



# 全尾砂充填膏体固–流转换阶段的流变行为

李翠平<sup>1,2</sup>, 颜丙恒<sup>1,2</sup>, 侯贺子<sup>1,2</sup>, 李 荣<sup>1,2</sup>, 李 雪<sup>1,2</sup>

(1. 北京科技大学 土木与资源工程学院, 北京 100083;  
2. 北京科技大学 金属矿山高效开采与安全教育部重点实验室, 北京 100083)

**摘要:** 全尾砂充填膏体具有多尺度、高浓度颗粒悬浮液的特征, 传统黏塑性流变模型是否适应于膏体的流变行为是需要研究的重要问题。本文从传统 H-B 流体对全尾砂膏体的适应性研究入手, 首先建立 H-B 流体的适应性约束条件, 选择适宜多尺度、高浓度膏体的流变测量系统与数据转换方法, 采用控制剪切速率(CSR)、控制剪切应力(CSS)两种流变测量模式, 开展全尾砂膏体流动曲线测量实验。结果表明: 流动曲线在 CSR 测量模式下具有负斜率现象、CSS 测量模式下具有剪切条带现象。传统 H-B 流体在对应阶段内不再适应于全尾砂膏体流变模型, 存在固、流态共存的固–流转换阶段, 其范围受临界剪切速率  $\dot{\gamma}_c$  控制, 正比于全尾砂膏体的质量浓度。依据全尾砂膏体出现固–流转换阶段的特征, 提出工程流变问题应依据临界剪切速率  $\dot{\gamma}_c$  区别对待, 以及膏体充填流变问题中不同剪切速率范围内全尾砂膏体流变模型的合理形式。

**关键词:** 全尾砂充填膏体; 固–流转换; 负斜率曲线; 剪切条带; 流变行为

文章编号: 1004-0609(2020)-05-1209-12

中图分类号: TD853

文献标志码: A

全尾砂膏体充填因其明显的技术、环保优势, 在金属矿山得到了广泛应用<sup>[1]</sup>。全尾砂膏体具有“不分层”“不离析”“不脱水”的工程特性, 其在制备与输送过程中表现出明显的非牛顿流变行为<sup>[2-3]</sup>, 如浓密机底流的屈服流变行为<sup>[4-5]</sup>、管道输送的柱塞流变行为<sup>[6]</sup>。目前, 国内外对于全尾砂膏体非牛顿流变行为的研究多以传统的黏塑性非牛顿流变模型为基础, 施加的剪切应力大于屈服应力时, 表现出黏性流体流变行为; 施加的剪切应力小于屈服应力时, 膏体不会发生流动<sup>[7-8]</sup>, 即在固态与流态之间存在一个判定料浆是否发生流动的屈服应力值。传统黏塑性流变模型认为全尾砂膏体由固态转为流态的过程是连续的, 可对流动区域数据进行拟合处理, 获取 Bingham 流变方程、H-B 流变方程等黏塑性流变模型参数<sup>[9-12]</sup>。目前, 对高浓度悬浮液开展的流变学研究发现, 悬浮液颗粒之间具有布朗运动、胶体相互作用、黏性阻力作用、机械摩擦与碰撞等相互作用<sup>[13]</sup>, 此时的颗粒体系呈现出一种特殊的阻塞状态<sup>[14]</sup>, 在这种状态下高浓度悬浮液体系呈现出固态与流态共存的流变行为<sup>[15]</sup>, 在传统黏塑性流变模型下由固态至流态的连续性转变假设不再成立<sup>[16]</sup>。高浓度悬浮液体系在由固态转变为流态的过

程中呈现出: 屈服应力变化<sup>[17-19]</sup>、负斜率流动曲线<sup>[20]</sup>、剪切条带<sup>[21-22]</sup>等复杂流变行为, 限制了传统黏塑性非牛顿流变模型的适应性。

全尾砂膏体在制备过程中受限于选矿厂排放的尾矿颗粒, 其颗粒体系分布是多尺度的<sup>[2,3]</sup>。其中细粒级尾矿颗粒之间易受布朗运动、胶体相互作用形成稳定的悬浮液体系, 而粗粒级尾矿颗粒之间易受机械摩擦与碰撞相互作用<sup>[23]</sup>, 在剪切流动时悬浮液体系对颗粒的黏性阻力效应同样需要加以考虑。为满足全尾砂膏体充填的工程需求, 浓密后的料浆具有高浓度的特性。因此, 全尾砂膏体料浆体现出多尺度、高浓度颗粒悬浮液体系特征。全尾砂膏体在固–流转换阶段的流变行为, 以及传统黏塑性流变模型的适应性问题需要开展详细流变学分析, 并且多尺度、高浓度的特殊性使其需要采用适宜的流变测量方式。

为此, 本文首先分析传统黏塑性流变模型中典型 H-B 流体的流变行为, 建立了判定其成立的数学条件; 依据全尾砂颗粒多尺度与高浓度特性对流变测量的要求, 选择适宜的流变测量系统与测量程序; 分析了全尾砂膏体在固–流转换阶段的复杂流变行为, 以及传统黏塑性流变模型的局限性。对比目前在全剪切速率

基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2017YFC0602903); 国家自然科学基金资助项目(51774039)

收稿日期: 2019-05-10; 修订日期: 2019-09-20

通信作者: 李翠平, 教授, 博士; 电话: 010-62334756; E-mail: cpli@ustb.edu.cn

范围内采用传统H-B流变方程处理全尾砂膏体流变曲线的问题，指出应依据临界剪切速率值对不同剪切速率范围内的流变曲线分阶段处理，给出了膏体充填不同流变问题需要区别研究的依据，以及H-B流变方程适应的范围与合理形式。

## 1 全尾砂膏体流变测量理论分析

### 1.1 建立黏塑性流变方程判定条件

全尾砂膏体在传统黏塑性流变模型假设下，常以Bingham流体、H-B流体描述其在剪切流动过程中剪切应力与剪切速率间的本构关系<sup>[24-25]</sup>，两种流体的函数形式如下：

$$\begin{cases} \tau = \tau_y + k\dot{\gamma}^n, \tau > \tau_y \\ \dot{\gamma} = 0, \tau \leq \tau_y \end{cases} \quad (1)$$

式中： $\tau$ 为剪切应力，Pa； $\tau_y$ 为屈服应力，Pa； $k$ 为稠度系数，Pa·s<sup>n</sup>； $n$ 为流动指数，量纲为1； $\dot{\gamma}$ 为剪切速率，s<sup>-1</sup>。对于H-B流体，当 $0 < n < 1$ 时表现为剪切变稀体， $n > 1$ 时表现为剪切增稠体， $n=1$ 时H-B流变方程即为Bingham流变方程，其 $\tau \sim \dot{\gamma}$ 流动曲线在各点处具有相同的切线斜率，稠度系数即为Bingham方程的塑性黏度 $\eta_c$ ，Pa·s。Bingham与H-B流体的流动曲线如图1(a)所示。因Bingham流体是H-B流体的一种特殊形式，对更具普遍性的H-B流体开展分析，所得结论同样适应于Bingham流体。

由式(1)以及图1(a)中H-B流体流动曲线可知，只有在克服屈服应力 $\tau_y$ 后才会发生剪切流动，呈现流态，否则表现为固态。剪切应力 $\tau$ 逐渐逼近屈服应力 $\tau_y$ 时，剪切速率 $\dot{\gamma}$ 逐渐趋近0，即在传统黏塑性流变模型假设下，其固-流转换阶段是连续的<sup>[15]</sup>，固-流转换过程如式(2)所示：

$$\begin{cases} \tau \leq \tau_y \rightarrow \dot{\gamma} = 0 \\ \tau > \tau_y \rightarrow \tau = \eta(\dot{\gamma}) \cdot \dot{\gamma} = \eta_a \cdot \dot{\gamma} \end{cases} \quad (2)$$

式中： $\eta_a = \eta(\dot{\gamma})$ 为表观黏度，Pa·s。式(2)表明，流态阶段的H-B流体可以采用类似牛顿内摩擦公式描述其剪切应力与剪切速率之间的关系，称为广义牛顿流体公式<sup>[7]</sup>。由式(2)定义可知，其固态以 $\dot{\gamma}=0$ 表示，而流态可以 $\tau=\eta_a \cdot \dot{\gamma}$ 表示。H-B流体的流固分区如图1(b)所示。其中I<sub>H-B</sub>代表固态区域，II<sub>H-B</sub>代表流态区域。在连续转换的条件下，由式(2)可知， $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ 时，表观黏度 $\eta_a \rightarrow \infty$ ，即剪切应力趋近于屈服应力时，表观黏

