第 30 卷第 3 期 中国有色金属学报 2020 年 3 月
Volume 30 Number 3 The Chinese Journal of Nonferrous Metals March 2020
DOI: 10.11817/j.ysxb.1004.0609.2020-37547

旋转盘型件表面半椭圆裂纹 K_{I} 的权函数解法

李　昂[1,2]

(1. 核工业理化工程研究院 四所，天津 300180；
2. 国防科技工业核材料技术创新中心，天津 300180)

摘　要：计算半椭圆裂纹的Ⅰ型应力强度因子(K_{I})是研究含缺陷部件损伤容限、评估剩余寿命的关键技术。针对机械设备类盘型件应力分布复杂、有限元建模繁琐耗时等问题，建立一种计算高速旋转条件下复杂结构盘状部件表面半椭圆裂纹 K_{I} 的权函数方法。在一定的适用条件下，将盘型件局部小裂纹简化为平板表面裂纹。在半椭圆形状参数 $0.2\leqslant\alpha\leqslant2$、$0.05\leqslant\beta\leqslant0.6$ 的范围内，通过平板表面裂纹模型，拟合得到表面半椭圆裂纹权函数参数 M 的多元线性表达式，其中拟合值与有限元计算值的残差平方和均值为 0.00975。结合某机械设备盘型件的设计特点，研究该权函数法在不等厚及中部突起型圆盘表面径向、切向裂纹问题的适用性。经验证，权函数解与有限元结果的相对误差为−4.45%~2.80%。

关键词：应力强度因子；半椭圆裂纹；权函数；盘型件；旋转载荷

文章编号：1004-0609(2020)-03-0640-08　　**中图分类号**：O342　　**文献标志码**：A

由于材料制备的缺陷及加工损伤，叶片、轮盘等类盘型部件表面容易出现细微裂纹[1]。在高速旋转的工作条件下，裂纹会对部件的正常运行造成潜在的危害[2]。合理评定含缺陷部件的适用性，对机械设备的可靠性和经济性有着重要的意义。Ⅰ型应力强度因子(K_{I})是衡量张开型裂纹尖端附近应力状态的重要参量。而张开型裂纹在所有扩展模式中最为危险，容易诱发低应力断裂[3]。准确计算裂纹处于高速旋转载荷下的 K_{I} 是研究部件损伤容限、判断含裂纹盘型件失效原因[4]的前提条件。

在安全评定的缺陷分类中，表面半椭圆裂纹属于常见的平面缺陷类型之一[3]。对于此类缺陷，很多学者采用不同的方法研究了在不同载荷下的应力强度因子问题。SHIRATORI 等[5]利用有限元法计算出应力分别为均匀、线性、抛物线和立方分布下表面裂纹的应力强度因子。XU 和 WU[6−7]结合飞机结构中的多点损伤问题，推导了适用于共线裂纹的权函数方法，确定了共线裂纹的应力强度因子及张开位移。GLINKA 等[8]提出一种适用于相对复杂载荷条件下的权函数，并将其应用于计算半椭圆裂纹表面及深处的 K_{I}。过去的文献多是研究裂纹面受力呈均匀或是沿一维方向变化的情况。受截面形状、旋转载荷的影响，盘型件的应力分布比较复杂，裂纹面受力沿厚度、盘面方向均发生改变，这就限制了常规解析法及经验公式的应用。目前，权函数法主要用于研究裂纹表面及最深处的 K_{I}[9−10]，但当部件受力比较复杂时，裂纹的危险点不一定出现在表面及最深处，尚需评估裂纹前缘其他位置的 K_{I}。而有限元法虽然可以通过建模精确计算裂纹的应力强度因子，但是当裂纹尺寸较小时建模、划分网格极为繁琐，计算效率较低。

本文采用 GLINKA 等提出的权函数表达式[11]，计算盘型件表面半椭圆裂纹前缘不同位置处的权函数参数值。在此基础上，结合不等厚圆盘及中部突起型圆盘的应力分布，计算不同尺寸、位置处径向、切向半椭圆裂纹 K_{I} 的权函数解。最后通过有限元法对以上模型进行建模分析，求解裂纹前缘应力强度因子的有限元结果，并与权函数解进行比较，验证权函数解的准确性。

