}{\mu} \mathbf{H}_p \right) \cdot (N_i^e \times \mathbf{n}) ds \end{aligned} \quad (21)$$

方程(17)可以写为:

$$\begin{aligned} F(\mathbf{E}_s) = & \int (\mu_r^{-1} \nabla \times \mathbf{E}_s) \cdot (\nabla \times N_i^e) dV - \\ & i\omega \int \mu_0 \sigma \mathbf{E}_s \cdot N_i^e dV - i\omega \int \mu_0 \Delta \sigma \mathbf{E}_p \cdot N_i^e dV + \\ & i\omega \int \left( \frac{\Delta \mu}{\mu} \mathbf{H}_p \right) \cdot (\nabla \times N_i^e) dV - i\omega \oint \mathbf{H}_s \cdot (N_i^e \times \mathbf{n}) ds \end{aligned} \quad (22)$$

本文采用第一类边界条件, 即认为二次场在足够远边界上为衰减零, 因此二次磁场的面积分为零。式(16)的最后一项为零。

如果假设计算区域被剖分为  $N$  个单元, 并且认为电磁场在计算域的边界上衰减为零。总体的线性方程组可以被写成以下形式:

$$\sum_{e=1}^N \left\{ \sum_{i=1}^{12} \left( \sum_{j=1}^{12} A_{ij}^e \mathbf{E}_{sj}^e - \mathbf{b}_i^e \right) \right\} = 0 \quad (23)$$

令

$$K_{ij}^e = \int (\nabla \times N_i^e) \cdot (\nabla \times N_j^e) dV \quad (24)$$

$$S_{ij}^e = \int N_i^e \cdot N_j^e dV \quad (25)$$

则有

$$A_{ij}^e = \mu^{-1} K_{ij}^e - i\omega \sigma(\omega) S_{ij}^e \quad (26)$$

$$\mathbf{b}_i^e = i\omega \mu_0 \Delta \sigma \int \mathbf{E}_p N_i^e dV - i\omega \oint \left( \frac{\Delta \mu}{\mu} \mathbf{H}_p \right) \cdot (\nabla \times N_i^e) dV \quad (27)$$

对于大型稀疏线性方程系统(式(17))的求解,目前有直接法和间接法两种途径。而对于航空电磁这一类多源多频问题,利用直接求解算法,只需每次改变方程组的右端项,可以大大提高计算效率。因此本文利用了 Intel MKL 库中内置的 PARDISO 直接求解器求解该方程系统。

## 2 数值分析

### 2.1 算法验证

为了验证本文算法的准确性,本研究将三维 ATEM 有限元计算结果与理论模型的解析解和三维积分方程解进行对比分析。

半空间模型存在解析解,其发射源为一个垂直磁偶极子,位于地面上方 30 m 处。设定半空间模型的电阻率为  $100 \Omega \cdot \text{m}$ , 相对导磁率为 2。计算域的大小为  $2 \text{ km} \times 2 \text{ km} \times 1 \text{ km}$ , 沿  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向各延伸 5 km, 模型剖分为  $40 \times 40 \times 50$  个六面体单元。本文三维 ATEM 的计算平台为 8 核 Inter i7 个人电脑,主频 3.2 GHz, 16 G RAM。频率域计算中的 33 个频点在  $10^{-4} \text{ Hz}$  到  $10^4 \text{ Hz}$  之间对数等间隔分布,各个频点之间的计算相互并行。三维 ATEM 总共的计算时间为 23.86 s。如图 1 所示,三维 ATEM 计算的垂直磁场感应电动势响应与半空间解析解基本一致,最大相对误差值小于 2%。

图 2(a)所示为一立方体异常体(电阻率为  $1 \Omega \cdot \text{m}$ , 相对导磁率为 2)隐伏在电阻率为  $100 \Omega \cdot \text{m}$  的非磁性均匀半空间中,其收发方式和上例相同, XIONG 等<sup>[31]</sup>获得了该模型的积分方程解。图 2(b)所示为本文三维 ATEM 有限元计算的垂直磁场感应电动势响应与积分方程解的比较,两者相当吻合。三维模型计算结果同样验证了本文算法的准确性。

### 2.2 非磁性背景中异常体响应特征

数值算例中的模型如图 3 所示,在电阻率为  $100 \Omega \cdot \text{m}$  的非磁性均匀半空间中埋藏一个立方体型异常体,其埋深为 100 m,异常体沿  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向上的长度分别为 200 m、200 m、50 m。ATEM 的收发系统采用面积为  $400 \text{ m}^2$  的回线装置,航线方向在异常体中心上方沿着  $y$  方向,飞行高度为 30 m。测量范围在  $-200 \text{ m}$  到  $200 \text{ m}$ , 测点距离 25 m。在模型计算中,异常体的电阻率和磁导率均可以变化。利用三