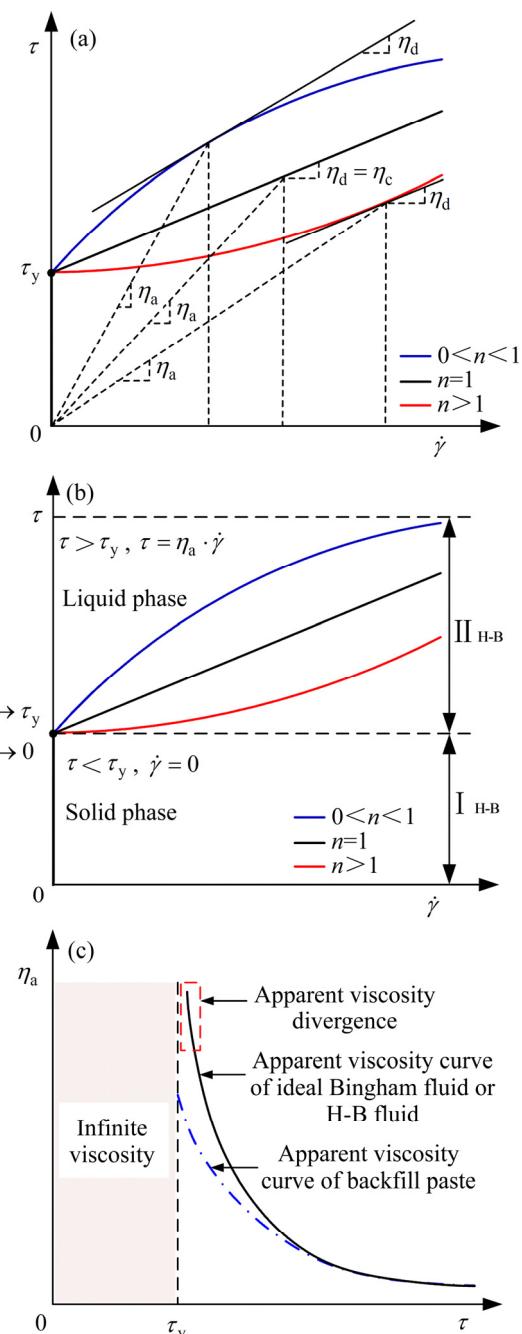


图1 Bingham流体与H-B流体流动曲线、流固分区、表观黏度曲线

Fig. 1 Diagram of flow curves and related concepts of Bingham fluid and H-B fluid: (a) Flow curves and corresponding parameters; (b) Flow curves and phase regions; (c) Apparent viscosity curve

度不收敛，趋近于无穷大，如图1(c)所示。

对于H-B流变方程，其 $\tau \sim \dot{\gamma}$ 流动曲线上各点的表观黏度 $\eta_a$ 不同于牛顿流体恒定不变的黏度，是剪切速率 $\dot{\gamma}$ 的函数；结合式(1)与式(2)，H-B流体的表观黏度如下：

$$\eta_a = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \frac{\tau_y}{\dot{\gamma}} + k\dot{\gamma}^{n-1} \quad (3)$$

由图 1(a)可知, H-B 流体  $\tau \sim \dot{\gamma}$  流动曲线上各点的切线斜率可作为描述  $\tau \sim \dot{\gamma}$  流动曲线变化趋势的微分黏度  $\eta_d$ <sup>[20]</sup>, 流动曲线上各点的微分黏度定义如下:

$$\eta_d = \frac{d\tau}{d\dot{\gamma}} = \frac{d\eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma}}{d\dot{\gamma}} = kn\dot{\gamma}^{n-1} \quad (4)$$

式中:  $\eta_d$  为微分黏度, Pa·s, 是剪切速率的函数。当  $n=1$  时, 即 Bingham 流体其微分黏度等于塑性黏度,  $\eta_d=\eta_c$ 。

综上所述, 全尾砂膏体若以传统黏塑性流变模型描述其  $\tau \sim \dot{\gamma}$  流动曲线以及由固态至流态的连续性转变假设, 应同时满足  $\eta_a > 0$ 、 $\eta_d > 0$ , 以及式(2)对固-流转换过程的描述; 其中  $\tau \sim \dot{\gamma}$  流动曲线对应点的表观黏度  $\eta_a > 0$  恒成立。因此, 全尾砂膏体视为传统黏塑性流体的约束条件如下:

$$\begin{cases} \tau \leq \tau_y \rightarrow \dot{\gamma} = 0 \\ \tau > \tau_y \rightarrow \tau = \eta(\dot{\gamma}) \cdot \dot{\gamma} = \eta_a \cdot \dot{\gamma} \\ \eta_d = kn\dot{\gamma}^{n-1} > 0 \end{cases} \quad (5)$$

由此可见, 可视为传统黏塑性 H-B 流体的全尾砂膏体, 其  $\tau \sim \dot{\gamma}$  流动曲线应为第一象限内的单调递增函数, 并且其在剪切应力坐标轴上存在截距  $\tau_y$ 。

## 1.2 流变测量特殊性分析

如上文所述, 全尾砂膏体作为一种多尺度、高浓度颗粒悬浮液体系, 内部具有复杂的颗粒网络结构, 颗粒网络的破坏与重组影响料浆的流变行为。其对流变测量的要求有别于传统悬浮液体系<sup>[26]</sup>。全尾砂膏体流变测量的特殊性主要体现在以下两个方面。

### 1.2.1 测量系统需求方面

全尾砂膏体内部多尺度颗粒的破坏与重组将使料浆伴随明显的触变行为, 特别是粗颗粒的相对运动易破坏料浆内部原有的颗粒网络结构<sup>[3, 19, 27]</sup>。传统同轴双圆筒测量系统在将转子插入料浆的过程中会破坏其内部的颗粒网络, 降低初始屈服应力测量的准确性<sup>[26]</sup>。多尺度、高浓度颗粒悬浮液体系的流变测量需要避免颗粒与转子接触部位发生滑移现象<sup>[28]</sup>。为避免扰动内部结构, 防止滑移现象发生, 多尺度、高浓度颗粒悬浮液进行流变测量常采用桨式转子, 其插入被测料浆内部, 尽量避免对颗粒结构产生扰动与破坏。桨式转子在转动时会在料浆内部形成一个虚拟的剪切圆面, 使屈服剪切作用发生在料浆内部, 避免了颗粒与

转子接触部位发生滑移的可能性<sup>[29]</sup>。

### 1.2.2 测量数据转换方面

流体力学中连续介质假设要求流体微元在宏观上无限小, 即对应特定的流动尺度其流体微元尺寸可以忽略不计。多数流变实验常采用窄间隙流变测量系统进行测量, 预留间隙为 1 mm 左右<sup>[30-31]</sup>, 即图 2 中转子旋转半径  $R_i$  约等于测量容器半径  $R_o$ 。全尾砂中粗颗粒约在 0.1~1.0 mm 之间或大于 1.0 mm<sup>[2]</sup>, 在剪切作用下, 间隙宽度上若忽略粗颗粒的尺度效应, 颗粒直径与间隙宽度比值应远小于 0.1, 否则颗粒的尺度效应对流变测量的影响不可忽略<sup>[13]</sup>。对全尾砂膏体而言, 易采用宽间隙测量系统。但采用宽间隙测量系统时需要角速度  $\Omega$  与剪切速率  $\dot{\gamma}$  之间的数据换算。以 Couette 流场形式开展的流变测量, 窄间隙条件下因  $R_i \approx R_o$ , 剪切速率与角速度之间的转换关系如下<sup>[30]</sup>:

$$\dot{\gamma}(R_i) \approx \dot{\gamma}(R_o) = 2\Omega_i R_o^2 / (R_o^2 - R_i^2) \quad (6)$$

式中:  $\dot{\gamma}(R_i)$ 、 $\dot{\gamma}(R_o)$  分别为转子圆面与容器壁面的剪切速率,  $s^{-1}$ ;  $\Omega_i$  为转子角速度,  $rad/s$ 。对于多数商用流变仪  $R_i/R_o \geq 0.99$ , 式(6)成立。对于宽间隙测量系统, Couette 流场下, 剪切应力沿半径方向是非均匀分布的, 沿转子圆面至测量容器壁面逐渐降低<sup>[31]</sup>。全尾砂膏体料浆因存在屈服应力  $\tau_y$ , 宽间隙范围内沿半径方向剪切应力  $\tau > \tau_y$  时, 发生屈服流动对应剪切区域;  $\tau < \tau_y$  时不发生屈服流动对应非剪切区域。因此, 宽间隙范围内的全尾砂膏体存在一个屈服面, 如图 2 所示。