1　权函数法

权函数是一种求解在任意受载条件下，裂纹尖端

基金项目：中核集团青年英才计划菁英项目(CNNC2019YTEP-IPCE01)
收稿日期：2019-03-26；**修订日期**：2019-06-24
通信作者：李　昂，高级工程师；电话：022-58231665；E-mail：kenshin0209@sina.com

应力强度因子和裂纹面位移等断裂力学参量的高效、高精度方法[12]。利用变量分离的思路，裂纹前缘应力强度因子可以表达为应力载荷和权函数的积分式。而权函数本身仅包含裂纹体的几何特征，而与应力载荷无关。对于确定的裂纹形状，权函数可以根据均匀载荷条件和相应的应力强度因子结果反解得出。数值确定后，权函数可以用于求解裂纹体在任意载荷条件下的应力强度因子。

研究中采用的是 WANG、GLINKA 提出的通用型权函数[11]，JIN 和 WANG 曾使用该函数形式求解了平板半椭圆型裂纹表面及最深处的应力强度因子[13]。该方法的应力强度因子可以表达为

$$K(P')=\iint \sigma(x,y)\cdot m(x,y,P')\mathrm{d}S \tag{1}$$

式中：P' 为裂纹前缘的积分点位置；$\sigma(x,y)$ 为任意点 P 在非裂纹体中相同位置处对应的载荷值，$m(x,y;P')$ 为裂纹面点 P 映射到裂纹前缘点 P' 的权函数值，该二维权函数的计算表达式为

$$m(x,y;P')=\frac{\sqrt{2s}}{\pi^{3/2}\rho^2}\left\{1+\sum_{i=1}^{n}M_i(\theta,\alpha,\beta)\left[1-\frac{r(\varphi)}{R(\varphi)}\right]^i\right\} \tag{2}$$

式中：s 为点 P 至裂纹前缘的最短距离；ρ 为裂纹面点 P 至前缘点 P' 之间的距离；$r(\varphi)$、$R(\varphi)$ 分别为极坐标下极角 φ 对应的 P、Q 点至原点的距离；M_i 为对应权函数的校正系数，该校正系数只与裂纹形状参数 α、β，裂纹前缘位置点 P' 有关，表达式中各点的位置关系、参数定义如图 1 所示。

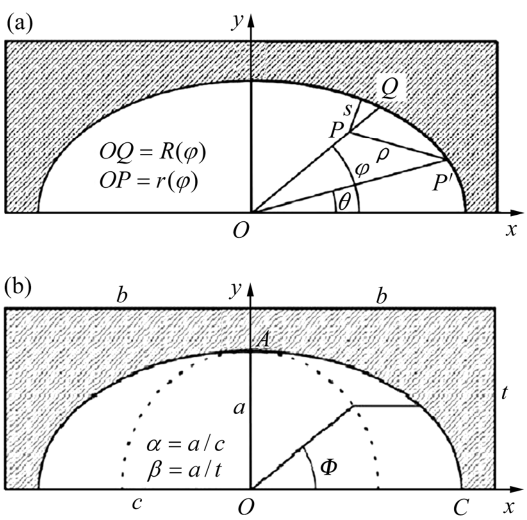

图 1　半椭圆裂纹权函数参数示意图

Fig. 1　Weight function notation for semi-ellipitical crack: (a) Relative location; (b) Shape parameters

从式(2)及图 1 可知，求解权函数 $m(x,y;P')$ 的关键在于计算校正系数 $M(\phi,\alpha,\beta)$。校正系数 $M(\phi,\alpha,\beta)$ 可以表示为裂纹形状参数 α、β 的函数：

$$M(\phi,\alpha,\beta)=\sum_{m=0}^{2}\sum_{n=0}^{4}A_{mn}\cdot\beta^m(2\phi/\pi)^n \tag{3}$$

$$A_{mn}(\alpha)=\sum_{l=0}^{6}B_{mnl}\cdot\alpha^l \tag{4}$$

通过数值积分的方法，结合回归得到的 B_{mnl}、半椭圆裂纹的几何参数及载荷值 $\sigma(x,y)$ 就可以直接计算得出指定尺寸、位置裂纹前缘的应力强度因子。

