



高强铝板韧性断裂准则参数求解及其成形极限

陈志伟¹, 赵长财¹, 董国疆², 杨卓云¹

(1. 燕山大学 先进锻压成形技术与科学教育部重点实验室, 秦皇岛 066004;

2. 燕山大学 河北省特种运载装备重点实验室, 秦皇岛 066004)

摘要: 为确定符合高强铝板变形规律的韧性断裂准则的断裂参数, 设计了 10 种不同形状和缺口的拉伸试样, 分别采用积分式方程组法、解析式方程组法和曲面拟合法求解韧性断裂准则的多组断裂参数。通过分析统计理论断裂应变与试验断裂应变之间的相对误差评价了断裂参数的预测精度。结果表明: 采用积分式方程组法和解析式方程组法依据误差分析分别筛选出的两组试样组合方案的预测精度均较好(误差均值小于 30%), 而曲面拟合法由于样本数据较少预测误差较大。根据积分式方程组法、解析式方程组法和曲面拟合法求解的最优断裂参数, 应用 Lou-Huh 2013 准则绘制 7075-T6 高强铝板成形极限图, 并采用半球形刚模胀形试验进行验证。验证结果表明: 积分式和解析式方程组法预测 7075-T6 高强铝板破裂失稳偏于安全, 这与参数求解时断裂起始点的选取偏于安全有关。

关键词: 韧性断裂准则; 断裂参数; 误差分析; 7075 铝合金; 成形极限图

文章编号: 1004-0609(2020)-04-0763-12

中图分类号: TG389

文献标志码: A

高强铝板比强度高、延伸性差、断裂前无明显颈缩, 其成形极限判定和断裂机理研究一直是板材塑性成形领域关注的热点和难点问题^[1-2]。近年来, 韧性断裂准则在预测高强铝板成形极限方面受到广泛关注^[3-4]。

韧性断裂准则是基于材料微观孔洞的形核、长大和聚集的微观断裂机理提出的判定准则, 考虑了材料变形过程中微观缺陷的发展变化对宏观力学性能的影响。基于此, COCKCROFT 等^[5]、RICE 等^[6]、OH 等^[7]、OYANE 等^[8]专家学者相继提出了多种韧性断裂准则, 并在工程实践中取得了预期的成果。刘雨桐等^[9]通过 C-L 准则有效预测了 P91 高强合金大型无缝钢管彻底制坏过程; 曹秒艳等^[10]通过 Oyane 准则并结合 DEM-FEM 分体耦合技术有效预测了 AZ31B 板材颗粒介质拉深成形的破裂问题。然而, 早期建立的韧性断裂准则无法在较大的应力三轴度 η (定义为静水应力与等效应力的比值 $\eta = \sigma_m / \sigma_{eq}$) 范围内 ($-1/3 \leq \eta \leq 2/3$) 预测金属材料的韧性断裂行为。直到 BAO 等^[11]对 2024-T351 铝合金板材和棒材进行了 15 种不同类型的试验, 将应力三轴度变化范围扩充一至 $-0.3 \sim 0.95$, 多种应力状态的试验研究论证了韧性断裂准则的可

行域。LOU 等^[12]在 2012 年提出 Lou-Huh 韧性断裂准则, 并在 2013 年将准则由主应力 ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) 空间转换至 ($\eta, L, \bar{\epsilon}_p$) 空间^[13], 以无量纲的应力三轴度 η 和 Lode 参数 L 作为影响因子, 能够在较大的应力三轴度范围内 ($-1/3 \leq \eta \leq 2/3$) 有效预测材料的成形极限。

应用韧性断裂准则, 首先需要确定断裂参数。设计 n 组不同缺口试样的单向拉伸试验 (n 的取值与准则中断裂参数数量一致), 依据试验数据联立方程求解得到断裂参数, 即方程组法; 依据试验数据进行最小二乘拟合获取断裂参数, 即为曲面拟合法。例如, WIERZBICKI 等^[14]根据 4 组 2024-T351 铝合金棒材和板材的拉伸试验数据, 通过方程组法确定了 XndashW 韧性断裂准则中的 4 个断裂参数; LOU 等^[15]根据 3 组不同形状试样的断裂应变、平均应力三轴度和平均 Lode 参数, 通过方程组法得到 Lou-Huh 韧性断裂准则三参数, 绘制出 DP980 断裂成形极限图; 穆磊^[16]通过曲面拟合法获取断裂参数, 并绘制了 DP780 断裂成形极限图。通过方程组法和曲面拟合法均可获取断裂参数, 然而这些方法求解断裂参数是否符合高强铝板的变形规律尚未得到有效的论证。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51775481); 河北省教育厅高等学校科技计划重点项目(ZD2017078); “河北省三三三人才工程”人才培养资助项目(A2016002017)

收稿日期: 2019-04-20; **修订日期:** 2019-07-02

通信作者: 董国疆, 教授, 博士; 电话: 13780479660; E-mail: dgi@ysu.edu.cn

为此,本文以 7075-T6 高强铝板为研究对象,基于 Lou-Huh 2013 韧性断裂准则探讨方程组法和曲面拟合法求解断裂参数的差异性。Lou-Huh 2013 准则存在积分表达式和解析表达式两种形式^[15],如式(1)和式(2)所示。由于缺口试样的应力三轴度和 Lode 参数是随着塑性变形发展而不断变化的,所以采用方程组法^[15,17]求解 Lou-Huh 2013 准则解析表达式时,通常引入平均应力三轴度 η_{avg} (式(3))和平均 Lode 参数 L_{avg} (式(4)),即解析式方程组法;采用积分表达式求解,考虑应力三轴度和 Lode 参数随塑性变形发展的变化关系,一般通过三组试验数据联立求解断裂参数,即积分式方程组法,而这种方法在以往 Lou-Huh 准则研究中并未被使用。积分式方程组法和解析式方程组法求解断裂参数是否符合高强铝板的变形规律,仍需进一步探求。

$$\int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \left(\frac{2}{\sqrt{3+L^2}} \right)^{C_1} \left(\frac{\langle 1+3\eta \rangle}{2} \right)^{C_2} d\bar{\varepsilon}_p = C_3, \quad (1)$$

$$\langle 1+3\eta \rangle = \begin{cases} 0 & 1+3\eta < 0 \\ 1+3\eta & 1+3\eta \geq 0 \end{cases}$$

$$\left(\frac{2}{\sqrt{3+L^2}} \right)^{C_1} \left(\frac{\langle 1+3\eta \rangle}{2} \right)^{C_2} \bar{\varepsilon}_f = C_3, \quad (2)$$

$$\langle 1+3\eta \rangle = \begin{cases} 0 & 1+3\eta < 0 \\ 1+3\eta & 1+3\eta \geq 0 \end{cases}$$

$$\eta_{\text{avg}} = \frac{1}{\bar{\varepsilon}_f} \int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \eta(\bar{\varepsilon}_p) d\bar{\varepsilon}_p \quad (3)$$

$$L_{\text{avg}} = \frac{1}{\bar{\varepsilon}_f} \int_0^{\bar{\varepsilon}_f} L(\bar{\varepsilon}_p) d\bar{\varepsilon}_p \quad (4)$$

式中: C_1 、 C_2 和 C_3 为断裂参数; $\bar{\varepsilon}_f$ 为断裂应变; $\bar{\varepsilon}_p$ 为等效塑性应变; η 为应力三轴度; L 为 Lode 参数; η_{avg} 为平均应力三轴度; L_{avg} 为平均 Lode 参数。

本文设计 10 种不同形状和缺口的拉伸试样,分别采用积分式方程组法、解析式方程组法和曲面拟合法求解 Lou-Huh 韧性断裂准则 C_1 、 C_2 和 C_3 三参数,并对三种求解方法进行误差评估;进而绘制 AA7075-T6 高强铝板理论成形极限图,并通过半球形刚模胀形试验验证,以为高强铝板成形断裂分析的准则选择和参数求解提供借鉴。