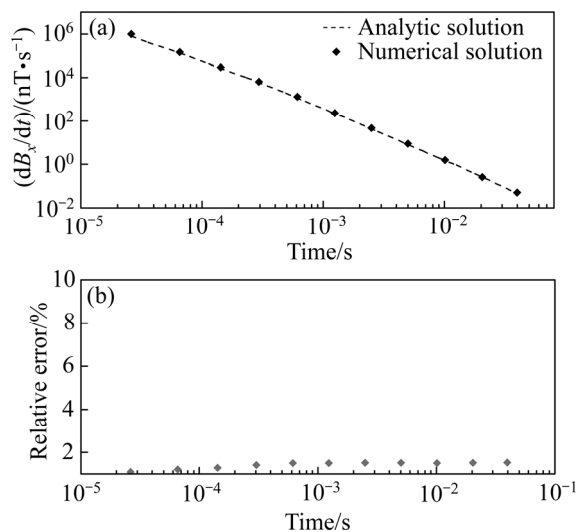


图 1 时域数值解和解析解的对比

Fig.1 Comparison of numerical and analytical solutions in time domain: (a) Induced electromotive force  $dB/dt$ ; (b) Relative error

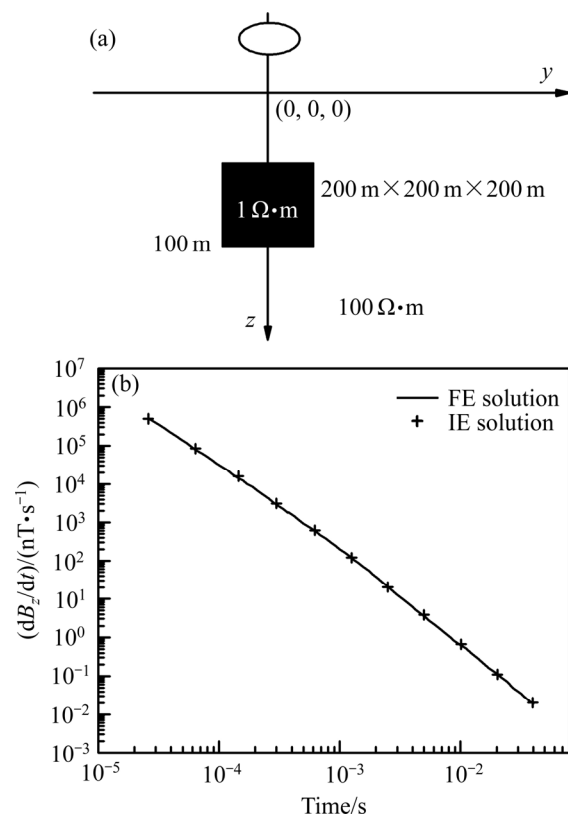


图 2 三维理论模型示意与结果对比图

Fig. 2 Three-dimensional theoretical model schematic diagram and result comparison diagram: (a) Three-dimensional theoretical model schematic diagram; (b) Comparison between EMF response of vertical magnetic field and solution of integral equation in this article