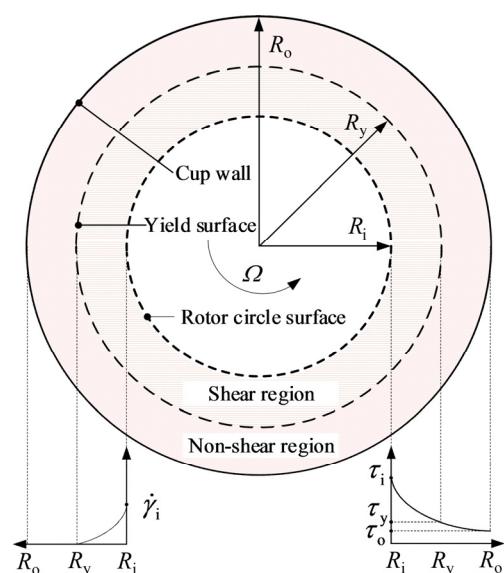


图 2 存在屈服面时测量系统内剪切流动分区示意图

Fig. 2 Diagram of flow regions for measuring system with yield surface existing

在屈服应力  $\tau_y$  未知的情况下, 很难保证整个间隙内的全尾砂膏体均处于被剪切状态。为解决此问题, 将测量容器外壁半径  $R_o$  扩大, 使其相对于转子圆面半径  $R_i$ , 可视为无限大的情况, 确保被测料浆内同时存在剪切区域与非剪切区域。因外侧存在未被剪切的区域, 可以避免外壁与料浆之间发生滑移, 提高流变测量数据的准确性。研究发现  $R_o/R_i \geq 3$  时, 对于黏塑性非牛顿流体, 测量容器内部存在剪切区域与非剪切区域, 并且不会发生外壁滑移问题<sup>[32-33]</sup>。转子圆面处的剪切速率  $\dot{\gamma}(R_i)$  与角速度  $\Omega_i$  之间的转换关系如下<sup>[34]</sup>:

$$\dot{\gamma}(R_i) = 2\Omega_i/n = 2\Omega_i / \left( \frac{d \ln T_i}{d \ln \Omega_i} \right) \quad (7)$$

式中:  $T_i$  为转子圆面处扭矩值,  $N \cdot m$ , 流变仪中常采用  $mN \cdot m$  或  $\mu N \cdot m$ ;  $n$  为流动指数, 同 H-B 流变方程中的物理意义,  $n$  可以通过绘制  $\ln T_i \sim \ln \Omega_i$  曲线, 求取曲线斜率得出<sup>[31]</sup>。

## 2 流变测量实验

### 2.1 实验材料与测量系统

选取某铁矿的全尾砂作为本次流变实验的测试样品, 密度  $\rho=2710 \text{ kg/m}^3$ , 粒级组成如图 3 所示, 其中粒径小于  $20 \mu\text{m}$  细尾矿颗粒占比 32.0%(质量分数), 此范围内的颗粒分布状况易影响料浆的流变性能<sup>[35-36]</sup>, 粒径大于  $100 \mu\text{m}$  的粗颗粒占比 10.1%(质量分数), 因粗粒级颗粒的存在, 应使用宽间隙测量系统。为分析质量浓度对膏体固态-流态转变阶段流变行为的影响, 制备质量浓度 68%、70%、72% 三种测试料

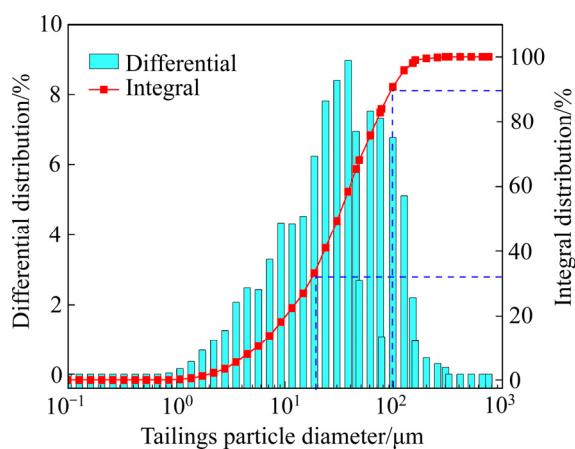


图 3 尾矿样品粒级分布图

Fig. 3 Particle size distribution of tailings samples

浆。实验采用 BROOKFIELD RST-SST 旋转流变仪, 测量系统采用十字形桨式转子, 测量容器标准内径  $D=80 \text{ mm}$ , 标准高度  $L=100 \text{ mm}$ , 转子直径  $d=20 \text{ mm}$ , 转子高度  $h=40 \text{ mm}$ ,  $R_o/R_i=4 \geq 3$ , 确保可使用式(7)转换角速度与剪切速率。

### 2.2 测量程序

本次实验采用 CSR 与 CSS 两种测量模式。

1) CSR 模式: 控制转子施加的转速  $N_i$  由 0 逐步递增, 记录扭矩  $T_i$ ; 使用 3 种不同转速递增速率, 分析转速  $N_i$  递增幅度对流动曲线的影响, 测量程序与实验参数如表 1 所示。

表 1 CSR 模式相应测量程序与实验参数

Table 1 Measurement procedures and experimental parameters for CSR model

Measurement procedure	Starting speed/ $(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$	Maximum speed/ $(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$	Measuring time/s	Gradient/ $(\text{r} \cdot \text{min}^{-1} \cdot \text{s}^{-1})$
Pro.1	0.01	1000	1000	1.00
Pro.2	0.01	1000	800	1.25
Pro.3	0.01	1000	500	2.00

2) CSS 模式: 控制转子施加的扭矩  $T_i$  由 0 逐步递增, 记录转速  $N_i$ ; 使用 6 种不同扭矩递增速率, 分析扭矩  $T_i$  递增幅度对流动曲线的影响。68%、70%、72% 全尾砂膏体, 其上限扭矩  $T_{\max}$  分别为 4、7 和  $11 \text{ mN} \cdot \text{m}$ , 测量程序与实验参数如表 2 所示。表 2 以 70%、上限扭矩  $T_{\max}=7 \text{ mN} \cdot \text{m}$  的测量程序为例。

表 2 CSS 模式相应测量程序与实验参数

Table 2 Measurement procedures and experimental parameters for CSS model

Measurement procedure	Starting torque/ $(\text{mN} \cdot \text{m})$	Maximum torque/ $(\text{mN} \cdot \text{m})$	Measuring time/s	Gradient/ $(\text{mN} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
Pro.1	0	7	700	0.010
Pro.2	0	7	467	0.015
Pro.3	0	7	350	0.020
Pro.4	0	7	280	0.025
Pro.5	0	7	234	0.030
Pro.6	0	7	200	0.035

### 3 结果与讨论

#### 3.1 两种测量模式下 $T_i \sim \Omega_i$ 流动曲线分析

分析 CSR 模式与 CSS 模式所得全尾砂膏体  $T_i \sim \Omega_i$  流动曲线, 角速度  $\Omega_i$  可由转速  $N_i$  换算而来, 即  $\Omega_i = \pi N_i / 30$ 。以 70%(质量浓度)的全尾砂膏体料浆为例, CSR 模式下 3 种转速递变率、CSS 模式下 6 种扭矩递变率所得  $T_i \sim \Omega_i$  流动曲线如图 4 所示。

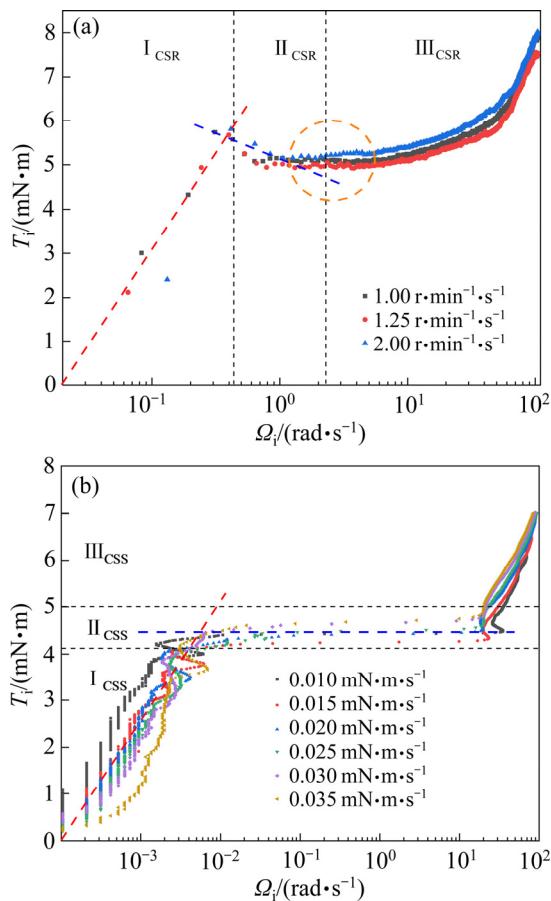


图 4 CSR、CSS 模式 70% 全尾砂膏体  $T_i \sim \Omega_i$  流动曲线

Fig. 4 Diagram of flow curves of 70% backfill paste for CSR and CSS modes: (a) CSR mode; (b) CSS mode;