1 断裂应变、应力三轴度和 Lode 参数确定

由于不同应力状态的板材缺口试样拉伸断裂起始区域质点的应力、应变历程数据难以通过试验直接获

取,因此本文借助实测和仿真相结合的方法,分析试样断裂现象,并提取板材断裂应力三轴度、Lode 参数与等效塑性应变的历程曲线。

选用 7075-T6 铝合金板材(厚度 2 mm)为研究对象,并针对不同应力状态设计了 10 种试样,主要为单向拉伸试样(UTS)、剪切试样(SNS1、SNS2 和 SNS3)、圆弧缺口试样(ANS1、ANS2 和 ANS3)、三角缺口试样(TNS1、TNS2 和 TNS3),如图 1 所示。通过改变试样的尺寸结构使其断裂起始区域呈不同的应力状态,以期涉及纯剪切应力状态($\eta=0$)到平面应变状态($\eta=1/\sqrt{3}$)范围。使用电火花线切割机沿板材轧制方向切取 9 种缺口试样,并与板材轧制方向呈 0° 、 45° 和 90° 分别切取单向拉伸试样。为了实现不同应力状态试样断裂起始区域的应变速率趋近一致(拟定应变速率为 0.01 s^{-1}),采用有限元仿真逆向求解每一试样的拉伸加载速度^[15]。通过不断修正仿真拉伸速度,使试样断裂起始区域的应变速率场均值趋于拟定值 0.01 s^{-1} ,试样断裂起始区域的确定来源于每一试样的实际拉伸物理观测,最终确定 10 种试样的拉伸速度如图 1 所示。实测得到 AA7075-T6 板材各试样的拉伸历程曲线如图 2 所示,单向拉伸试样应力-应变曲线如图 3 所示,并采用文献[18]中的拟合方程(式(5)~(6))对真实应力-应变曲线的弹性和塑性变形阶段分别进行数据拟合。

$$\sigma = E\varepsilon_e \quad (5)$$

$$\sigma = \sigma_y + m_1\varepsilon_p + m_2[1 - \exp(-h\varepsilon_p)] \quad (6)$$

式中: E 为弹性模量, MPa; σ_y 为屈服强度, MPa; m_1 、 m_2 为材料参数, MPa; h 为材料参数; ε_e 为弹性应变; ε_p 为塑性应变。

单向拉伸试验结果显示 AA7075-T6 板材趋于面内同性, 0° 、 45° 和 90° 单向拉伸试样的工程应力-应变曲线几乎重合(见图 3(a))。采用 ABAQUS 有限元软件对 10 种试样的拉伸试验过程进行仿真。板材试样采用四节点曲壳单元 S4R; 材料属性定义依据单向拉伸试样(UTS)测试数据和图 3(b)拟合方程; 拉伸加载和边界条件均依据试验条件设定。试样拉伸仿真分析中并未给定断裂准则和相关参数依据,所以在仿真结果中并不显示断裂状态,更无法判定试样的断裂时刻。因此,将实测拉伸历程曲线的最大拉伸力点所对应的位移视为试样断裂时刻位移(如图 2 所示),并以此位移量对应确定仿真分析中各试样断裂的起始时刻。因实测显示, AA7075-T6 板材缺口试样拉伸历程曲线无明显的颈缩失稳变形阶段,断裂点与最大拉伸力点的拉伸位移量非常接近,对于断裂分析而言这是一种相对安全

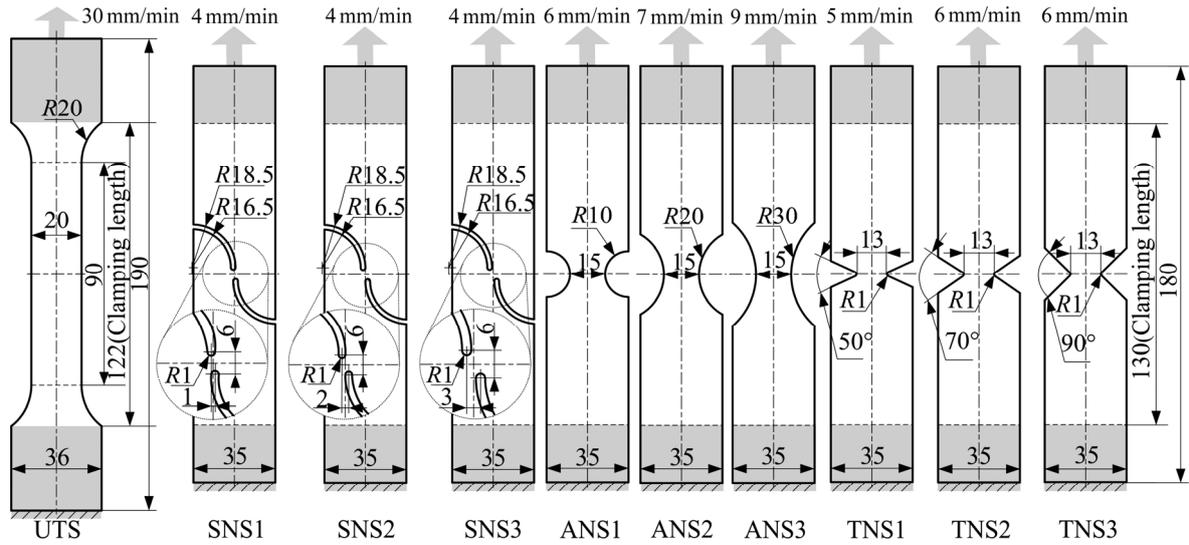


图1 AA7075-T6 板材拉伸试样形状及其尺寸

Fig. 1 Shape and size of tensile specimens for AA7075-T6 sheet (Unit: mm)

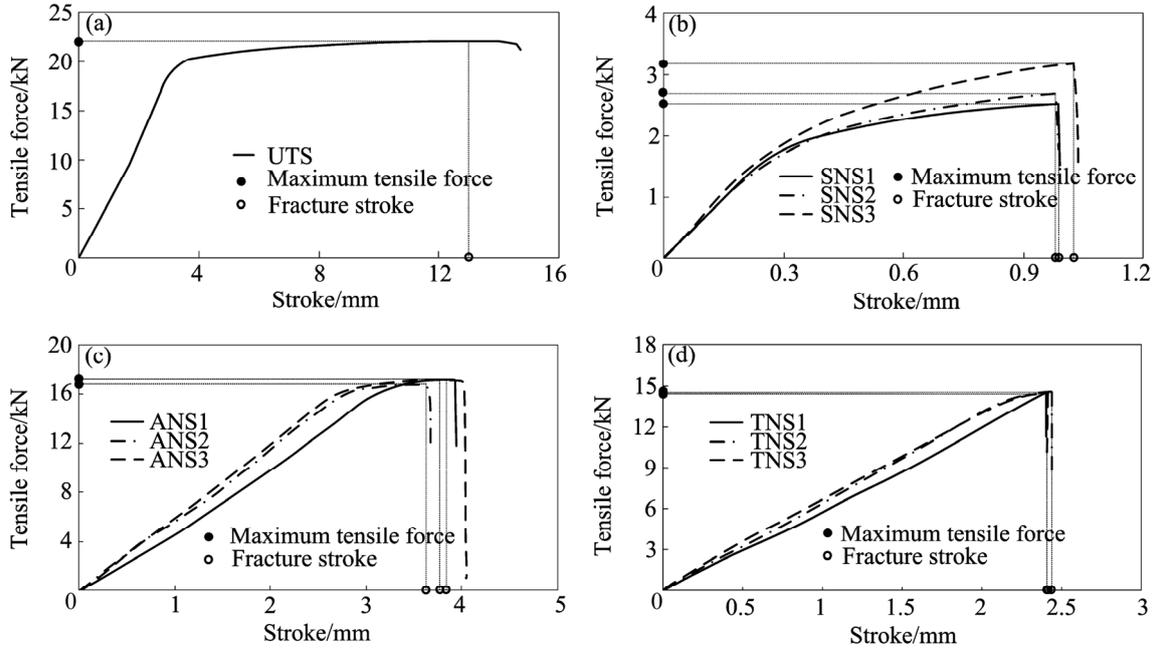


图2 各试样的拉伸力程曲线

Fig. 2 Tensile force–stroke curves of all specimens: (a) Uniaxial tensile specimen; (b) Shear notch specimens; (c) Arc notch specimens; (d) Triangular notch specimens