维 ATEM 分别计算了电磁感应模式(仅存在电导率异常)、磁化模式(仅存在磁导率异常)、电磁耦合模式(同时存在电导率和磁导率异常)三种情况下的时域响应。

图 4 显示了在三次正演计算中测点(0, 0)处磁场

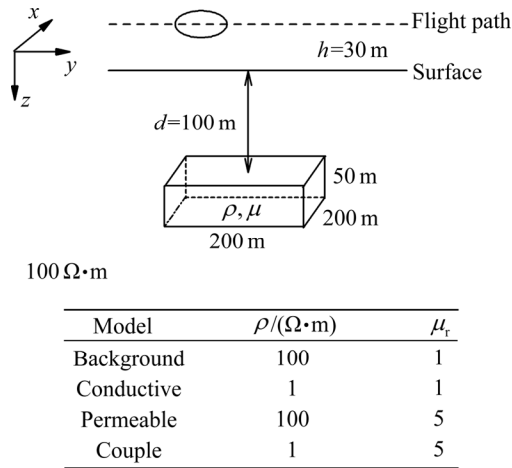


图 3 数值算例中的模型参数  
Fig. 3 Model parameters in numerical examples

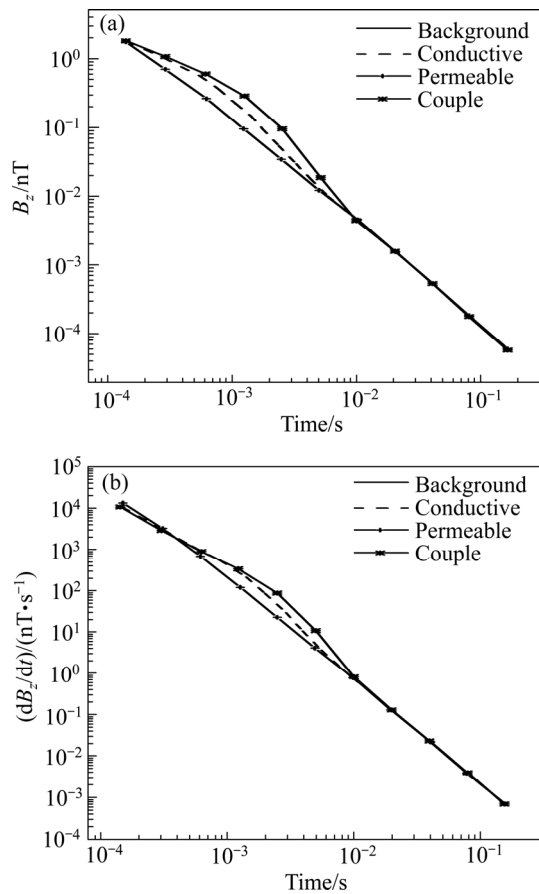


图 4 测点(0, 0)处 ATEM 的响应值  
Fig. 4 Response value of ATEM at measuring point (0, 0):  
(a)  $B_z$ ; (b)  $\text{d}B_z/\text{d}t$

的垂直分量响应。无论是垂直磁场( $B_z$ )还是垂直磁场的感应电动势( $\text{d}B_z/\text{d}t$ ),其在磁化模式下的电磁响应几乎与背景场重合,这是由于在此模式下,模型中没有导电异常体,因此无法形成涡流电场,进而无法感应二次磁场。同时,相比仅存在电导率异常的电磁感应模式,同时存在电导率和磁导率异常电磁耦合模式下的 ATEM 响应明显增大,而且其衰减更慢。这是因为 ATEM 响应主要由电磁感应的涡流场形成,而涡流场形成的二次磁场随时间导数变化,故其衰减很快;而异常体中由磁化效应而产生的异常磁场并不随着时间而产生变化,因此可以增大并延迟 ATEM 的异常响应。

图 5 所示为整条剖面上的异常响应。无论是磁场响应还是磁场感应电动势响应,其耦合模式和感应模式的峰值正好能对应异常体的中心点位置,因此可以利用此信息来辨别异常体的位置。

2.3 磁性背景中异常体响应特征

如图 6 所示,两个非磁性的异常体埋藏在电阻

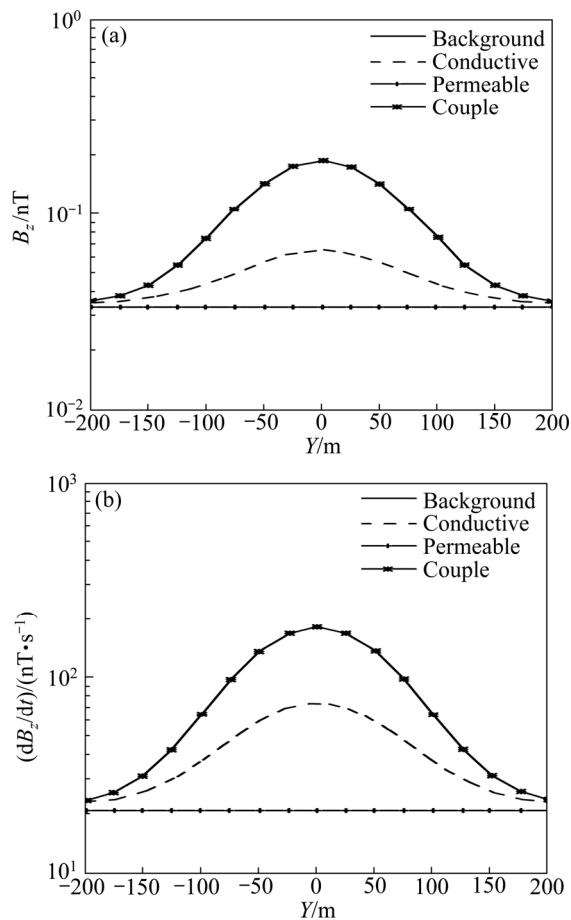


图 5 测线上 ATEM 的响应值  
Fig. 5 Response value of ATEM on line: (a)  $B_z$ ; (b)  $\text{d}B_z/\text{d}t$

率为  $50 \Omega \cdot \text{m}$ 、磁导率可变的均匀半空间中。异常体的尺寸为  $50 \text{ m} \times 50 \text{ m} \times 100 \text{ m}$ ，埋深为  $100 \text{ m}$ 。良导体和高阻体电阻率分别为  $0.25 \Omega \cdot \text{m}$  和  $1000 \Omega \cdot \text{m}$ 。ATEM 的收发系统和非磁性背景模型相同。整个三维测线的布置如图 6(b) 所示，航线方向为着  $y$  方向，飞行高度为  $30 \text{ m}$ 。测量范围在  $-150 \text{ m}$  到  $150 \text{ m}$ ，测点距离  $25 \text{ m}$ 。总共飞行了 13 条测线，共计 169 个测点。