由图 4(a)可知, 全尾砂膏体在 3 种不同转速递变率的 CSR 模式下, 其  $T_i \sim \Omega_i$  流动曲线表现为 3 个区域。第一个区域  $I_{CSR}$  为扭矩递增区域, 此区域主要因为在流动初期较小的角速度  $\Omega_i$  条件下, 对应的扭矩  $T_i$  低于全尾砂膏体的屈服扭矩  $T_y$ , 随角速度增大扭矩值逐渐增大, 料浆在此区域内存在较小的剪切形变, 流动不明显, 直至达到屈服扭矩值  $T_y$  后, 发生较为明显的流动。第二个区域  $II_{CSR}$  为扭矩递减区域, 克服屈服扭矩

$T_y$ (对应屈服应力  $\tau_y$ )后, 随着角速度  $\Omega_i$  的增大, 扭矩  $T_i$  逐步降低, 存在负斜率流动曲线, 这一现象同胶体悬浮液以及细颗粒悬浮液的观测结果<sup>[17, 20]</sup>。1.1 节中在传统黏塑性流变模型假设下, 对于 H-B 流体, 由约束条件(5)对微分黏度的限定可知, 负斜率流动曲线的出现, 使全尾砂膏体传统黏塑性流变模型假设在  $II_{CSR}$  区域内不再适用。第三个区域  $III_{CSR}$  为扭矩递增区域, 在经历扭矩递减之后, 随着角速度  $\Omega_i$  的增大, 扭矩  $T_i$  逐步增大, 保持单调性; 结合 1.1 节中约束条件(5)对微分黏度的限定可知, 此区域对应的流动曲线为正斜率, 传统黏塑性流变模型假设在  $III_{CSR}$  区域内是适应的, 对应于图 1(b)所示的  $II_{H-B}$  区域。为此  $II_{CSR}$  与  $III_{CSR}$  区域之间(见图 4(a)中所示圆形区域), 存在一个临界角速度  $\Omega_c$ (对应临界剪切速率  $\dot{\gamma}_c$ ), 大于此临界角速度  $\Omega_c$  时, 全尾砂膏体方能使用传统黏塑性流变模型描述其流动曲线。

由图 4(b)可知, 全尾砂膏体在 6 种不同扭矩递变率的 CSS 模式下, 其  $T_i \sim \Omega_i$  流动曲线表现为 3 个区域。第一个区域  $I_{CSS}$  为角速度递增区域, 扭矩  $T_i$  在由 0 逐渐递增的过程中, 对应极小的角速度  $\Omega_i$ , 即  $I_{CSS}$  区域主要以弹性变形为主, 是因为全尾砂膏体这类多尺度、高浓度悬浮液体系, 颗粒间的网络结构具有一定的强度, 其内部颗粒体系具有一个固相屈服应力值  $\tau_s$ (对应固相屈服扭矩值  $T_s$ ), 依据选择的桨式转子尺寸,  $T_i$  与  $\tau_i$  可方便直接换算<sup>[29, 32, 34]</sup>, 如式(8)所示:

$$\tau_i = 2T_i / \pi d^3 \left( \frac{h}{d} + \frac{1}{3} \right) \quad (8)$$

式中:  $h$  与  $d$  分别为转子叶片的高度与直径, 其他各项参数意义如上文所述。低于此固相屈服应力值时,  $T_i \sim \Omega_i$  之间近乎呈线性关系<sup>[17-18]</sup>。第二个区域  $II_{CSS}$  为角速度突变区域, 在克服固相屈服应力值  $\tau_s$  后, 此区域在较小的扭矩变化范围内, 角速度由  $0.01 \text{ rad/s}$  突变至  $10 \text{ rad/s}$ , 跨越 3 个数量级。CSS 测量模式下, 这种现象是由于全尾砂膏体内部颗粒体系在克服固相屈服应力值  $\tau_s$  后颗粒网络瞬间发生撕裂破坏, 诱发了剪切条带现象<sup>[22]</sup>。在传统黏塑性流变模型假设下, 对于 H-B 流体, 由约束条件(5)对固态至流态的连续性转变限定可知, 全尾砂膏体在  $II_{CSS}$  区域内, 角速度  $\Omega_i$ (对应剪切速率  $\dot{\gamma}$ )发生了突变, 即  $II_{CSS}$  区域内全尾砂膏体由固态至流态的转变不再连续。因此, 全尾砂膏体的传统黏塑性流变模型假设在  $II_{CSS}$  区域内不适用。第三个区域为角速度递增区域, 随着扭矩值  $T_i$  的递增, 角速度  $\Omega_i$  逐步增大, 保持单调性; 结合约束条件(5)对微分黏度的限定可知, 此区域对应的流动曲线为正斜率, 全尾砂膏体传统黏塑性流变模型假设在  $III_{CSS}$

区域内是适应的，对应于图1(b)所示的II<sub>H-B</sub>区域。

结合式(3)、(7)、(8)计算CSS测量模式下全尾砂膏体的表观黏度曲线，如图5所示，可见6种测量模式下，剪切应力逐渐逼近固相屈服应力时，表观黏度由10<sup>4</sup>数量级突变致10<sup>0</sup>数量级。图1(c)中传统H-B流体表观黏度在剪切应力趋近屈服应力时连续逼近无穷大，即其表观黏度不收敛，而全尾砂膏体表观黏度在屈服应力附近由一个较低黏度值突变至极大黏度值，并没有呈现出连续逼近无穷大的趋势，如图1(c)中点划线所示，进一步证明了全尾砂膏体II<sub>CSS</sub>区域内由固态至流态的转变是不连续的。

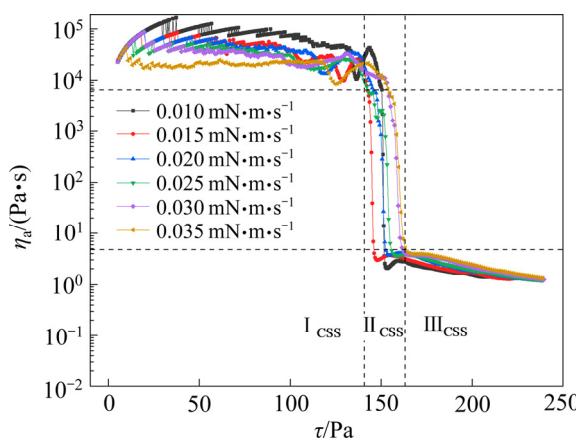


图5 CSS模式70%全尾砂膏体表观黏度曲线

Fig. 5 Diagram of apparent viscosity curve of 70% backfill paste for CSS modes

综上可知，全尾砂膏体在CSR模式下II<sub>CSR</sub>区域内负斜率曲线的出现，CSS模式下II<sub>CSS</sub>区域内角速度 $\Omega_i$ 突变现象的发生，以及II<sub>CSS</sub>区域内表观黏度突变现象的发生，使全尾砂膏体在视为传统黏塑性流体，即H-B流体时，其在II<sub>CSR</sub>、II<sub>CSS</sub>区域内约束条件(5)不再适应。

### 3.2 传统H-B流变模型的适应范围分析

为确定全尾砂膏体在传统黏塑性流变模型(H-B流变方程)下适应的范围，即前述的III<sub>CSR</sub>、III<sub>CSS</sub>稳态流动区域，需要分别在两种模式下，求取划分II<sub>CSR</sub>与III<sub>CSR</sub>区域的临界角速度 $\Omega_c$ 值，以及划分II<sub>CSS</sub>区域与III<sub>CSS</sub>区域的固相屈服扭矩值 $T_s$ 。由约束条件(5)以及式(7)可知，此时微分黏度 $\eta_d$ 的约束条件如下：

$$\eta_d = kn\dot{\gamma}^{n-1} = k(2\Omega_i)^{\left(\frac{d\ln T_i}{d\ln \Omega_i}-1\right)} \left(\frac{d\ln T_i}{d\ln \Omega_i}\right)^{\left(2-\frac{d\ln T_i}{d\ln \Omega_i}\right)} > 0 \quad (9)$$

式中：第一部分在整个 $T_i \sim \Omega_i$ 范围内均>0，因此 $\eta_d > 0$ 是否成立由第二部分决定。如果 $d\ln T_i / d\ln \Omega_i$ 曲线存在负斜率，即 $d\ln T_i / d\ln \Omega_i < 0$ ，则很难保证式(9)第2部分>0恒成立，此时 $T_i \sim \Omega_i$ 将会处于II<sub>CSR</sub>区域内；如果 $T_i \sim \Omega_i$ 处于III<sub>CSR</sub>区域内，则 $d\ln T_i / d\ln \Omega_i > 0$ 恒成立，即式(9)中第二部分>0恒成立。因此，确定CSR模式下II<sub>CSR</sub>与III<sub>CSR</sub>区域的临界角速度 $\Omega_c$ 值，可由 $\ln T_i - \ln \Omega_i$ 曲线在II<sub>CSR</sub>与III<sub>CSR</sub>区域之间(图6(a)所示圆形区域)的极值点求出，对极值点临近区域数据进行拟合获取临界角速度 $\Omega_c$ 值以及对应的临界扭矩 $T_c$ 值。质量浓度70%的全尾砂膏体 $\ln T_i - \ln \Omega_i$ 曲线如图6(a)所示，对 $\ln T_i - \ln \Omega_i$ 曲线极值点区域数据拟合如图6(b)所示。