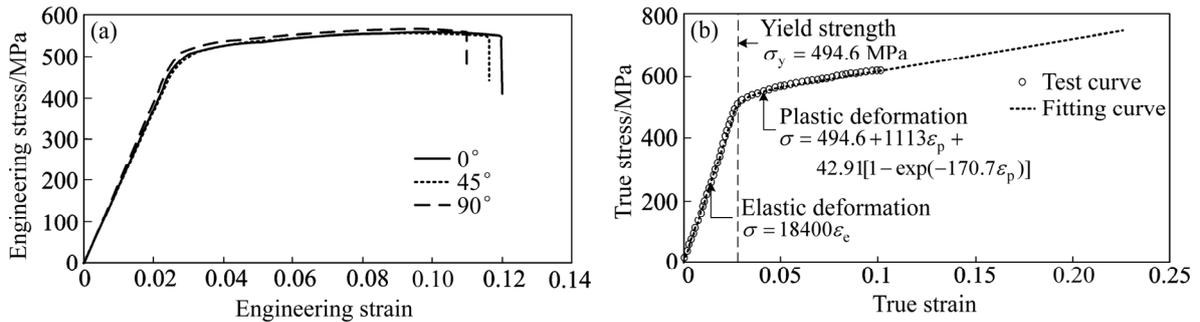


图3 AA7075-T6 板材应力-应变曲线与拟合方程

Fig. 3 Stress–strain curves and fitting equations of AA7075-T6 sheet: (a) Engineering stress–strain curves along different rolling direction; (b) True stress–strain curves and fitting curves

的选取方式,且数值接近。而后,在仿真结果中输出缺口试样断裂起始时刻的等效塑性应变云图,并将缺口观测中心区域等效塑性应变最大值点确定为断裂起

始位置^[19-20],即可提取单元从进入塑性变形时刻至断裂起始时刻的应力三轴度 η 、Lode参数 L 与等效塑性应变 $\bar{\epsilon}_p$ 的历程数据曲线,如图4所示。

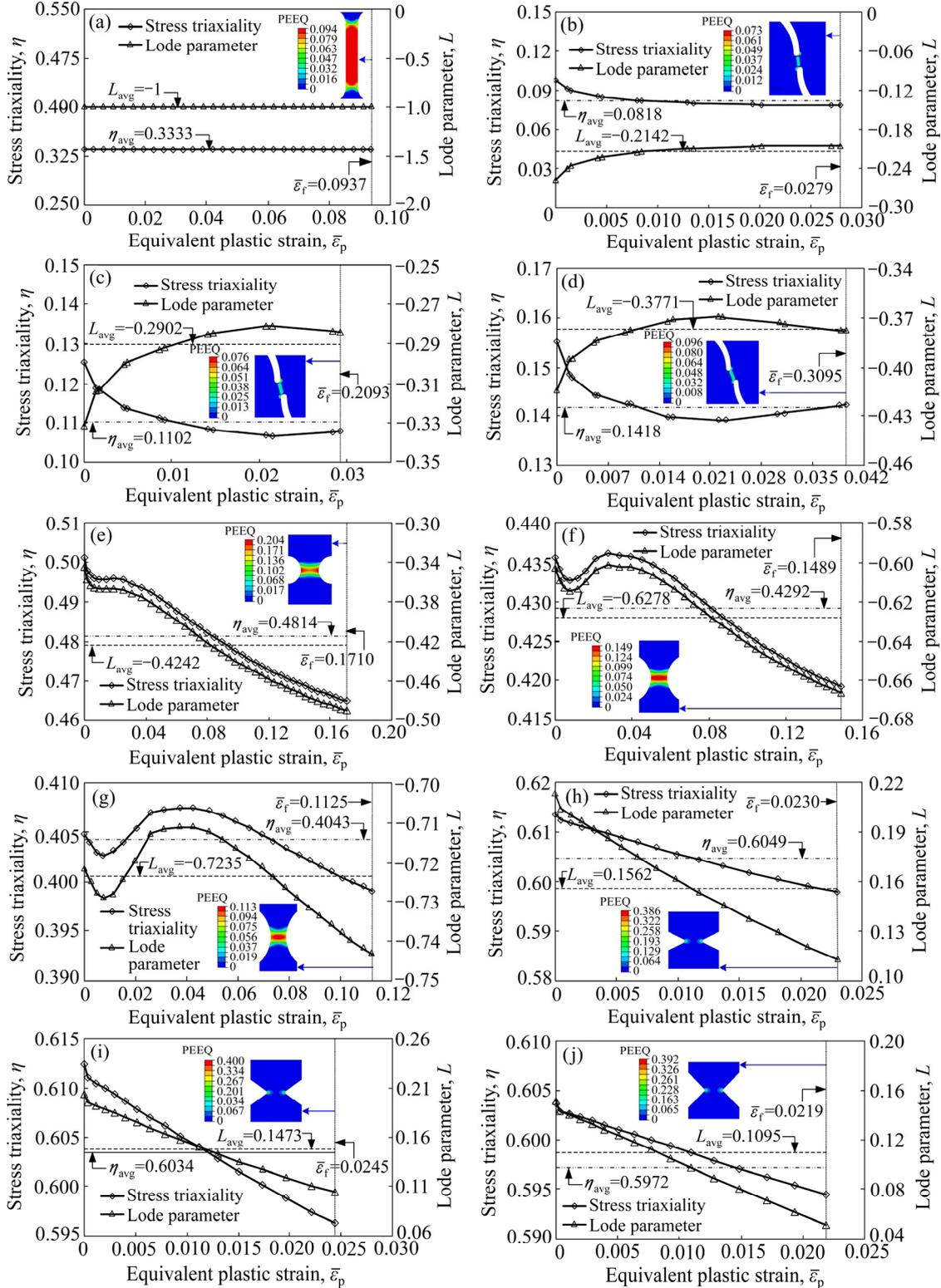


图4 应力三轴度和Lode参数与等效塑性应变的历程曲线

Fig. 4 Historical curves of stress triaxiality and Lode parameters with equivalent plastic strain: (a) UTS; (b) SNS1; (c) SNS2; (d) SNS3; (e) ANS1; (f) ANS2; (g) ANS3; (h) TNS1; (i) TNS2; (j) TNS3

2 断裂参数求解及误差分析

2.1 断裂参数求解

获取韧性断裂准则断裂参数的方法包括积分式方程组法、解析式方程组法和曲面拟合法, 而积分式方程组法在以往的 Lou-Huh 准则的研究和应用中鲜有报道, 应用这三种方法求解断裂参数的差异性问题上尚未深入研究, 因此本文基于 10 种拉伸试样的试验和仿真数据, 就此问题展开研究。

1) 积分式方程组法。将 10 种试样遵照排列组合原则任选三种不同试样形成一组, 形成共计 120 种试样组合方案。然后, 采用多项式式(7)和式(8)将图 4 应力三轴度-等效塑性应变曲线、Lode 参数-等效塑性应变曲线分别拟合, 得到 $\eta(\bar{\epsilon}_p)$ 和 $L(\bar{\epsilon}_p)$ 函数关系式系数如表 1 所列。将 $\eta(\bar{\epsilon}_p)$ 和 $L(\bar{\epsilon}_p)$ 函数关系以及断裂应变代入 Lou-Huh 准则积分表达式(式(1))中, 对 120 种试样组合方案进行求解, 求解过程由 MATLAB 软件的 Fsolve 函数实现, 得到 120 组断裂参数 C_1 、 C_2 和 C_3 , 如图 5。

$$\eta(\bar{\epsilon}_p) = a_1 + a_2\bar{\epsilon}_p + a_3(\bar{\epsilon}_p)^2 + a_4(\bar{\epsilon}_p)^3 + a_5(\bar{\epsilon}_p)^4 + a_6(\bar{\epsilon}_p)^5 + a_7(\bar{\epsilon}_p)^6 \quad (7)$$

$$L(\bar{\epsilon}_p) = b_1 + b_2\bar{\epsilon}_p + b_3(\bar{\epsilon}_p)^2 + b_4(\bar{\epsilon}_p)^3 + b_5(\bar{\epsilon}_p)^4 + b_6(\bar{\epsilon}_p)^5 + b_7(\bar{\epsilon}_p)^6 \quad (8)$$