当磁性半空间背景的相对磁导率分别为 1、2、5 时，利用 ATEM 三维有限元算法计算得到不同时间道集上垂直磁场响应在  $x$ - $y$  平面上的分布，如图 7 所示。总体来看，磁性空间下的 ATEM 响应要大于非磁性空间下的 ATEM 响应。对于早期数据而言，由于反映的浅部地质的信息，对异常体的总体

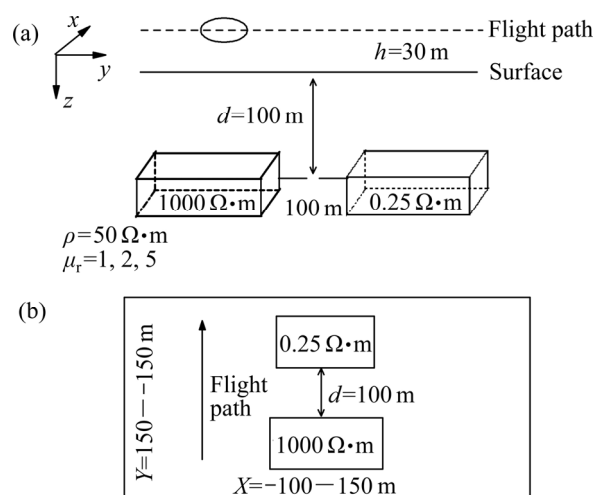


图 6 模型示意图与 ATEM 测量的测线布置图

Fig. 6 Model diagram and line layout of ATEM measurement: (a) 3D model diagram; (b) 3D line layout of ATEM survey