2　权函数校正系数 M 的确定

2.1　校正系数 M 的计算

在旋转载荷下，盘型件各部位主要受径向、周向应力的作用。本研究将盘型件表面半椭圆裂纹问题简化为平板裂纹单向受力问题，半椭圆裂纹体需要满足以下 4 个条件。

1) 半椭圆裂纹在盘型件表面的长度 $2c$ 较小，一般要求 $\arctan(c/r_{\rm c})\leqslant 20°$，其中 $r_{\rm c}$ 代表裂纹中心至盘型件旋转轴的距离。

2) 半椭圆裂纹所在区域的厚度变化不超过 10%。

3) 考虑到边界效应的影响，半椭圆裂纹中心至盘型件边界的距离应不小于 $5c$(5 倍的裂纹半长)。

4) 沿裂纹平面方向上的载荷对裂纹前缘 $K_{\rm I}$ 不产生影响。

结合材料制备及加工的实际情况，盘型件表面裂纹一般不超过 5 mm。研究中仅考虑 $\arctan(c/r_{\rm c})\leqslant 20°$、盘厚变化不超过 10%、裂纹中心至边缘的距离大于 $5c$ 的情况，对裂纹体主要进行线弹性分析。对于线弹性材料，裂纹前缘 $K_{\rm I}$ 与沿裂纹面方向的载荷无关。

由于权函数中校正系数 M 只与裂纹体的几何参数有关，与所受载荷无关，采用有限元法计算在均匀载荷的条件下不同形状的半椭圆裂纹前缘的应力强度因子，有限元结果代入到相应公式中求解校正系数 $M(\phi,\alpha,\beta)$，其中选择的权函数表达式[11]为

$$m(x,y;P')=\frac{\sqrt{2s}}{\pi^{3/2}\rho^2}\left\{1+M(\phi,\alpha,\beta)\left[1-\frac{r(\varphi)}{R(\varphi)}\right]\right\} \tag{5}$$

其中裂纹前缘角 φ 的表征方法参见图 1(b)。

参照图 2，利用 Abaqus 6.14 有限元软件建立平板表面半椭圆裂纹模型，其中平板尺寸设置为 w/c=5，w/b=1，β=0.05、0.1、0.2、0.4、0.6，α =0.2、0.4、0.6、0.8、1.0、1.5、2.0，材料的弹性模量 E 和泊松比分别

取 70 GPa 和 0.3。模型采用 C3D20R 单元进行划分。考虑到裂尖的奇异性，在裂纹尖端处选用 1/4 节点奇异单元。为了准确地模拟裂纹端部三维应力场，需要加密裂纹尖端处的有限元网格：沿裂纹前缘线应设置不低于 25 层单元；垂直于裂纹前缘线方向，共设置 12 层单元，且单元的角增量均为 15°，靠近裂纹尖端的第一圈单元尺寸不大于 0.02c。经计算[14]，应力强度因子的有限元结果与 Newman-Raju 公式解[15]的相对误差较小，处于−2.57%~5.99%的范围内。

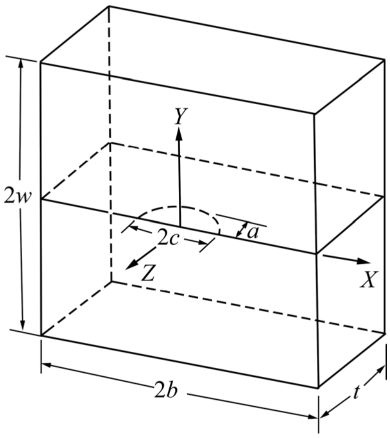

图 2 平板表面裂纹模型示意图

Fig. 2 A model of surface crack on finite thickness plate

将校正系数 M 的有限元解代入式(3)、(4)，采用多元线性拟合法确定了校正系数 M 的多元线性表达式，其中线性拟合度为 0.9971，拟合值与有限元值的残差平方和均值为 0.00975。图 3 所示为在裂纹形状参数 β=0.05、0.6 的条件下校正系数 M 的有限元解与拟合式计算结果的对比。从图 3 中可以看出，在均匀载荷分布的情况下，拟合式计算结果与有限元解吻合程度良好，相对误差绝对值的均值为 4.53%。计算结果显示，校正系数 M 随裂纹前缘角 Φ 增加而减小。当裂纹形状参数 β 增大时，校正系数 M 逐渐增加，在裂纹深度与半长的比值 α 较小的情况下，校正系数 M 的增加趋势较为显著。