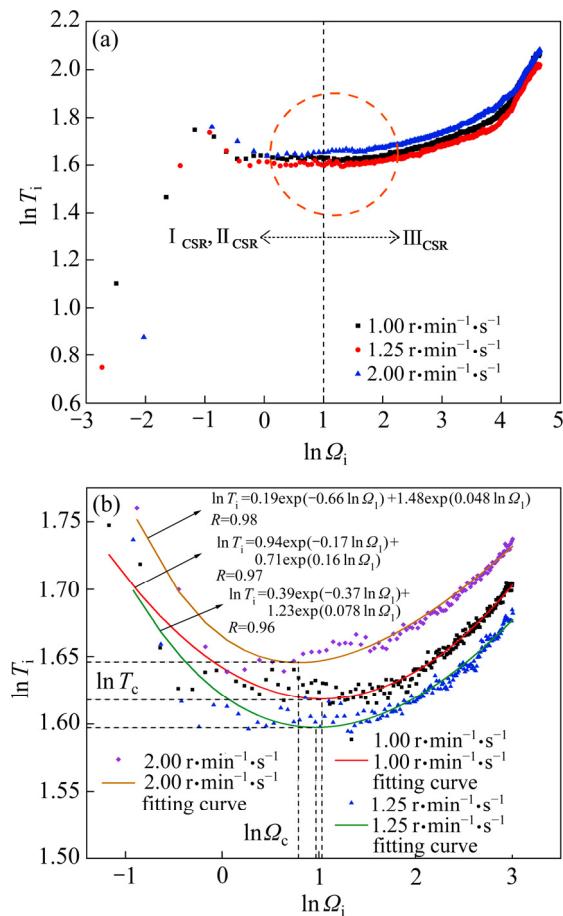


图6 CSR模式70%全尾砂膏体 $\ln T_i - \ln \Omega_i$ 曲线以及极值点区域数据拟合曲线

Fig. 6 Diagram of  $\ln T_i - \ln \Omega_i$  curves and extreme point data fitting curves of 70% backfill paste for CSR mode: (a)  $\ln T_i - \ln \Omega_i$  curves; (b) Extreme point data fitting curves

对应 $\ln T_i \sim \ln \Omega_i$ 曲线在极值点处先降低后升高的变化趋势，选择双指数函数对其进行拟合处理。图6(b)中，70%质量浓度下对应1.00、1.25和2.00 r/(min·s)<sup>3</sup>3种转速递变率，获取的临界角速度分别为2.81、2.64

和 $2.20\text{ rad/s}$ , 可以发现转速递变率越大对应的临界角速度越低。同理, 获取 CSR 测量模式下, 质量浓度 68%、72% 两种全尾砂膏体料浆的  $T_i \sim \Omega_i$  流动曲线, 如图 7(a)和(b)所示, 对比可初步发现 72% 质量浓度

$\Omega_c$  区域范围明显大于 68% 质量浓度  $\Omega_c$  区域范围。采用相同的处理方法可获取对应的临界角速度值。CSR 模式下, 68%、70% 和 72% 3 种质量浓度全尾砂膏体临界角速度  $\Omega_c$ , 如图 7(c)所示。

由图 7(c)可知, CSR 模式下, 区分  $\Omega_c$  受全尾砂膏体质量浓度  $C_m$  以及转速递变率的影响。转速递变率越低, 其临界角速度  $\Omega_c$  越大; 全尾砂膏体料浆质量浓度越高, 其临界角速度  $\Omega_c$  越大。因此, 全尾砂膏体视为传统黏塑性流体 (H-B 流体)时, 其质量浓度越高, 负斜率流动区域  $\Omega_c$  所占范围越大, H-B 流体对全尾砂膏体的适用性越低, 即传统 H-B 流变模型对全尾砂膏体的适应性能与质量浓度呈负相关性; 转速递变率越大, 负斜率流动区域  $\Omega_c$  所占范围越小, H-B 流体对全尾砂膏体的适用性增强, 即传统 H-B 流变模型对全尾砂膏体的适应性能与转速递变率呈正相关性。

同理, 获取了 CSS 测量模式下, 质量浓度 68%、72% 两种全尾砂膏体料浆的  $T_i \sim \Omega_i$  流动曲线, 结果如图 8 所示。随着质量浓度的增高,  $\Omega_c$  区域内料浆的固相屈服扭矩值  $T_s$  明显增大。采用图 6(b)中方法, 获取 68%、72% 质量浓度在临界剪切速率处的临界扭矩  $T_c$ 。68%、70% 和 72% 3 种质量浓度下, 全尾砂膏体临界扭矩与固相屈服扭矩如图 8(c)所示。

由图 8(c)可知, 固相屈服扭矩值  $T_s$  正比于全尾砂膏体的质量浓度。不同扭矩递变率下固相屈服扭矩值  $T_s$  在 68%、70% 质量浓度时基本上相同, 而在 72% 质量浓度下正比于扭矩递变率,  $T_s$  在一定的范围内波动, 因此  $\Omega_c$  区域随质量浓度增大, 其固相屈服扭矩值  $T_s$  波动幅度增大。而 3 种质量浓度下所求的临界扭矩值基本上相同, 变化幅度较小。

对比 CSR 模式下临界扭矩  $T_c$  以及 CSS 模式下固相屈服扭矩  $T_s$ , 可发现二者基本上相等, 即固相屈服应力  $\tau_s \approx$  临界剪切应力  $\tau_c$ 。可以解释 CSR 模式下,  $T_i \sim \Omega_i$  在  $\Omega_c$  区域出现负斜率曲线的原因。可视此区域的屈服应力由两部分组成, 一部分是由全尾砂膏体内部颗粒网络强度引起的固相屈服应力; 另一部分是在较低剪切速率下全尾砂膏体流动时, 料浆内三维网络结构发生破坏时应变软化所引起的液相屈服应力  $\tau_l(\dot{\gamma})$ , 其随剪切速率的增大而降低; 此部分屈服应力依赖于剪切速率大小<sup>[18]</sup>, 多是因为膏体料浆具有明显的触变性。低转速流动时料浆内部三维网络结构随剪切速率增加其破坏程度增加, 进一步降低了网络结构强度, 从而降低了液相屈服应力值。达到临界剪切速率时,  $\tau_s \approx \tau_c$ , 液相屈服应力降为 0, 随着剪切速率的增大料浆流动时所受的黏性阻力对料浆剪切应力值的贡献逐

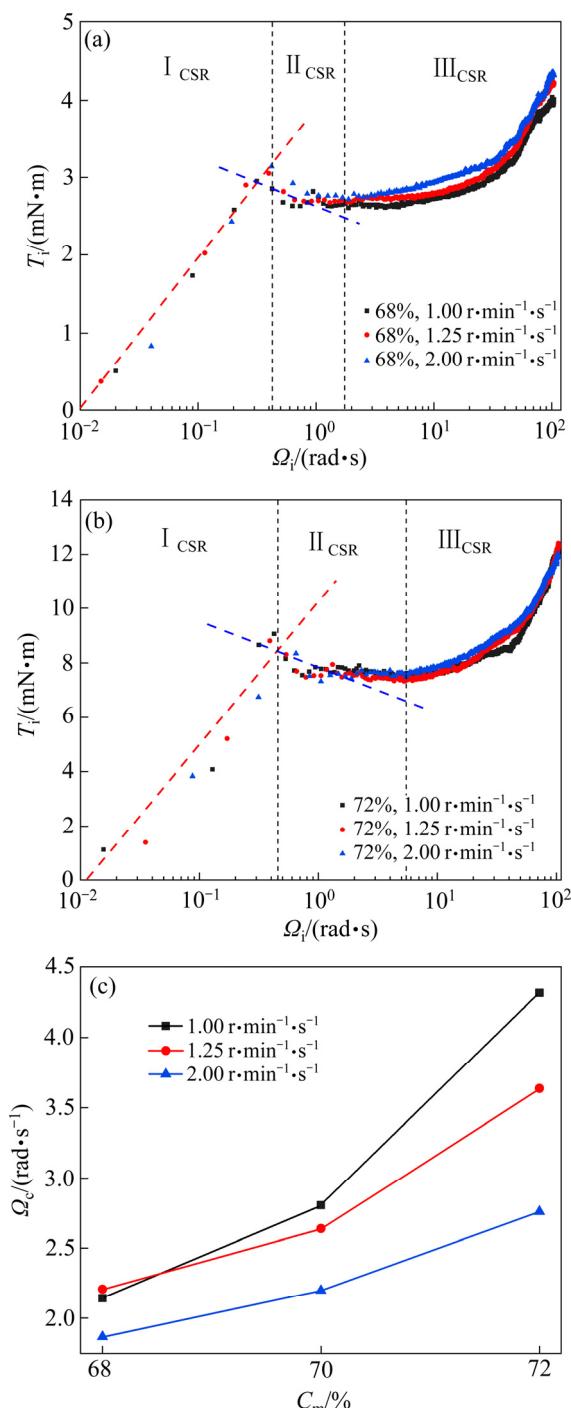


图 7 CSR 模式 68%、72% 全尾砂膏体流动曲线与临界角速度

Fig. 7 Flow curves of 68%, 72% backfill paste and critical angular velocity for CSR mode: (a) Flow curves of 68% backfill paste; (b) Flow curves of 72% backfill paste; (c) Diagram of critical angular velocity for CSR mode