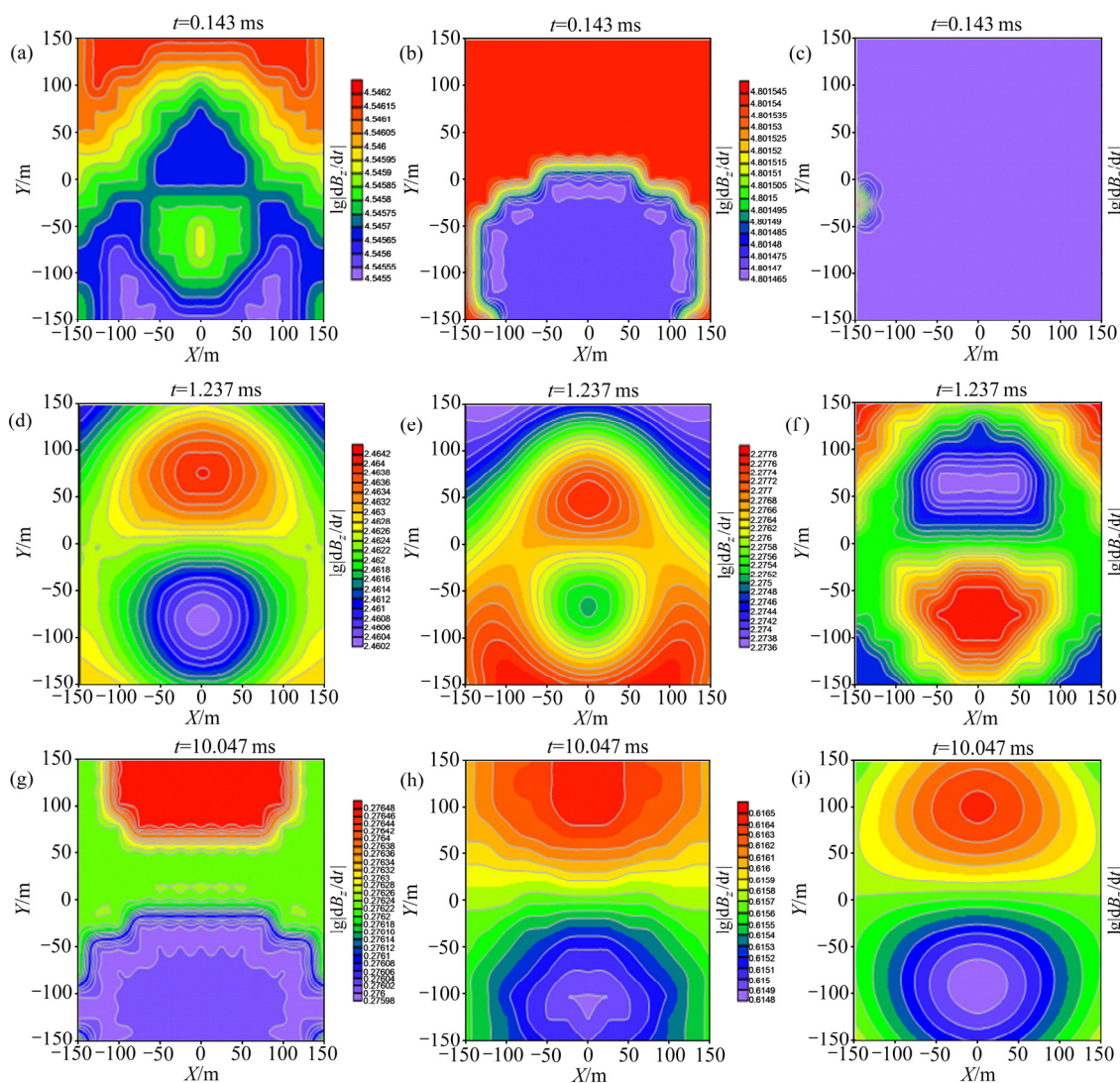


图 7 不同时间道集上的磁场响应值

Fig. 7 Response value of magnetic field on different time gathers: (a), (d), (g) For non-permeable environment; (b), (e), (h) For permeable environment ( $\mu_r=2$ ); (c), (f), (i) For permeable environment ( $\mu_r=5$ )

分辨能力较差, 而磁性环境背景下, 更加掩盖了异常体的信息(见图 7(a)~(c))。对于电磁感应信号而言, 异常磁场的响应值在良导体下较大, 在高阻体中较小, 这种现象在非磁性和低磁性模型中得到反映(见图 7(d)~(e))。研究发现, 在强磁性环境下, 电磁感应信号却在两种电性体中得出相反的结果(见图 7(f)), 即 ATEM 响应在良导体中较小, 在高阻体中反而变大。

把该模型此时间道集上的单条剖面显示出来可以更直观的看出(见图 8), 这是由于模型强磁性背景中的磁化效应在 ATEM 信号占据主导, 干扰并掩盖了真实的异常信息。这种现象出现会对在磁性背景下航空电磁数据的处理和解释带来很大的影响, 因此, 在特定的区域, 必须要考虑磁导率变化所带来的影响才能避免对地下的结构产生误判。从晚期数据可见, 在三种情况下, 异常体的边界都被扩大(见图 7(g)~(i)), 这主要代表深部地质体的信息。

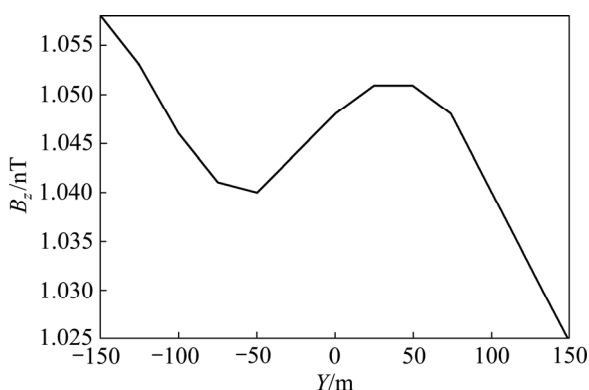


图 8 强磁性环境下  $t=1.237$  s 道集上的 ATEM 响应值

Fig. 8 Value of ATEM response on  $t=1.237$  s gathers in strong magnetic environment

### 3 结论

1) 异常体中磁性的变化会在很大的时间范围内影响航空电磁的响应特征, 良导体中的磁化效应会极大地增大航空电磁的响应值。

2) 强磁性背景下的航空电磁响应在高阻体中反而比在良导体中更大, 因此忽视磁化效应对航空电磁数据的影响, 会对地下结构产生误判。

3) 这一新的发现也能为在磁性地区利用时间

域航空电磁方法寻找高阻异常体提供依据。

### 附录

六面体单元矢量有限元算法和传统节点有限元一样。对于规则六面体单元我们定义单元的中心点为  $(x_0, y_0, z_0)$ 。 $l_x^e$ 、 $l_y^e$ 、 $l_z^e$  分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向上的边长(详见图 9)。因此单元内部的电场分量可以表示为:

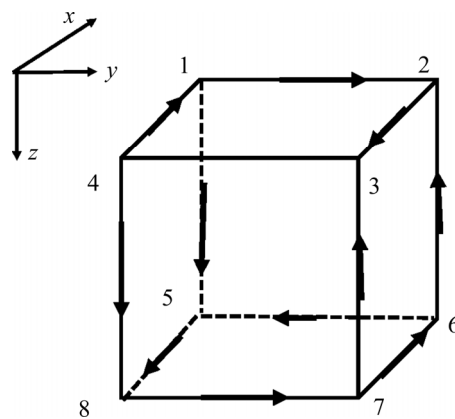


图 9 六面体单元

Fig. 9 Hexahedral element

$$\begin{aligned} E_x^e &= \sum_{i=1}^4 N_{xi}^e E_{xi}^e \\ E_y^e &= \sum_{i=1}^4 N_{yi}^e E_{yi}^e \\ E_z^e &= \sum_{i=1}^4 N_{zi}^e E_{zi}^e \end{aligned} \quad (A1)$$