式中: a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 a_5 、 a_6 、 a_7 、 b_1 、 b_2 、 b_3 、 b_4 、 b_5 、 b_6 和 b_7 为拟合系数。

2) 解析式方程组法。与积分式方程组法一致, 将 10 种试样遵照排列组合原则任选 3 种不同试样进行组合求解, 共计 120 种试样组合方案。如图 4 所示, 各缺口试样的应力三轴度和 Lode 参数是随着塑性变形发展而不断变化的, 变化的应力三轴度和 Lode 参数代入 Lou-Huh 准则解析表达式(式(2))无法进行求解, 因此通常对应力三轴度和 Lode 参数历史变化曲线进行平均化处理^[15,17]。应用式(3)和式(4)分别求解各试样的平均应力三轴度和平均 Lode 参数, 计算结果如表 2 所列。然后, 将平均应力三轴度、平均 Lode 参数和断裂应变代入 Lou-Huh 准则解析表达式, 对 120 种试样组合方案求解, 得到断裂参数 C_1 、 C_2 和 C_3 , 如图 5 所示。

3) 曲面拟合法。根据表 2 数据, 对 Lou-Huh 准则解析表达式进行最小二乘拟合。通过曲面拟合法得到的断裂参数 C_1 、 C_2 和 C_3 分别为 6.376、-0.6878 和 0.1287, 如图 5 所示。图 6 所示为拟合得到的 $(\eta, L, \bar{\epsilon}_p)$ 三维韧性断裂曲面, 拟合优度 R^2 为 0.266。

图 5 所示为横坐标为 120 种试样组合方案编号 k , $k=[1, 120]$, 编号数字由表 1 确定。试样组合方案编号 $k=[1, 120]$ 对应的试样组合分别为 1/2/3、1/2/4、...、1/2/10, 1/3/4、1/3/5、...、1/3/10, ..., 1/9/10; 2/3/4、2/3/5、...、2/3/10, ..., 2/9/10; ..., 8/9/10。例如, $k=3$ 代表 1/2/5 所对应的 UTS+SNS1+SNS2 试验组合,

表 1 应力三轴度和 Lode 参数函数关系式的拟合系数

Table 1 Fitting coefficients in function expression of stress triaxiality and lode parameter

Sample	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7
UTS	0.333	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
SNS1	0.098	-6.340	1247.3	-133371	7.00×10^6	-2.00×10^8	2.00×10^9	-0.256	16.884	-3309.4	352684	-2.00×10^7	5.00×10^8	-6.00×10^9
SNS2	0.125	-5.308	947.61	-93375	5.00×10^6	-1.00×10^8	1.00×10^9	-0.3314	14.598	-2620.7	259073	-1.00×10^7	3.00×10^8	-3.00×10^9
SNS3	0.155	-4.1879	649.16	-54450	2.00×10^6	-5.00×10^7	4.00×10^8	-0.4132	11.916	-1863.5	156739	-7.00×10^6	1.00×10^8	-1.00×10^9
ANS1	0.439	-0.483	22.421	-545.1	5715.5	-27473	49935	-0.3521	-1.9977	92.794	-2251.2	23630	-113759	207061
ANS2	0.435	-0.4071	33.239	-887.38	10203	-54470	110944	-0.606	-1.5667	127.58	-3403.4	39118	-208784	425201
ANS3	0.405	-0.559	54.378	-1678.2	23519	-157526	409416	-0.722	-2.1622	210.23	-6483	90724	-606455	2.00×10^6
TNS1	0.6135	-1.5284	283.58	-43571	3.00×10^6	-1.00×10^8	2.00×10^9	0.2113	-10.447	1972.4	-297121	2.00×10^7	-8.00×10^8	1.00×10^{10}
TNS2	0.612	-1.5052	283.05	-41249	3.00×10^6	-1.00×10^8	1.00×10^9	0.2016	-9.6802	1795	-260060	2.00×10^7	-6.00×10^8	8.00×10^9
TNS3	0.6036	-1.1529	243.36	-40592	3.00×10^6	-1.00×10^8	2.00×10^9	0.1477	-7.2203	1546.5	-255848	2.00×10^7	-8.00×10^8	1.00×10^{10}

表 2 AA7075-T6 板材各试样平均 Lode 参数、平均应力三轴度和断裂应变

Table 2 Average Lode parameter, average stress triaxiality and fracture strain of all tensile specimens for AA7075-T6 sheet

Number <i>i</i>	Specimen	Average lode parameter	Average stress triaxiality	Fracture strain
1	UTS	-1	0.3333	0.0937
2	SNS1	-0.2142	0.0818	0.0279
3	SNS2	-0.2902	0.1102	0.0293
4	SNS3	-0.3771	0.1418	0.0395
5	ANS1	-0.4242	0.4814	0.1710
6	ANS2	-0.6278	0.4292	0.1489
7	ANS3	-0.7235	0.4043	0.1125
8	TNS1	0.1562	0.6049	0.0230
9	TNS2	0.1473	0.6034	0.0245
10	TNS3	0.1095	0.5972	0.0219

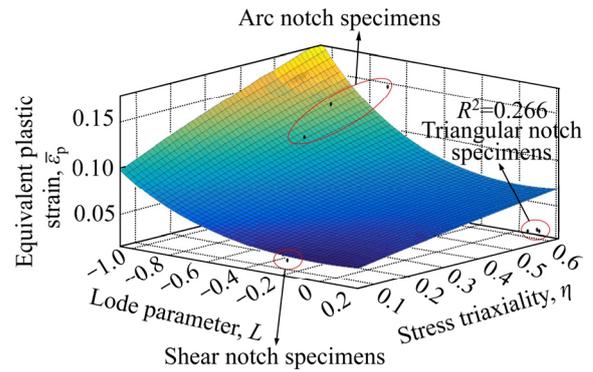


图 6 ($\eta, L, \bar{\epsilon}_p$) 三维韧性断裂曲面

Fig. 6 ($\eta, L, \bar{\epsilon}_p$) three-dimensional ductile fracture surface

$k=15$ 则代表 1/3/10 所对应的 TNS1+SNS2+TNS3 试验组合, $k=120$ 则代表 8/9/10 所对应的 TNS1+TNS2+TNS3 试验组合。由图 5 可知, 不同试样组合方案得到的断裂参数在数值上差异显著。究其原因可能与 AA7075-T6 板材的断裂失效形式有关。由图 6 可看出, 三维韧性断裂曲面与 10 种拉伸试样数据点之间存在一定的偏差, 表明拟合得到的三维韧性断裂曲面并不精确。

图 7 所示为 AA7075-T6 板材单向拉伸试样断口形貌。由图 7 可知, AA7075-T6 板材单向拉伸试样的断口形貌中同时混合有韧性断裂(韧窝)与脆性断裂(冰糖状形貌)的特征。由此可见, 韧性断裂的微观机理并非导致 AA7075-T6 板材断裂的全部因素, 在应用 Lou-Huh 2013 准则时不可避免地会存在一定误差, 从而对试样组合方案的求解结果带来一定影响。因此筛选更为符合高强铝板变形规律的断裂参数显得尤为重要。然而, 如何选取断裂参数目前尚缺乏研究, 为此针对这一问题在 2.2 节中进一步展开研究。