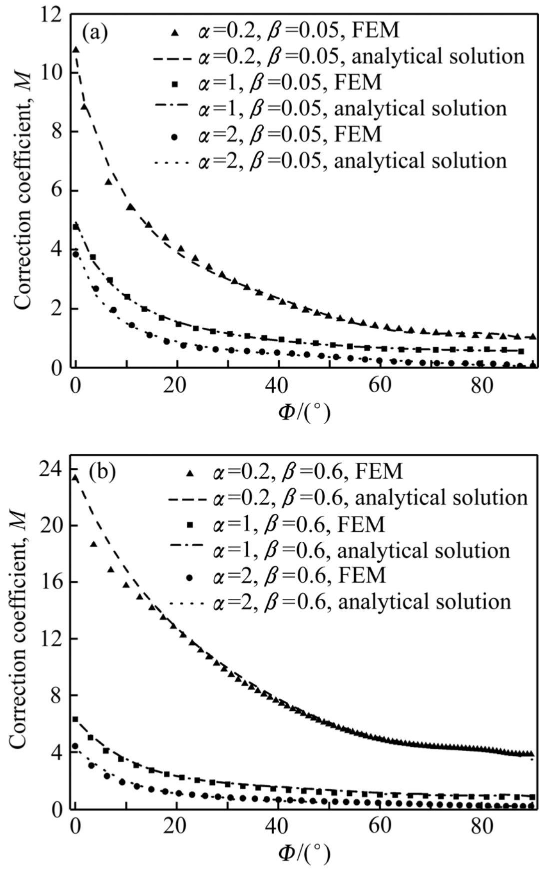

图 3 等厚平板表面裂纹校正系数 M 有限元解与解析解的对比

Fig. 3 Comparison of fitted coefficients M and FEM solutions of surface semi-elliptical cracks on finite thickness plate: (a) β=0.05; (b) β=0.6

2.2 校正系数 M 的验证

在求解盘型件表面半椭圆裂纹的 K_{I} 前，还需验证将盘型件表面裂纹简化为平板裂纹的准确性。参照图 4，分别建立等厚、不等厚扇形盘表面半椭圆裂纹的有限元模型。两种模型的裂纹半长 c 对应的圆心角 arctan(c/r_{c})均小于 20°，裂纹中心沿径向、周向至板边缘的距离均为 5c。在等厚扇形盘模型中，裂纹沿盘面切向。在不等厚扇形盘模型中，盘中心厚度为 1.1t，

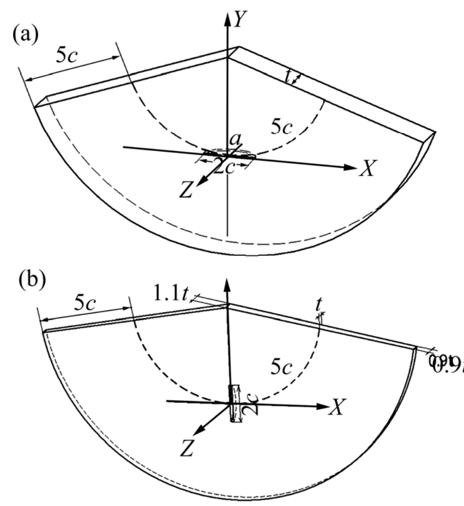

图 4 不同形状扇形盘表面裂纹验证模型示意图

Fig. 4 Different models of tangential surface crack on sector disks with uniform thickness: (a) Tangential crack on disk with uniform thickness; (b) Radial crack on disk with non-uniform thickness