式中:

$$N_{x1}^e = \frac{1}{l_y^e l_z^e} \left( y_0 + \frac{l_y^e}{2} - y \right) \left( z_0 + \frac{l_z^e}{2} - z \right) \quad (A2)$$

$$N_{x2}^e = \frac{1}{l_y^e l_z^e} \left( y - y_0 + \frac{l_y^e}{2} \right) \left( z_0 + \frac{l_z^e}{2} - z \right) \quad (A3)$$

$$N_{x3}^e = \frac{1}{l_y^e l_z^e} \left( y_0 + \frac{l_y^e}{2} - y \right) \left( z - z_0 + \frac{l_z^e}{2} \right) \quad (A4)$$

$$N_{x4}^e = \frac{1}{l_y^e l_z^e} \left( y - y_0 + \frac{l_y^e}{2} \right) \left( z - z_0 + \frac{l_z^e}{2} \right) \quad (A5)$$

$$N_{y1}^e = \frac{1}{l_x^e l_z^e} \left( x_0 + \frac{l_x^e}{2} - x \right) \left( z_0 + \frac{l_z^e}{2} - z \right) \quad (A6)$$

$$N_{y2}^e = \frac{1}{l_x^e l_z^e} \left( x - x_0 + \frac{l_x^e}{2} \right) \left( z_0 + \frac{l_z^e}{2} - z \right) \quad (A7)$$

$$N_{y3}^e = \frac{1}{l_x^e l_z^e} \left( x_0 + \frac{l_y^e}{2} - x \right) \left( z - z_0 + \frac{l_z^e}{2} \right) \quad (A8)$$

$$N_{y4}^e = \frac{1}{l_x^e l_z^e} \left( x - x_0 + \frac{l_y^e}{2} \right) \left( z - z_0 + \frac{l_z^e}{2} \right) \quad (A9)$$

$$N_{z1}^e = \frac{1}{l_x^e l_y^e} \left( x_0 + \frac{l_y^e}{2} - x \right) \left( y_0 + \frac{l_y^e}{2} - y \right) \quad (A10)$$

$$N_{z2}^e = \frac{1}{l_x^e l_y^e} \left( x - x_0 + \frac{l_y^e}{2} \right) \left( y_0 + \frac{l_y^e}{2} - y \right) \quad (A11)$$

$$N_{z3}^e = \frac{1}{l_x^e l_y^e} \left( x_0 + \frac{l_y^e}{2} - x \right) \left( y - y_0 + \frac{l_y^e}{2} \right) \quad (A12)$$

$$N_{z4}^e = \frac{1}{l_x^e l_y^e} \left( x - x_0 + \frac{l_y^e}{2} \right) \left( y - y_0 + \frac{l_y^e}{2} \right) \quad (A13)$$

如果用图9定义棱边数, 方程(A1)可以被写为一个总式:

$$E^e = \sum_{i=1}^{12} N_i^e E_i^e \quad (A14)$$

当  $i=1, 2, 3, 4$  时,

$$N_i^e = N_{xi}^e \hat{x}, N_{i+4}^e = N_{yi}^e \hat{y}, N_{i+8}^e = N_{zi}^e \hat{z} \quad (A15)$$

式中:  $E_i^e$  表示单元中第  $i$  条边上的电场,  $N_i^e$  代表单元内第  $i$  条边上矢量基函数。根据其定义,  $N_i^e$  满足散度为零, 旋度不为零的条件, 即

$$\nabla \cdot N_i^e = 0, \quad \nabla \times N_i^e \neq 0 \quad (A16)$$

由于矢量基函数在单元边界处也是连续的, 因

表1 六面体单元棱边定义

Table 1 Edge definition of hexahedral element

| Edge $i$ | Node $i_1$ | Node $i_2$ |
|----------|------------|------------|
| 1        | 1          | 2          |
| 2        | 4          | 3          |
| 3        | 5          | 6          |
| 4        | 8          | 7          |
| 5        | 1          | 4          |
| 6        | 5          | 8          |
| 7        | 2          | 3          |
| 8        | 6          | 7          |
| 9        | 1          | 5          |
| 10       | 2          | 6          |
| 11       | 4          | 8          |
| 12       | 3          | 7          |