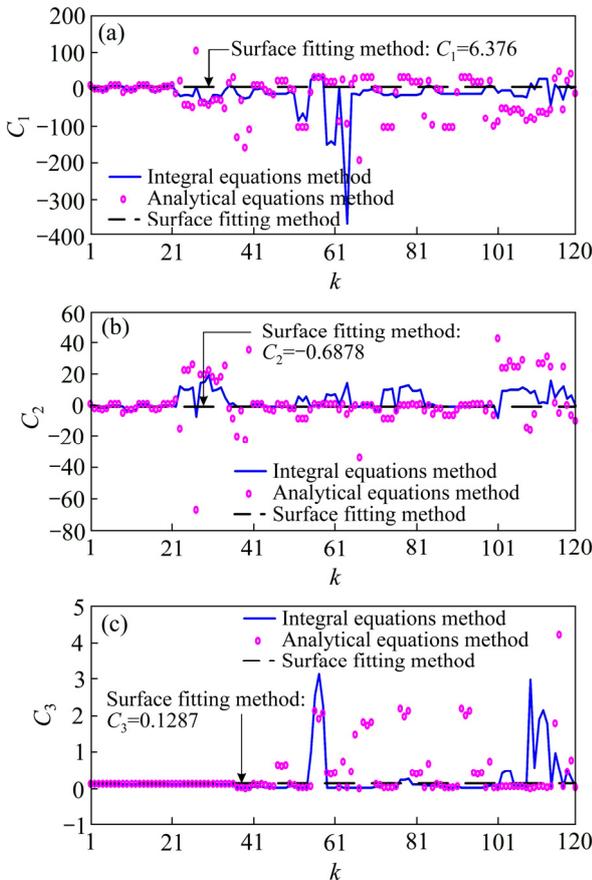


图 5 3 种求解方法所得试样的断裂参数结果

Fig. 5 Fracture parameters of specimens obtained by three methods: (a) Fracture parameter C_1 ; (b) Fracture parameter C_2 ; (c) Fracture parameter C_3

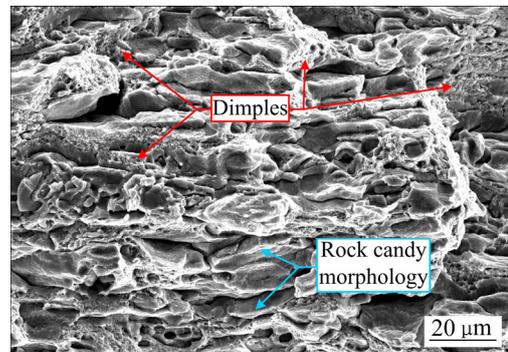


图 7 AA7075-T6 板材单向拉伸试样断口形貌

Fig. 7 Fracture morphology of uniaxial tensile specimen for AA7075-T6 sheet

2.2 误差评价分析

采用 3 种断裂参数求解方法与 120 种试样组合方案联立, 共得到了 241 组 Lou-Huh 准则断裂参数, 求解的断裂三参数在数值上存在着明显差异, 因此, 本文设计误差评价方案分析断裂参数预测精度, 从而确定较为合理的断裂参数求解方法和试样组合方案。

首先, 将各试样获取的平均应力三轴度和平均 Lode 参数, 以及 3 种方法求解的断裂参数 C_1 、 C_2 和 C_3 , 代入 Lou-Huh 准则解析表达式计算理论断裂应变 $\bar{\epsilon}_{f,cal}^{i,j,k}$ (见式(9)), 并将实测与仿真联合分析提取的各试样的断裂应变值(见表 2) $\bar{\epsilon}_{f,exp}^i$, 代入式(10)求解理论断裂应变和试验断裂应变之间的相对误差 $\delta^{i,j,k}$, 同时计算误差均值 δ_{avg} 和方差 s^2 , 如式(11)和式(12)所示。其中, 误差均值 δ_{avg} 用以评价断裂参数的理论预测精度, 方差 s^2 用以评价断裂参数对各试样相对误差的离散程度。

$$\bar{\epsilon}_{f,cal}^{i,j,k} = C_3 \left/ \left(\frac{2}{\sqrt{3+L_{avg}^2}} \right) \right)^{C_1} \left(\frac{1+3\eta_{avg}}{2} \right)^{C_2} \quad (9)$$

$$\delta^{i,j,k} = \frac{|\bar{\epsilon}_{f,exp}^i - \bar{\epsilon}_{f,cal}^{i,j,k}|}{\bar{\epsilon}_{f,exp}^i} \times 100\% \quad (10)$$

$$\delta_{avg}^{j,k} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \delta^{i,j,k} \quad (11)$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (\delta^{i,j,k} - \delta_{avg}^{j,k})^2}{10} \quad (12)$$

式中: i 为试样编号, 取值范围为 $i=[1, 10]$; j 为断裂参数求解方法, 取值为 1、2、3 分别对应积分式方程组法、解析式方程组法、曲面拟合法; k 为试样组合方案编号, $k=[1, 120]$ 。

计算得到了 3 种断裂参数求解方法与试验值的相对误差, 如图 8 所示。由图 8(a)和(b)可知, 不同试样

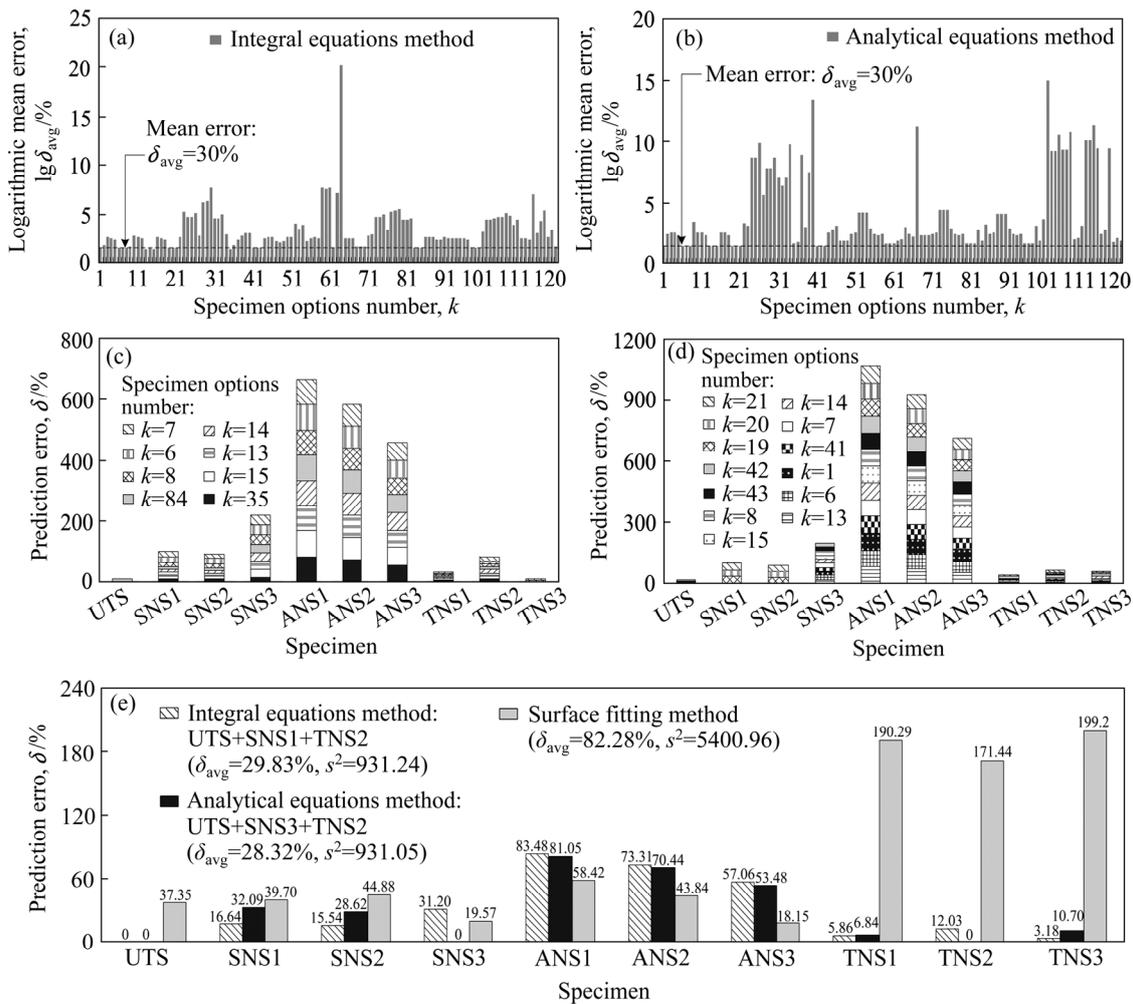


图 8 断裂应变预测误差分布图

Fig. 8 Distribution diagram of prediction error for fracture strain: (a) Mean error of integral equations method; (b) Mean error of analytical equations method; (c) Specimen options of mean error less than 30% in integral equations method; (d) Specimen options of mean error less than 30% in analytical equations method; (e) Prediction error of three calculation methods