盘边缘厚度为 0.9*t*，盘厚度随半径线性变化，裂纹所在区域的盘厚变化为 10%，裂纹沿盘面径向。在裂纹面施加均匀的张开载荷。其他设置与平板裂纹建模求解过程相同。结合 K_I 的计算结果，积分得到扇形盘表面裂纹的校正系数 $M(\phi,\alpha,\beta)$，与多元线性表达式的拟合结果进行比较。

由于图 4(a)有限元模型关于 *YOZ* 平面对称，切向裂纹前缘的校正系数关于 φ=90°(裂纹最深处)对称。在图 5 中仅列出不同形状参数下半椭圆裂纹前缘 φ=0°~90°的有限元及拟合的对比结果。从图 5、图 6 中的数据可以得知，虽然将盘型件局部小裂纹简化为平板表面裂纹，但是校正系数拟合值与有限元计算值的最大相对偏差不超过 6.97%。回归得到的 将用于计算在 0.2≤ α ≤2、0.05≤β≤0.6 范围内盘型件表面其他半椭圆形状的裂纹校正系数。

3　裂纹 K_I 的权函数解

3.1　不同形状圆盘的应力分布

图 7 所示为含切向、径向半椭圆裂纹的不同形状圆盘尺寸模型。所用圆盘材料为铝合金，材料密度为 ρ=2700 kg/m^3，弹性模量为 70 GPa，泊松比 ν 为 0.3。图 7(a)所示为不等厚圆盘，中心厚度 h_0 为 1.4 mm，边缘厚度 h_1 为 1.0 mm，半径 r_1 为 60 mm，圆盘厚度 $h(r)$ 随半径 *r* 线性变化；图 7(b)所示为中部突起型圆盘，直径为 60 mm，沿盘面半径方向 10~30 mm 的环形区域倾斜 10°，各处均厚，厚度为 1 mm。不同形状圆盘绕中心轴顺时针匀速旋转，转速均为 1.5w_0。

在匀速旋转的过程中，不等厚圆盘任意截面均承

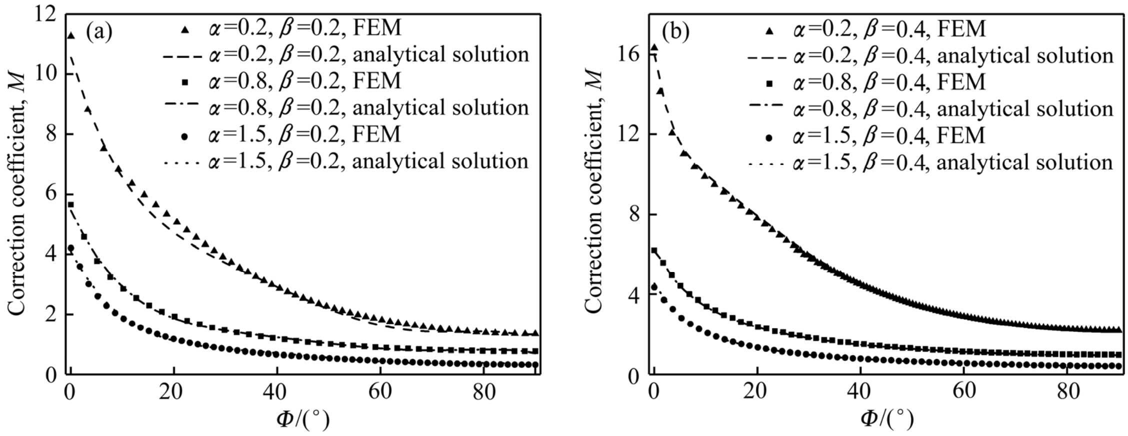

图 5　等厚扇形盘表面裂纹校正系数 *M* 拟合结果与有限元解的对比

Fig. 5　Comparison of fitted coefficients *M* with FEM solutions of surface semi-elliptical cracks on sector disks with uniform thickness: (a) β=0.2; (b) β=0.4