此无需在矢量有限元公式中施加电场的散度自由条件。

## REFERENCES

- [1] 何继善. 大深度高精度广域电磁勘探理论与技术[J]. 中国有色金属学报, 2019, 29(9): 1809–1816.  
HE Ji-shan. Theory and technology of wide field electromagnetic method[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2019, 29(9): 1809–1816.
- [2] SAPIA V, VIEZZOLI A, JORGENSEN F, et al. The impact on geological and hydrogeological mapping results of moving from ground to airborne TEM[J]. Journal of Environmental and Engineering Geophysics, 2014, 19(1): 53–66.
- [3] ALARIFI S S, KELLOGG J N, IBRAHIM E. Gravity, aeromagnetic and electromagnetic study of the gold and pyrite mineralized zones in the Haile Mine area, Kershaw, South Carolina[J]. Journal of Applied Geophysics, 2019, 164: 117–129.
- [4] 殷长春, 任秀艳, 刘云鹤, 等. 航空瞬变电磁法对地下典型目标体的探测能力研究[J]. 地球物理学报, 2015, 58(9): 3370–3379.  
YIN Chang-chun, REN Xiu-yan, LIU Yun-he, et al. Exploration capability of airborne TEM systems for typical targets in the subsurface[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2015, 58(9): 3370–3379.
- [5] STEUER A, SIEMON B, AUKEN E. A comparison of helicopter-borne electromagnetics in frequency- and time-domain at the Cuxhaven valley in Northern Germany[J]. Journal of Applied Geophysics, 2009, 67(3): 194–205.
- [6] SIEMON B, AUKEN E, CHRISTIANSEN A V. Laterally constrained inversion of helicopter-borne frequency-domain electromagnetic data[J]. Journal of Applied Geophysics, 2009, 67(3): 259–268.
- [7] MINSLEY B J. A trans-dimensional Bayesian Markov chain Monte Carlo algorithm for model assessment using frequency-domain electromagnetic data[J]. Geophysical Journal International, 2011, 187(1): 252–272.
- [8] 戴世坤, 王顺国, 张钱江, 等. 频率域可控源电磁法 2.5D 正反演[J]. 中国有色金属学报, 2013, 23(9): 2513–2523.  
DAI Shi-kun, WANG Shun-guo, ZHANG Qian-jiang, XUE Dong-chuan. 2.5D forward and inversion of CSEM in frequency domain[J]. The Chinese Journal of Nonferrous

- Metals, 2013, 23(9): 2513–2523.
- [9] YIN C C, QI Y F, LIU Y H. 3D time-domain airborne EM modeling for an arbitrarily anisotropic earth[J]. Journal of Applied Geophysics, 2016, 131: 163–178.
- [10] HUANG W, BEN F, YIN C C, et al. Three-dimensional arbitrarily anisotropic modeling for time-domain airborne electromagnetic surveys[J]. Applied Geophysics, 2017, 14(3): 431–440.
- [11] LUO F, YAN J Y, FU G M. The application of gravity and magnetic three-dimensional inversion based on known information constraint in deep magnetite exploration: A case study of the Nihe iron deposit in Anhui Province[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2018, 42(1): 50–60.
- [12] ZHDANOV M S, PAVLOV D A. Analysis and interpretation of anomalous conductivity and magnetic permeability effects in time domain electromagnetic data: Part II:  $\Sigma\mu$ -inversion[J]. Journal of Applied Geophysics, 2001, 46(4): 235–248.
- [13] HU Y F, LI D Q, YUAN B, et al. Application of pseudo-random frequency domain electromagnetic method in mining areas with strong interferences[J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2020, 30(3): 774–788.
- [14] 高 亮, 胡祥云, 王卫平, 等. 磁性条件下频率域航空电磁法正演研究[J]. 工程地球物理学报, 2009, 6(4): 399–403. GAO Liang, HU Xiang-yun, WANG Wei-ping, WU Cheng-ping. A study of frequency airborne electromagnetic forward under magnetic condition[J]. Chinese Journal of Engineering Geophysics, 2009, 6(4): 399–403.
- [15] HUANG H P, WON I J. Conductivity and susceptibility mapping using broadband electromagnetic sensors[J]. Journal of Environmental & Engineering Geophysics, 2000, 5(4): 31–41.
- [16] FARQUHARSON C G, OLDENBURG D W, ROUTH P S. Simultaneous 1D inversion of loop-loop electromagnetic data for magnetic susceptibility and electrical conductivity[J]. Geophysics, 2003, 68(6): 1857–1869.
- [17] BRUSCHINI C. On the low-frequency EMI response of coincident loops over a conductive and permeable soil and corresponding background reduction schemes[J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2004, 42(8): 1706–1719.
- [18] 许洋铖, 林 君, 李肃义, 等. 全波形时间域航空电磁响应三维有限差分数值计算[J]. 地球物理学报, 2012, 55(6): 2105–2114. XU Yang-cheng, LIN Jun, LI Su-yi, et al. Calculation of full-waveform airborne electromagnetic response with three-dimension finite-difference solution in time-domain[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2012, 55(6): 2105–2114.
- [19] YU X, WANG X B, LI X J, et al. Three-dimensional finite difference forward modeling of the transient electromagnetic method in the time domain[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2017, 60(2): 810–819.
- [20] CAI H Z, HU X Y, XIONG B, et al. Finite-element time-domain modeling of electromagnetic data in general dispersive medium using adaptive Padé series[J]. Computers & Geosciences, 2017, 109: 194–205.
- [21] LI J H, LU X S, FARQUHARSON C G, et al. A finite-element time-domain forward solver for electromagnetic methods with complex-shaped loop sources[J]. Geophysics, 2018, 83(3): 1–63.
- [22] BOERNER R U, ERNST O G, SPITZER K. Fast 3-D simulation of transient electromagnetic fields by model reduction in the frequency domain using Krylov subspace projection[J]. Geophysical Journal International, 2008, 173(3): 766–780.
- [23] LI J H, HU X Y, ZENG S H, et al. Three-dimensional forward calculation for loop source transient electromagnetic method based on electric field Helmholtz equation[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2013, 56(12): 4256–4267.
- [24] MULDER W A, WIRIANTO M, SLOB E C. Time-domain modeling of electromagnetic diffusion with a frequency-domain code[J]. Geophysics, 2008, 73(1): F1–F8.
- [25] TANG J T, REN Z Y, HUA X R. Theoretical analysis of geo-electromagnetic modeling on coulomb gauged potentials by adaptive finite element method[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2007, 50(5): 1584–1594.
- [26] BIRO O. Edge element formulations of eddy current problems[J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 1999, 169(3/4): 391–405.
- [27] LIU C S, REN Z Y, TANG J T, et al. Three-dimensional magnetotellurics modeling using edge based finite-element unstructured meshes[J]. Applied Geophysics, 2008, 5(3): 170–180.
- [28] KIM H J, SONG Y H, LEE K H. High-frequency electromagnetic inversion for a dispersive layered earth[J]. Journal of Geomagnetism and Geoelectricity, 2011, 49(11): 1439–1450.
- [29] RAICHE A. Modelling the time-domain response of AEM systems[J]. Exploration Geophysics, 1998, 29(1/2): 103–106.
- [30] 王亚璐, 底青云, 王 若. 三维 CSAMT 法非结构化网格