组合方案的理论预测结果存在很大差异,积分式方程组法和解析式方程组法在部分试样组合方案下预测精度较好(误差均值小于30%),相反在另一部分试样组合方案下预测精度很差,因此对于积分式方程组法和解析式方程组法而言,试样组合方案的选取比求解方法的确定更为重要。基于此,选出积分式方程组法和解析式方程组法中误差均值小于30%的试样组合方案进行下一步分析,如图8(c)和(d)所示。由图8(c)和(d)可知,积分式方程组法和解析式方程组法对各试样预测结果存在明显离散差异,对部分试样预测结果较好,而对另一部分试样预测结果较差,从而需要借助方差值对试样组合方案进一步筛选。因此,在选取试样组合方案时,依据下述规则进行:通过误差分析,选择试样组合方案的预测误差在合理范围(误差均值小于30%),且预测结果的离散程度最小的试样组合方案。由此确定积分式方程组法中UTS+SNS1+TNS2试样组合方案、解析式方程组法中的UTS+SNS3+TNS2试样组合方案,为成形极限研究提供依据。

由图8(e)可知,曲面拟合法对各个试样的预测精度较差(误差均值为82.28%),其中对TNS3试样的预测误差达到199.2%。原因在于曲面拟合法求解断裂参数是使三维韧性断裂曲面不断逼近所有数据点,显然当试验数据点越多时拟合得到的 $(\eta, L, \bar{\varepsilon}_p)$ 三维韧性断裂曲面越精确,而十组试验数据点并不能够拟合得到较为精确的三维韧性断裂曲面,导致曲面拟合法的断裂参数 C_1 、 C_2 和 C_3 对各试样的预测误差偏高。

3 成形极限图的建立及试验验证

3.1 成形极限图的建立

依据本文论证的试样组合方案选取规则选定试样组合方案,并提取积分式方程组法、解析式方程组法和曲面拟合法求解的Lou-Huh 2013韧性断裂准则三组断裂参数,绘制AA7075-T6板材(厚度2mm)理论成形极限图。

金属薄板变形过程可作平面应力假设,绘制Lou-Huh 2013韧性断裂准则理论成形极限图作如下分析:

1) 当变形处于双拉平面应力状态($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 = 0$)时,令应力比 $\alpha_1 = \sigma_2 / \sigma_1$,应变比 $\beta_1 = \varepsilon_2 / \varepsilon_1$ 。在简单加载条件下,由增量理论可得 $\alpha_1 = (2\beta_1 + 1) / (2 + \beta_1)$ 。由此,应力三轴度、Lode参数和断裂等效塑性应变可分别表示为

$$\eta = \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} = \frac{\alpha_1 + 1}{3\sqrt{\alpha_1^2 - \alpha_1 + 1}} \quad (13)$$

$$L = 2\alpha_1 - 1 \quad (14)$$

$$\bar{\varepsilon}_f = \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_1 \sqrt{\beta_1^2 + \beta_1 + 1} \quad (15)$$

式中: σ_m 为静水应力; σ_{eq} 为Mises等效应力。

将式(13)、式(14)和式(15)代入Lou-Huh准则解析表达式(式(2))可得

$$\left(\frac{2}{\sqrt{(2\alpha_1 - 1)^2 + 3}} \right)^{C_1} \left(\frac{\sqrt{\alpha_1^2 - \alpha_1 + 1} + \alpha_1 + 1}{2\sqrt{\alpha_1^2 - \alpha_1 + 1}} \right)^{C_2} \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_1 \sqrt{\beta_1^2 + \beta_1 + 1} \right) = C_3 \quad (16)$$

因此,双拉应力状态的成形极限曲线可由式(17)确定

$$\begin{cases} -1/2 < \beta_1 < 1 \\ \alpha_1 = (2\beta_1 + 1) / (2 + \beta_1) \\ \left(\frac{2}{\sqrt{(2\alpha_1 - 1)^2 + 3}} \right)^{C_1} \left(\frac{\sqrt{\alpha_1^2 - \alpha_1 + 1} + \alpha_1 + 1}{2\sqrt{\alpha_1^2 - \alpha_1 + 1}} \right)^{C_2} \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_1 \sqrt{\beta_1^2 + \beta_1 + 1} \right) = C_3 \\ \varepsilon_2 = \beta_1 \varepsilon_1 \end{cases} \quad (17)$$

2) 当变形处于拉压平面应力状态($\sigma_1 \geq \sigma_2 = 0 \geq \sigma_3$)时,令应力比 $\alpha_2 = \sigma_3 / \sigma_1$,应变比 $\beta_2 = \varepsilon_3 / \varepsilon_1$ 。在简单加载条件下,由增量理论可得 $\alpha_2 = (2\beta_2 + 1) / (2 + \beta_2)$,则应力三轴度、Lode参数和断裂等效塑性应变可分别表示为

$$\eta = \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} = \frac{\alpha_2 + 1}{3\sqrt{\alpha_2^2 - \alpha_2 + 1}} \quad (18)$$

$$L = (\alpha_2 + 1) / (\alpha_2 - 1) \quad (19)$$

$$\bar{\varepsilon}_f = \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_1 \sqrt{\beta_2^2 + \beta_2 + 1} \quad (20)$$

将式(18)、式(19)和式(20)代入Lou-Huh准则解析表达式(式(2))可得

$$C_3 = \left(\frac{2}{\sqrt{(\alpha_2 + 1)^2 / (\alpha_2 - 1)^2 + 3}} \right)^{C_1} \times \left(\frac{\sqrt{\alpha_2^2 - \alpha_2 + 1} + \alpha_2 + 1}{2\sqrt{\alpha_2^2 - \alpha_2 + 1}} \right)^{C_2} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_1 \sqrt{\beta_2^2 + \beta_2 + 1} \right) \quad (21)$$

因此,拉压应力状态的成形极限曲线可由式(22)确定:

$$\left\{ \begin{array}{l} -2 < \beta_1 < -1/2 \\ \alpha_2 = (2\beta_2 + 1)/(2 + \beta_2) \\ C_3 = \left(\frac{2}{\sqrt{(\alpha_2 + 1)^2 / (\alpha_2 - 1)^2 + 3}} \right)^{C_1} \times \\ \left(\frac{\sqrt{\alpha_2^2 - \alpha_2 + 1} + \alpha_2 + 1}{2\sqrt{\alpha_2^2 - \alpha_2 + 1}} \right)^{C_2} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_1 \sqrt{\beta_2^2 + \beta_2 + 1} \right) \\ \varepsilon_3 = \beta_2 \varepsilon_1 \end{array} \right. \quad (22)$$

由此依据积分式方程组法中UTS+SNS1+TNS2试样组合方案(图5中试样组合方案编号k=7)、解析式方程组法中的UTS+SNS3+TNS2试样组合方案(图5中试样组合方案编号k=20)、以及曲面拟合法得到的三组断裂参数绘制AA7075-T6板材理论成形极限曲线,如图9所示。