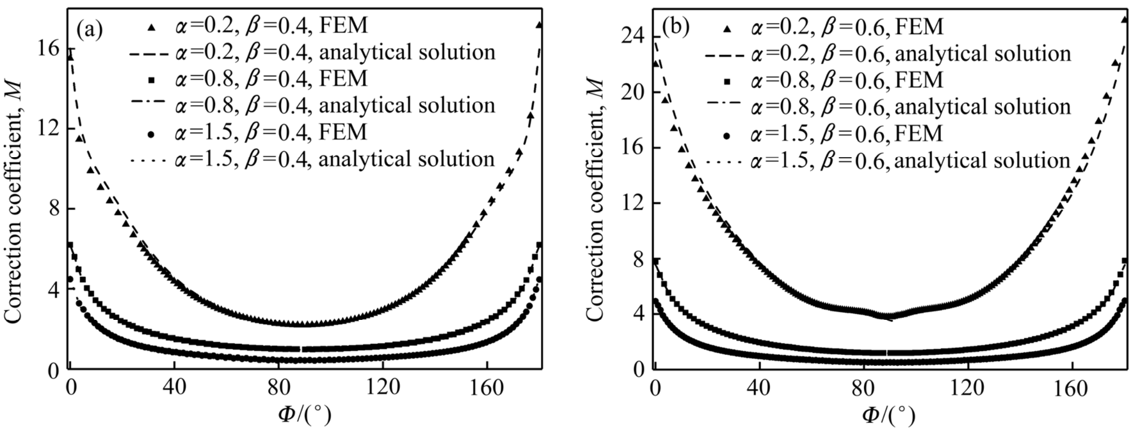

图 6　不等厚扇形盘表面裂纹校正系数 *M* 拟合结果与有限元解的对比

Fig. 6　Comparison of fitted coefficients *M* with FEM solutions of surface semi- elliptical cracks on sector disks with non-uniform thickness: (a) β=0.4; (b) β=0.6

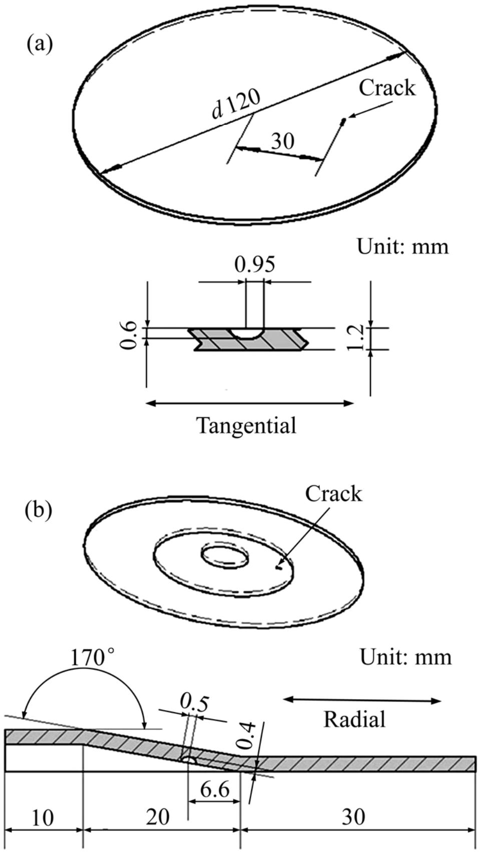

图 7 不同形状圆盘表面半椭圆切向、径向裂纹的尺寸位置图

Fig. 7 Dimension figures of surface cracks on rotating disks: (a) Tangential crack on disk with central bulge; (b) Radial crack on disk with non-uniform thickness

受周向、径向应力载荷，设应力函数 $\varphi(r)=h(r)r\sigma$，则 $h(r)\sigma_\theta=\mathrm{d}\varphi(r)/\mathrm{d}r+h(r)\rho\omega^2r^2$，其中 σ_r、σ_θ 分别为径向、周向应力。应力函数 $\varphi(r)$ 应满足如下方程[16]：

$$r^2\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}r^2}+r\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}r}-\varphi+(3+\nu)\rho\omega^2hr^3-\frac{r}{h}\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}r}-\nu\varphi\right)=0 \tag{6}$$