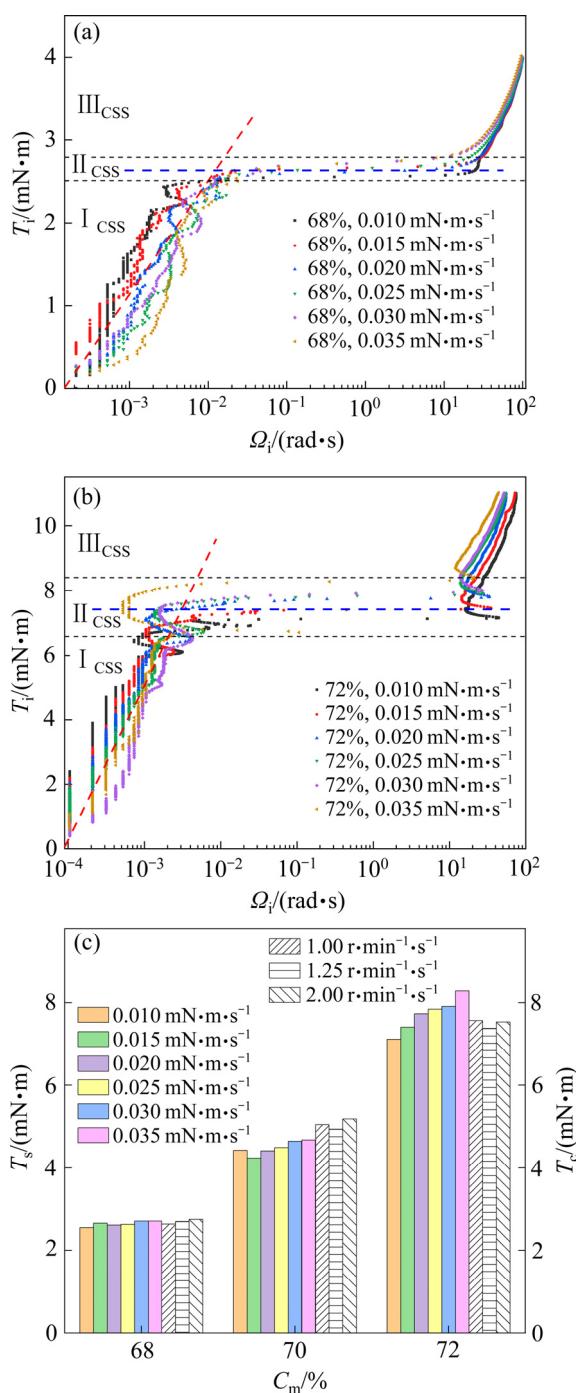


图8 CSS模式68%、72%全尾砂膏体流动曲线与临界扭矩、固相屈服扭矩

**Fig. 8** Diagram of flow curves of 68%, 72% backfill paste for CSR mode and critical torque, solid yield torque: (a) Flow curves of 68% backfill paste; (b) Flow curves of 72% backfill paste; (c) Diagram of critical torque and solid yield torque

步增大。综上可知，料浆在发生流动后，剪切速率逐步递增过程中，可依据临界剪切速率 $\dot{\gamma}_c$ 对流变方程进行分段处理，如式(10)所示：

$$\begin{cases} \tau = \tau_l(\dot{\gamma}) + \tau_s + k\dot{\gamma}^n, & \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_c \\ \tau = \tau_s + k\dot{\gamma}^n, & \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c \end{cases} \quad (10)$$

式中： $\tau_l(\dot{\gamma})$ 为液相屈服应力，Pa，是剪切速率 $\dot{\gamma}$ 的减函数。在CSR模式下，随着剪切速率增加， $\tau_l(\dot{\gamma})$ 逐步降低；此时屈服应力 $\tau_y=\tau_s+\tau_l(\dot{\gamma})$ ，在II<sub>CSR</sub>与III<sub>CSR</sub>区域之间的临界剪切速率 $\dot{\gamma}_c$ 处， $\tau_l(\dot{\gamma})=0$ ， $\tau \sim \dot{\gamma}$ 流动曲线过渡至III<sub>CSR</sub>区域，黏性力对剪切应力 $\tau$ 的贡献随剪切速率增加而逐步增大，当 $\tau_l(\dot{\gamma})=0$ 、 $\tau_y=\tau_s$ 时，进入适应于H-B流变模型的稳态流动区域III<sub>CSR</sub>内。

### 3.3 固-流转换阶段流变行为分析

综上可知，全尾砂膏体由固态转为流态的过程是复杂的。因CSR模式下具有呈现负斜率的II<sub>CSR</sub>区域存在，以及CSS模式下剪切速率发生突变的II<sub>CSS</sub>区域存在，如图9(a)所示，传统的黏塑性流体模型不适

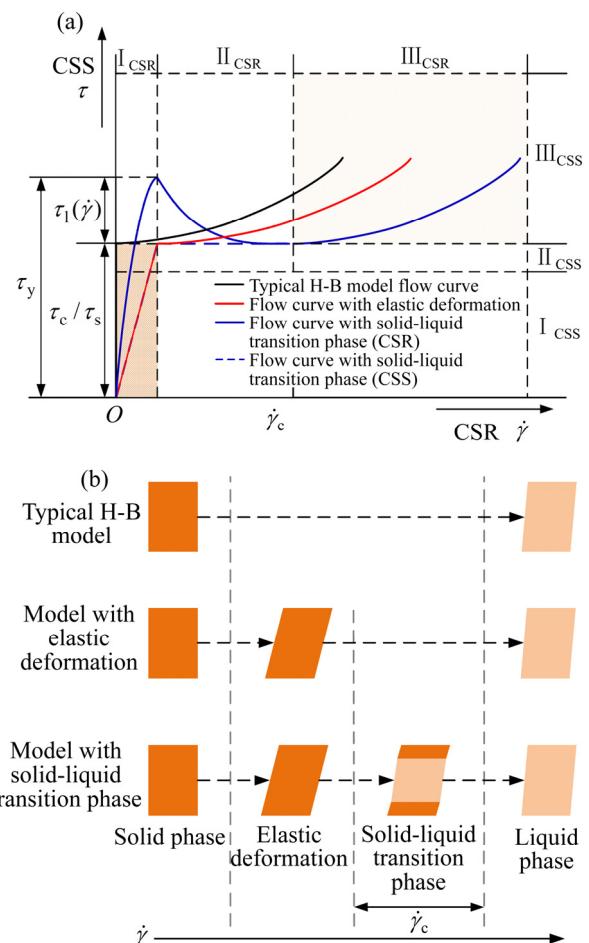


图9 固-流转换过程中全尾砂膏体流动曲线与物态变化示意图

**Fig. 9** Diagram of flow curves and phase change for backfill paste on solid-liquid conversion stage: (a) Flow curves of solid-liquid conversion stage; (b) Phase change of solid-liquid conversion stage

应于此区域。由于约束条件(5)的限制, 传统黏塑性流变模型只适应于 CSR 模式下的 III<sub>CSR</sub> 区域, 以及 CSS 模式下的 III<sub>CSS</sub> 区域。

引起传统黏塑性流变模型在 II<sub>CSR</sub> 区域以及 II<sub>CSS</sub> 区域不适应的主要原因, 是由于全尾砂膏体在由固态向流态转变过程中, 存在一个临界剪切速率  $\dot{\gamma}_c$ , 低于此值时的流动是不稳定的, 呈现出固态与流态共存的固-流转换阶段, 此阶段内既有向流态发展的趋势也有向固态发展的趋势, 可称之为阻塞状态。只有在大于临界剪切速率  $\dot{\gamma}_c$  时, 方能获取稳态流动曲线, 全尾砂膏体完全转换为流态。可见在由固态转变为流态的过程中依次经历固态阶段→弹性变形阶段→固-流转换阶段→流态阶段, 其物态变化如图 9(b)所示。