- 有限元数值模拟[J]. 地球物理学报, 2017, 60(3): 1158–1167.
- WANG Ya-lu, DI Qing-yun, WANG Ruo. Three-dimensional modeling of controlled-source audio-frequency magnetotellurics using the finite element method on an unstructured grid[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2017, 60(3): 1158–1167.
- [31] XIONG Z H, TRIPP A C. A block iterative algorithm for 3-D electromagnetic modeling using integral-equations with symmetrized substructures[J]. Geophysics, 1995, 60(1): 291–295.
- [32] 王华军. 正余弦变换的数值滤波算法[J]. 工程地球物理学报, 2004, 1(4): 329–335.
- WANG Hua-jun. Digital filter algorithm of the sine and cosine transform[J]. Chinese Journal of Engineering Geophysics, 2004, 1(4): 329–335.

## Influence of magnetization effect on aeronautical electromagnetic data in 3D time domain

LIU Hui<sup>1,3</sup>, YUE Ming-xin<sup>1,2,3</sup>, YANG Xiao-dong<sup>1,3</sup>, LI Yong<sup>1,2</sup>

- (1. School of Earth and Space Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China;
2. Key Laboratory of Geophysical Electromagnetic Probing Technologies of Ministry of Natural Resources, Institute of Geophysical and Geochemical Exploration, Chinese Academy of Geological Science, Langfang 065000, China;
3. Mengcheng Geophysical Field Observation and Experiment Station, Mengcheng 233500, China))

**Abstract:** Magnetic anomalies have a significant impact on the time-domain airborne electromagnetic observation data, while the work of 3D forward modeling of time domain airborne electromagnetic with conductivity and permeability anomalies has not been reported. In this paper, the three-dimensional vector finite element numerical simulation technology in the frequency domain considering the magnetization effect was developed. On this basis, the three-dimensional airborne electromagnetic forward calculation in time domain considering both the underground conductivity and the permeability anomaly was realized by using the time-frequency conversion. The theoretical model verified the accuracy and stability of the algorithm. Further three-dimensional numerical simulation results show that the magnetization anomaly significantly enhances the time-domain airborne electromagnetic response strength, especially in the strong magnetic environment, the response value of time-domain airborne electromagnetic is smaller in the good conductor than in the high resistance body. This new phenomenon has an important impact on the interpretation and application of time-domain airborne electromagnetic data in areas with potential abnormal permeability.

**Key words:** time-domain airborne electromagnetic method; permeability; vector finite element; numerical simulation

**Foundation item:** Project(2018YFC0603500) support by the National Key Research and Development Program of China; Project(KLGEPT201902) supported by the Key Laboratory of Geophysical Electromagnetic Probing Technologies of Ministry of Natural Resources, China; Project(2008085QD176) supported by the Natural Science Foundation of Anhui Province, China; Project(WK2080000129) supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China; Project(MENGO-202003) supported by the Joint Open Fund of Mengcheng National Geophysical Observatory, China; Project(2020M682040) supported by the China Postdoctoral Science Foundation

**Received date:** 2020-04-29; **Accepted date:** 2021-03-05

**Corresponding author:** YUE Ming-xing; Tel: +86-18226632295; E-mail: staryue@mail.ustc.edu.cn

(编辑 何学锋)