3.2 成形极限图试验验证

设计AA7075-T6板材半球形刚模胀形试验, 分别

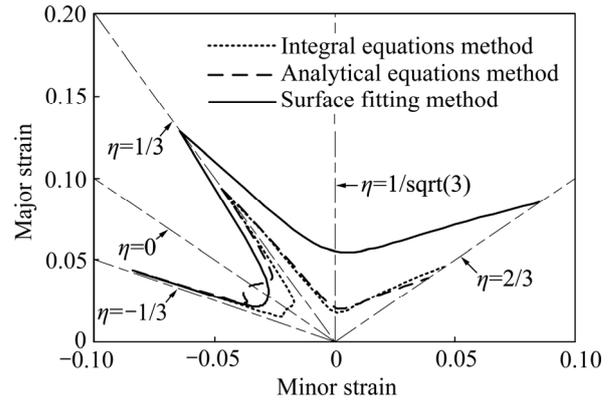


图9 AA7075-T6 板材成形极限图

Fig. 9 Forming limit diagram of AA7075-T6 sheet

制备中间宽度为20 mm、30 mm、40 mm和50 mm的“骨头”试样, 以及直径为d 200 mm的圆形试样, 如图10所示, 并在试样表面电解腐蚀方形网格。试验采取不同的润滑条件: “骨头”试样与冲头之间不做

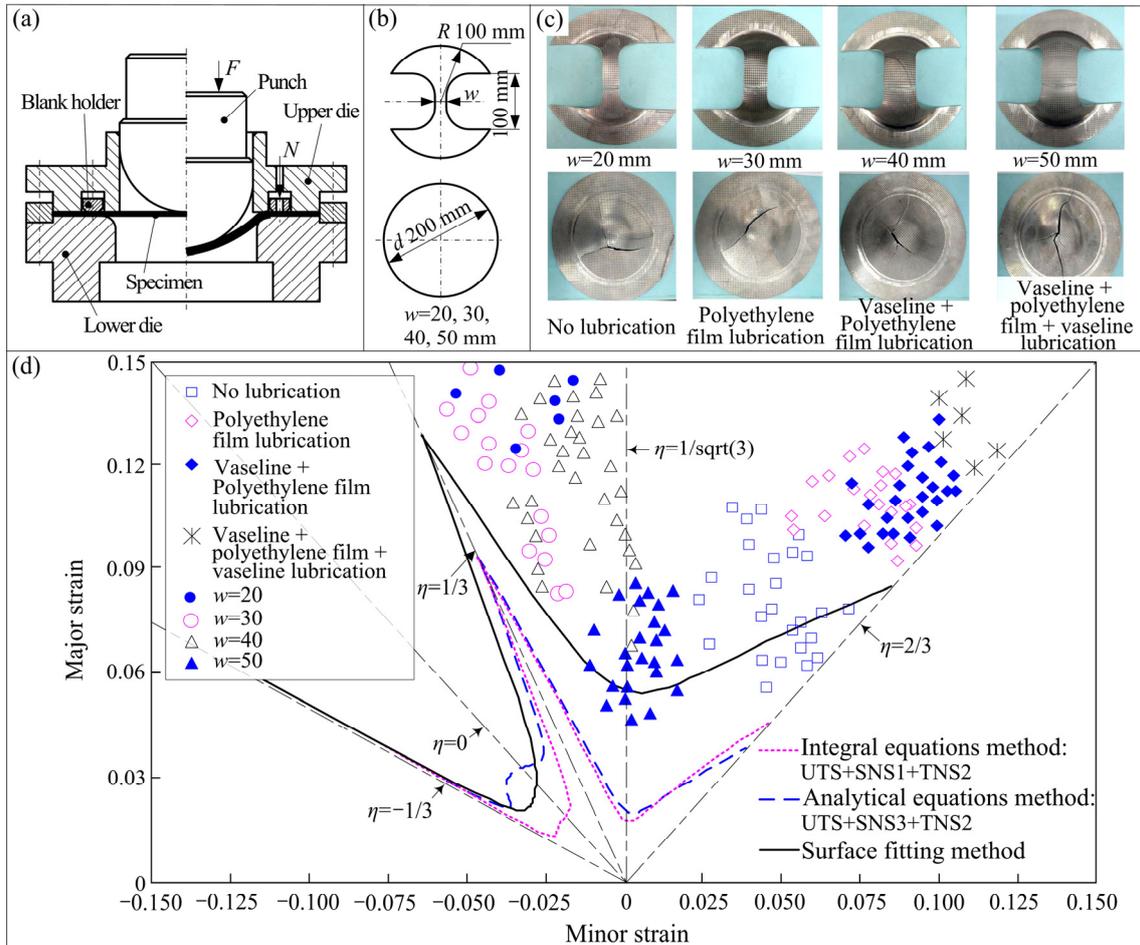


图10 试样成形极限图的试验验证

Fig. 10 Experimental verification of forming limit diagram of specimens: (a) Die diagram of punch-sketch test; (b) Shapes and sizes of specimens for punch-sketch test; (c) Specimens after fracture; (d) Forming limit diagram of AA7075-T6 sheet and experimental ultimate principal strain

润滑：圆形试样与冲头之间采取无润滑、聚乙烯薄膜润滑、凡士林+聚乙烯薄膜润滑和凡士林+聚乙烯薄膜+凡士林润滑这四种润滑条件。试样胀形破裂后使用网格应变测量系统对破裂区域进行应变测量，提取断口区域极限主应变，并绘制于理论成形极限图，如图10(d)所示。

从图10(d)可以看到，解析式方程组法和积分式方程组法绘制的理论成形极限曲线低于半球形刚模胀形试验实测极限主应变。这是因为在通过解析式方程组法和积分式方程组法求解断裂参数时，依据实测拉伸力程曲线的最大拉伸力点确定试样的断裂应变，导致成形极限理论预测结果偏于安全。同时综合第2.2节的分析，解析式方程组法和积分式方程组法分别筛选出的两组断裂参数对不同应力状态试样的预测结果较好，对10种试样的预测误差均值小于30%。因此基于上述分析，选择预测误差在合理范围且预测结果的离散程度最小的试样组合方案断裂参数绘制的成形极限图，能够有效预测7075-T6高强铝板的成形极限，且预测结果偏于安全。

图10(d)显示，依据曲面拟合法求解参数绘制的理论成形极限曲线与半球形刚模胀形试验实测的极限主应变点最为接近，然而在通过曲面拟合法求解断裂参数时拟合优度 R^2 仅为0.266，在较少试验数据点的情况下拟合得到的三维断裂面并不精确，出现这种理论成形极限曲线比较接近试验极限主应变的原因仍需要进一步的研究。

同时由图10(d)可以发现在获取断裂参数的拉伸试验中，只进行了纯剪切应力状态($\eta=0$)到平面应变状态($\eta=1/\sqrt{3}$)之间的拉伸试验，缺少平面应变状态($\eta=1/\sqrt{3}$)到双向等拉应力状态($\eta=2/3$)之间的相关试验，导致平面应变状态到双向等拉应力状态之间的成形极限曲线不够精确，因此在后续的研究中，应该增加这一应力状态范围内的试样，进一步提高成形极限的预测精度。

综上所述，由解析式方程组法和积分式方程组法分别筛选出的两组断裂参数能够有效预测7075-T6高强铝板的成形极限，且预测结果偏于安全。为了让成形极限预测更为精确，拉伸试验应力状态应该尽可能涉及更为全面的应力范围。

4 结论

1) 设计7075-T6高强铝板10种缺口单向拉伸试

样，观测区涵盖纯剪切应力状态($\eta=0$)到平面应变状态($\eta=1/\sqrt{3}$)范围，并采用实验与仿真对证的方式提取应力三轴度、Lode参数与等效塑性应变历程数据；分别采用积分式方程组法、解析式方程组法和曲面拟合法求解韧性断裂准则的多组断裂参数。