若全尾砂膏体不存在固-流转换阶段, 即  $\dot{\gamma}_c=0$ , 其流动曲线可进一步分为传统黏塑性流变模型以及含弹性变形的流变模型, 如图 9(a)所示。此二者的区别主要在于, 固-流转换阶段之前是否存在弹性变形阶段, 即是否存在 I<sub>CSR</sub> 与 I<sub>CSS</sub> 区域, 如果忽略则可以视全尾砂膏体在固态阶段是刚性的, 其变形量不计。这两种情况对应的物态变化如图 9(b)所示, 此时全尾砂膏体由固态至流态的转变过程是连续的, 约束条件(5)成立, 不存在 CSR 模式下的负斜率流动曲线以及 CSS 模式下的不连续转变问题, 并且 CSR 与 CSS 流动曲线将重合。方程(10)中不存在液相屈服应力, 即:  $\dot{\gamma}_c=0$  时,  $\tau_y=\tau_c=\tau_s$ , 图 9(a)中左下角弹性变形区域与右上角稳态流动区域相连, 不存在中间的固-流转换阶段, 此时采用传统 H-B 流变方程研究全尾砂膏体流变行为是有效的。

### 3.4 基于固-流转换阶段流变行为对充填工程问题的思考

综上可知, 全尾砂膏体在由固态至流态的转变过程中, 固态与流态共存的固-流转换阶段不可忽略, 正是因为这一阶段的存在使传统黏塑性流变模型(H-B 流变方程)在此流动不稳定阶段变得不再适应。经上述研究结果表明, 临界剪切速率  $\dot{\gamma}_c$  正比于料浆质量浓度, 即阻塞程度随质量浓度增加而增强, 因此随着料浆质量浓度的增高, H-B 流变模型的适应范围进一步下降。在全尾砂膏体充填工艺流程内, 浓密机耙架转速较低, 通常其转速低于 10 r/min, 属低剪切速率流动问题。图 7(c)中实验数据表明, 3 种质量浓度下求得的临界角速度  $\Omega_c$  均远大于 1 rad/s, 换算为转速约为 9.5 r/min。此时, 固-流转换阶段的流变行为不可忽略, 不能采用 H-B 流变模型加以研究。这也解释了文献[5]中采用传统 H-B 流变模型计算耙架扭矩时, 在

低转速条件下计算值与实测值误差较大, 并且这一误差随质量浓度增高而增大的原因。为此, 在膏体充填的低剪切速率问题中, 对膏体料浆流变行为的研究可采用式(11)描述

$$\tau = \tau_l(\dot{\gamma}) + \tau_s + k\dot{\gamma}^n, \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_c \quad (11)$$

此时料浆的剪切速率非常小  $k\dot{\gamma}^n$  对剪切应力的贡献可以忽略掉, 对膏体料浆流变行为的研究主要集中在屈服应力的分析上。在管道输送工艺以及搅拌工艺中, 膏体料浆所受剪切速率较大, 若采用 H-B 流变模型进行研究, 需首先确定流变工程中的剪切速率是否大于临界剪切速率  $\dot{\gamma}_c$ , 如大于临界剪切速率,

$$\tau = \tau_s + k\dot{\gamma}^n, \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c \quad (12)$$

此时料浆屈服应力值应是全尾砂膏体的固相屈服应力值, 即式(12)中  $\tau_y=\tau_s$ , 全尾砂膏体稳态流动区域的屈服应力不应是在固-流转换阶段所测量的含液相屈服应力  $\tau_l(\dot{\gamma})$  的值, 否则方程(12)在具体的工程问题中易引起较大的误差。

## 4 结论

1) 全尾砂膏体在采用传统 H-B 流变模型描述其流动曲线时, 需要满足固态至流态的连续性转变以及微分黏度恒大于 0 的条件, 即本文建立的约束方程(5)。其粗颗粒的尺度效应在流变测量时不可忽略, 测量系统应适应料浆内部三维网络结构并限制颗粒滑移, 应选取宽间隙流变测量系统并确定角速度与剪切速率之间的换算方式。

2) CSR 模式下固-流转换阶段出现的负斜率流动曲线使微分黏度大于 0 的条件不成立; CSS 模式下固-流转换阶段出现的剪切速率、表观黏度突变现象使固态至流态的连续性转变条件不成立, 即传统 H-B 流变方程对全尾砂膏体料浆的流变模型存在局限性。

3) 全尾砂膏体的固-流转换阶段与稳态流动阶段可依据临界剪切速率  $\dot{\gamma}_c$  进行划分, 临界剪切速率正比于全尾砂膏体的质量浓度, 因此随着质量浓度的增高, 传统 H-B 流变方程对全尾砂膏体流变模型的适应性进一步降低。

4) 针对全尾砂膏体在低剪切速率下存在固-流转换阶段的特点, 可依据临界剪切速率对全尾砂膏体流变方程进行分段处理, 指出应依据剪切速率大小区别对待膏体充填中的工程流变问题, 传统 H-B 流变方程适用范围应在大于临界剪切速率  $\dot{\gamma}_c$  的工程条件下。

## REFERENCES

- [1] 吴爱祥, 杨 莹, 程海勇, 陈顺满, 韩 悅. 中国膏体技术发展现状与趋势[J]. 工程科学学报, 2018, 40(5): 517–525.  
WU Ai-xiang, YANG Ying, CHENG Hai-yong, CHEN Shun-man, HAN Yue. Status and prospects of paste technology in China[J]. Chinese Journal of Engineering, 2018, 40(5): 517–525.
- [2] 吴爱祥, 王洪江. 金属矿膏体充填理论与技术[M]. 北京: 科学出版社, 2015: 25–36.  
WU Ai-xiang, WANG Hong-jiang. The theory and technology of metal ore paste backfill[M]. Beijing: Science Press, 2015: 25–36.
- [3] SOFRA F. Rheological properties of fresh cemented paste tailings[M]. Berlin: Springer, 2017: 33–57.
- [4] 吴爱祥, 焦华喆, 王洪江, 杨盛凯, 姚高辉, 刘晓辉. 深锥浓密机搅拌刮泥耙扭矩力学模型[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2012, 43(4): 1469–1474.  
WU Ai-xiang, JIAO Hua-zhe, WANG Hong-jiang, YAO Gao-hui, LIU Xiao-hui. Mechanical model of scraper rake torque in deep-cone thickener[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2012, 43(4): 1469–1474.
- [5] RUDMAN M, SIMIC K, PATERSON D A, STRODE P, BRENT A, SUTALO I D. Raking in gravity thickeners[J]. International Journal of Mineral Processing, 2008, 86(1): 114–130.
- [6] PULLUM L, BOGER D V, SOFRA F. Hydraulic mineral waste transport and storage[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2018, 58: 157–185.
- [7] CHHABRA R P, RICHARDSON J F. Non-Newtonian flow in the process industries: Fundamentals and engineering applications[M]. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1999: 207–255.
- [8] 王富林, 杨仕教, 苏 帅, 张志浩. 高浓度全尾砂充填料浆流变特性试验研究[J]. 长江科学院院报, 2019, 36(2): 87–90, 96.  
WANG Fu-lin, YANG Shi-jiao, SU Shuai, ZHANG Zhi-hao. Experimental study on rheological properties of high-density slurry of full tailings[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2019, 36(2): 87–90, 96.
- [9] 张连富, 吴爱祥, 王洪江, 程海勇, 王贻明. 尾矿膏体屈服应力演化规律[J]. 中国有色金属学报, 2018, 28(8): 1631–1636.  
ZHANG Lian-fu, WU Ai-xiang, WANG Hong-jiang, CHENG Hai-yong, WANG Yi-ming. Evolution law of yield stress in paste tailings[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2018, 28(8): 1631–1636.
- [10] 吴爱祥, 焦华喆, 王洪江, 李 辉, 仪海豹, 刘晓辉, 刘斯忠. 膏体尾矿屈服应力检测及其优化[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2013, 44(8): 3370–3376.  
WU Ai-xiang, JIAO Hua-zhe, WANG Hong-jiang, LI Hui, YI Hai-bao, LIU Xiao-hui, LIU Si-zhong. Yield stress measurements and optimization of paste tailings[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2013, 44(8): 3370–3376.
- [11] 寇云鹏, 齐兆军, 宋泽普, 杜加法, 杨纪光. 全尾砂高浓度充填料浆流变特性试验研究[J]. 矿业研究与开发, 2018, 38(12): 36–39.  
KOU Yun-peng, QI Zhao-jun, SONG Ze-pu, DU Jia-fa, YANG Ji-guang. Experimental study on rheological properties of high-concentration filling slurry with full tailings[J]. Mining Research and Development, 2018, 38(12): 36–39.
- [12] 李宗楠, 郭利杰, 余 斌, 史采星. 基于宾汉姆体的高浓度尾砂浆剪切变稀规律研究[J]. 黄金科学技术, 2017, 25(4): 33–38.  
LI Zong-nan, GUO Li-jie, YU Bin, SHI Cai-xing. Shearing thinning behavior of high concentration slurry based on bingham model[J]. Gold Science and Technology, 2017, 25(4): 33–38.
- [13] COUSSOT P. Rheometry of pastes, suspensions, and granular materials: applications in industry and environment[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2005: 4–80.
- [14] LIU A J, NAGEL S R. Nonlinear dynamics: Jamming is not just cool any more[J]. Nature, 1998, 396(6706): 21–22.
- [15] COUSSOT P, RAYNAUD J S, BERTRAND F, MOUCHERONT P, GUILBAUD J P, HUYNH H T, JARNY S, LESUEUR D. Coexistence of liquid and solid phases in flowing soft-glassy materials[J]. Physical Review Letters, 2002, 88(21): 218301(1–4).
- [16] BAUDEZ J C, COUSSOT P. Abrupt transition from viscoelastic solidlike to liquidlike behavior in jammed materials[J]. Physical Review Letters, 2004, 93(12): 128302(1–4).
- [17] BUSCALL R, KUSUMA T E, STICKLAND A D, RUBASINGHA S, SCALES P J, TEO H E, WORRALL G L. The non-monotonic shear-thinning flow of two strongly