2) 分析统计理论断裂应变与试验断裂应变之间的相对误差，并以此评价断裂参数的预测精度，结果表明，缺口试样组合方案选取对预测精度影响显著；积分式方程组法筛选出的方案UTS+SNS1+TNS2和解析式方程组法筛选出的方案UTS+SNS3+TNS2预测精度较好，误差均值均小于30%，而曲面拟合法由于样本数据较少预测误差较大。

3) 选取积分式方程组法、解析式方程组法和曲面拟合法求解的最优断裂参数，应用Lou-Huh 2013韧性断裂准则绘制理论成形极限图，并采用半球形刚模胀形试验验证，结果显示，由积分式和解析式方程组法预测7075-T6高强铝板破裂失稳偏于安全，这与参数求解时断裂起始点的选取偏于安全有关。

REFERENCES

- [1] 刘俊涛, 张永安, 李锡武, 李志辉, 熊柏青, 张济山. 新型7056铝合金双级时效的显微组织和性能[J]. 中国有色金属学报, 2016, 26(9): 1850-1857.
LIU Jun-tao, ZHANG Yong-an, LI Xi-wu, LI Zhi-hui, XIONG Bai-qing, ZHANG Ji-shan. Microstructure and properties of two-step aged novel 7056 aluminum alloy[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2016, 26(9): 1850-1857.
- [2] 余海燕, 王友. 5052铝合金冲压成形过程中韧性断裂的仿真研究[J]. 中国有色金属学报, 2015, 25(11): 2975-2981.
YU Hai-yan, WANG You. Bulging simulation of ductile fracture of 5052 aluminum alloy[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2015, 25(11): 2975-2981.
- [3] CAO Jun, LI Fu-guo, MA Xin-kai, SUN Zhan-kun. Study of fracture behavior for anisotropic 7050-T7451 high-strength aluminum alloy plate[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 128: 445-458.
- [4] QIAN Ling-yun, FANG Gang, ZENG Pan, WANG Qian. Experimental and numerical investigations into the ductile fracture during the forming of flat-rolled 5083-O aluminum alloy sheet[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2015, 220: 264-275.
- [5] COCKCROFT M G, LATHAM D J. Ductility and the workability of metals[J]. Journal of the Institute of Metals,

- 1968, 96(1): 33–39
- [6] RICE J R, TRACEY D M. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1969, 17(3): 201–217.
- [7] OH S I, CHEN C C, KOBAYASHI S. Ductile fracture in axisymmetric extrusion and drawing—Part 2: Workability in extrusion and drawing[J]. *Journal of Engineering for Industry*, 1977, 101(1): 36–44.
- [8] OYANE M, SATO T, OKIMOTO K, SHIMA S. Criteria for ductile fracture and their applications[J]. *Journal of Mechanical Working Technology*, 1980, 4(1): 65–81.
- [9] 刘雨桐, 袁朝龙, 吴任东, 焦 玮, 强 浩. 基于压缩试验法的 P91 韧性断裂行为研究[J]. *中国机械工程*, 2016, 27(16): 2254–2258.
- LIU Yu-tong, YUAN Chao-long, WU Ren-dong, JIAO Wei, QIANG Hao. Study on P91 alloy ductile fracture behavior based on compressing experiment[J]. *China Mechanical Engineering*, 2016, 27(16): 2254–2258.
- [10] 曹秒艳, 李建超, 苑亚宁, 赵长财, 董国疆. 基于 DEM-FEM 的 AZ31B 板材软模成形极限预测[J]. *中国有色金属学报*, 2017, 27(4): 675–683.
- CAO Miao-yan, LI Jian-Chao, YUAN Ya-ning, ZHAO Chang-cai, DONG Guo-jiang. Forming limit prediction in flexible die forming of AZ31B sheet based on combination of DEM-FEM[J]. *The Chinese Journal of Nonferrous Metals*, 2017, 27(4): 675–683.
- [11] BAO Y, WIERZBICKI T. On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2004, 46(1): 81–98.
- [12] LOU Y, HUH H, LIM S, PACK K. New ductile fracture criterion for prediction of fracture forming limit diagrams of sheet metals[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2012, 49(25): 3605–3615.
- [13] LOU Y, HUH H. Extension of a shear-controlled ductile fracture model considering the stress triaxiality and the Lode parameter[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2013, 50(2): 447–455.
- [14] WIERZBICKI T, BAO Y, LEE Y, BAI Y. Calibration and evaluation of seven fracture models[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2005, 47(4): 719–743.
- [15] LOU Y, HUH H. Prediction of ductile fracture for advanced high strength steel with a new criterion: Experiments and simulation[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2013, 213(8): 1284–1302.
- [16] 穆 磊. 面向先进高强钢的韧性断裂预测模型研究与应用[D]. 北京: 北京科技大学, 2018: 58–59.
- MU Lei. Study on a ductile fracture prediction model for advanced high strength steel and its application[D]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2018: 58–59.
- [17] ANDERSON D, BUTCHER C, PATHAK N, WORSWICK M J. Failure parameter identification and validation for a dual-phase 780 steel sheet[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2017, 124: 89–107.
- [18] MICHAEL B, OLIVER C, DANIEL A, LARISSA A, MARCILIO A. A ductile damage criterion at various stress triaxialities[J]. *International Journal of Plasticity*, 2008, 24(10): 1731–1755.
- [19] ZHUANG Xin-cun, MENG Ye-hui, ZHAO Zhen. Evaluation of prediction error resulting from using average state variables in the calibration of ductile fracture criterion[J]. *International Journal of Damage Mechanics*, 2018, 27(8): 1231–1251.
- [20] MU Lei, ZANG Yong, WANG Yuan, LI Xiao-long, STEMLER P M A. Phenomenological uncoupled ductile fracture model considering different void deformation modes for sheet metal forming[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2018, 141: 408–423.

Calculation of ductile fracture parameters and forming limit of high-strength aluminum sheet

CHEN Zhi-wei¹, ZHAO Chang-cai¹, DONG Guo-jiang², YANG Zhuo-yun¹

(1. Key Laboratory of Advanced Forging and Stamping Technology and Science, Ministry of Education, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China;

2. Hebei Key Laboratory of Special Delivery Equipment, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: In order to obtain the fracture parameters of the ductile fracture criterion in accordance with the deformation regularity of high-strength aluminum sheet, ten tensile specimens with different shapes and notches were designed, and simultaneously the integral equations method, the analytic equations method and surface fitting method were used to calculate the fracture parameters of the ductile fracture criterion. The prediction error between the theoretical fracture strain and the experimental fracture strain was analyzed to evaluate the prediction accuracy of the fracture parameters. The results show that two specimen options are respectively selected from the integral equations method and the analytical equations method have better prediction accuracy with mean error of less than 30%. The surface fitting method has large prediction error because the data of tensile specimen is less. Based on the optimal fracture parameters, calculated by the integral equations method, the analytical equations method and surface fitting method, the forming limit diagrams of AA7075-T6 sheet are drawn by Lou-Huh 2013 criterion and are verified by punch-sketch test. The verification result shows that it is safe when the integral equations method and analytic equations method were used to predict the fracture problem of AA7075-T6 sheet. This phenomenon is related to the determination of the fracture initiate point during fracture parameters calculation process.

Key word: ductile fracture criterion; fracture parameter; error analysis; 7075 aluminum alloy; forming limit diagram

Foundation item: Project(51775481) supported by the National Natural Science Foundation of China; Project (ZD2017078) supported by the Key Project of Science and Technology Plan of Hebei Higher School of Education Department, China; Project(A2016002017) supported by the Talent Engineering Project of Hebei Province, China

Received date: 2019-04-20; **Accepted date:** 2019-07-02

Corresponding author: DONG Guo-jiang; Tel: +86-13780479660; E-mail: dgj@ysu.edu.cn

(编辑 李艳红)