- cohesive concentrated suspensions[J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2015, 222: 112–120.
- [18] BUSCALL R, SCALES P J, STICKLAND A D, TEO H E, LESTER D R. Dynamic and rate-dependent yielding in model cohesive suspensions[J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2015, 221: 40–54.
- [19] MOLLER P C F, MEWIS J, BONN D. Yield stress and thixotropy: on the difficulty of measuring yield stresses in practice[J]. *Soft Matter*, 2006, 2(4): 274–283.
- [20] HERNANDEZ F J, FLOR N M, NAVARRO J F. Why monotonous and non-monotonous steady-flow curves can be obtained with the same non-Newtonian fluid? A single explanation[J]. *Rheologica Acta*, 2018, 57(5): 389–396.
- [21] COUSSOT P, TOCQUER L, LANOS C, OVARLEZ G. Macroscopic vs local rheology of yield stress fluids[J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2009, 158: 85–90.
- [22] OVARLEZ G, RODTS S, CHATEAU X, COUSSOT P. Phenomenology and physical origin of shear localization and shear banding in complex fluids[J]. *Rheologica Acta*, 2009, 48(8): 831–844.
- [23] LIM S, AHN K H, LEE S J, KUMAR A, DUAN N, SUN X, USHER S P, SCALES P J. Yield and flow measurement of fine and coarse binary particulate mineral slurries[J]. *International Journal of Mineral Processing*, 2013, 119: 6–15.
- [24] 杨建, 王新民, 张钦礼, 柯愈贤. 含硫高黏性三相流态充填浆体管道输送性能[J]. 中国有色金属学报, 2015, 25(4): 1049–1055.  
YANG Jian, WANG Xin-min, ZHANG Qin-li, KE Yu-xian. Pipeline transportation properties of high viscosity sulfur-content filling slurry in three-phase flow[J]. *The Chinese Journal of Nonferrous Metals*, 2015, 25(4): 1049–1055.
- [25] 张修香, 乔登攀. 粗骨料高浓度充填料浆的管道输送模拟及试验[J]. 中国有色金属学报, 2015, 25(1): 258–266.  
ZHANG Xiu-xiang, QIAO Deng-pan. Simulation and experiment of pipeline transportation of high density filling slurry with coarse aggregates[J]. *The Chinese Journal of Nonferrous Metals*, 2015, 25(1): 258–266.
- [26] NGUYEN Q D, BOGER D V. Measuring the flow properties of yield stress fluids[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1992, 24(1): 47–88.
- [27] MAHAUT F, MOKEDEM S, CHATEAU X, ROUSSEL N, OVARLEZ G. Effect of coarse particle volume fraction on the yield stress and thixotropy of cementitious materials[J]. *Cement and Concrete Research*, 2008, 38(11): 1276–1285.
- [28] SAAK A W, JENNINGS H M, SHAH S P. The influence of wall slip on yield stress and viscoelastic measurements of cement paste[J]. *Cement and Concrete Research*, 2001, 31(2): 205–212.
- [29] BOGER D V. Rheology and the resource industries[J]. *Chemical Engineering Science*, 2009, 64(22): 4525–4536.
- [30] WALLEVIK O H, FEYS D, WALLEVIK J E, KHAYAT K H. Avoiding inaccurate interpretations of rheological measurements for cement-based materials[J]. *Cement and Concrete Research*, 2015, 78: 100–109.
- [31] MACOSKO C W, LARSON R G. *Rheology: principles, measurements, and applications*[M]. New York: Wiley-VCH, 1994: 188–194.
- [32] LI C, FARROKHPAY S, SHI F, RUNGE K. A novel approach to measure froth rheology in flotation[J]. *Minerals Engineering*, 2015, 71: 89–96.
- [33] STICKLAND A D, KUMAR A, KUSUMA T E, SCALES P J, TINDLEY A, BIGGS S, BUSCALL R. The effect of premature wall yield on creep testing of strongly flocculated suspensions[J]. *Rheologica Acta*, 2015, 54(5): 337–352.
- [34] FISHER D T, CLAYTON S A, BOGER D V, SCALES P J. The bucket rheometer for shear stress-shear rate measurement of industrial suspensions[J]. *Journal of Rheology*, 2007, 51(5): 821–831.
- [35] 徐文彬, 杨宝贵, 杨胜利, 党鹏. 研石充填料浆流变特性与颗粒级配相关性试验研究[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2016, 47(4): 1282–1289.  
XU Wen-bin, YANG Bao-gui, YANG Sheng-li, DANG Peng. Experimental study on correlativity between rheological parameters and grain grading of coal gauge backfill slurry[J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2016, 47(4): 1282–1289.
- [36] 张修香, 乔登攀, 黄温钢. 废石-分级尾砂高浓度充填料浆的黏度及多因素影响规律[J]. 中国矿业, 2018, 27(11): 133–137, 144.  
ZHANG Xiu-xiang, QIAO Deng-pan, HUANG Wen-gang. Viscosity of high density filling slurry with waste rock-classified tailings and the law of multi-factor influence[J]. *China Mining Magazine*, 2018, 27(11): 133–137, 144.

## Rheological behavior of solid-liquid conversion stage of unclassified tailings backfill paste

LI Cui-ping<sup>1,2</sup>, YAN Bing-heng<sup>1,2</sup>, HOU He-zi<sup>1,2</sup>, LI Rong<sup>1,2</sup>, LI Xue<sup>1,2</sup>

(1. School of Civil and Resource Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China;  
2. State Key Laboratory of High-Efficient Mining and Safety of Metal Mines,  
Ministry of Education, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Backfill paste of unclassified tailings has the characteristics of multi-scale and high-concentration, so whether typical viscoplastic rheological model was suitable for rheological behavior of paste was an important issue that needed to be studied. In this paper, the adaptability of typical H-B fluid to the paste was studied. Firstly, adaptive constraint conditions of H-B fluid were established, and rheological measurement system with data conversion method for paste were selected. Two rheological measurement modes, control shear rate (CSR) and control shear stress (CSS), were adopted to carry out the experiment. The results indicate that the flow curves of paste show negative slope for CSR mode and shear banding for CSS mode. The typical H-B fluid is not suitable for rheological model of unclassified tailings paste in special stages, and there is a solid-liquid conversion stage in which the solid and liquid phase are coexisted. The range is controlled by critical shear rate  $\dot{\gamma}_c$ , which is proportional to mass concentration of the paste. According to the characteristics of solid-liquid conversion stage of paste, it is proposed that the engineering rheological problems should be treated differently according to critical shear rate  $\dot{\gamma}_c$ , and the reasonable form of rheological model for paste should be considered in different shear rate ranges of backfill rheological problem.

**Key words:** unclassified tailings backfill paste; solid-liquid conversion stage; negative slope curve; shear banding; rheological behavior

---

**Foundation item:** Project(2017YFC0602903) supported by the National Basic Research Development Program of China;  
Project(51774039) supported by the National Natural Science Foundation of China

**Received date:** 2019-05-10; **Accepted date:** 2019-09-20

**Corresponding author:** LI Cui-ping; Tel: +86-10-62334756; E-mail: cpli@ustb.edu.cn

(编辑 龙怀中)