代入图 7 中的实际尺寸、圆盘材料属性及边界条件 $\varphi(0)=0$、$\varphi(60)=0$，径向、周向应力的计算结果如图 8(a)所示。由于中部突起圆盘的形状相对复杂，采用有限元法计算圆盘径向裂纹附近的周向应力分布，并对不等厚圆盘的应力分布进行验证。从图 8 的结果中可以看出，对于不等厚圆盘，两种不同方法计算所得结果较为接近，相对误差小于 1%。由于受旋转载荷，图 8(b)中部突起圆盘径向裂纹面所承受的周向应力沿半径、厚度等两个方向上均发生改变，应力分布较为复杂，无法采用经验公式或简单形式(如线性、抛物线)载荷叠加的方法[5]求解裂纹前缘的 K_I。

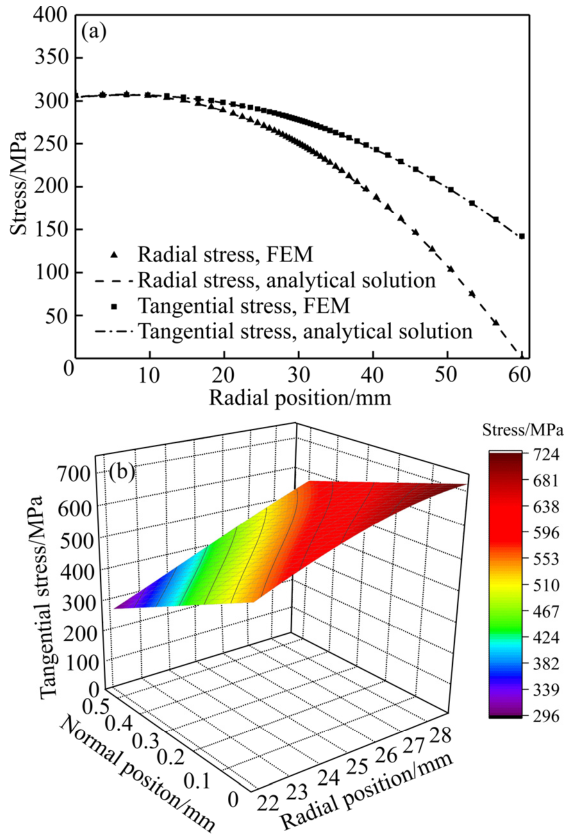

图 8 不同形状圆盘的径向、周向应力分布图

Fig. 8 Stress distribution in vicinity of surface cracks on rotating disks: (a) Rotating disk with non-uniform thickness; (b) Rotating disk with central bulge

3.2 裂纹 K_I 的权函数解及有限元验证

结合图 7 中的实际尺寸，计算得到了切向、径向半椭圆裂纹的校正系数 $M(\phi,\alpha,\beta)$，如图 9 所示。提取图 8 中裂纹对应位置附近的应力分布，按照积分公式(1)、(5)计算裂纹前缘的 K_I。

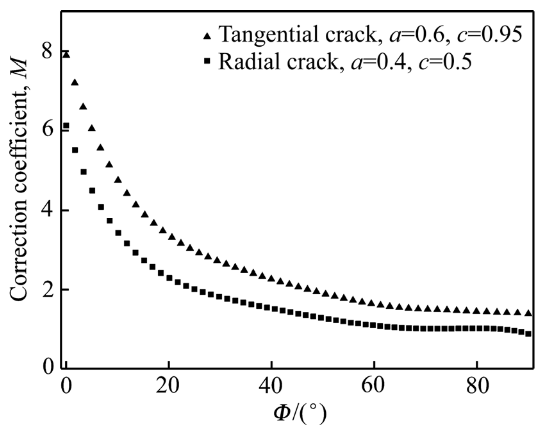

图 9 旋转圆盘表面裂纹前缘校正系数 M 的分布

Fig. 9 Distribution of correction coefficients M of surface semi-elliptical cracks on rotating disks

为了检验权函数解的准确性，对含表面半椭圆裂纹的不等厚圆盘建立有限元模型并计算裂纹前缘的 K_{I}。根据圣维南定理，小裂纹的存在不会对远离裂纹区域的应力分布造成影响。考虑到裂纹体的对称性，选取圆盘的 1/4 建立模型。在整个模型上施加旋转载荷，相应边界面添加对称条件。采用 C3D20R 实体单元进行划分(见图 10)，每个模型的网格数量不低于 90000。

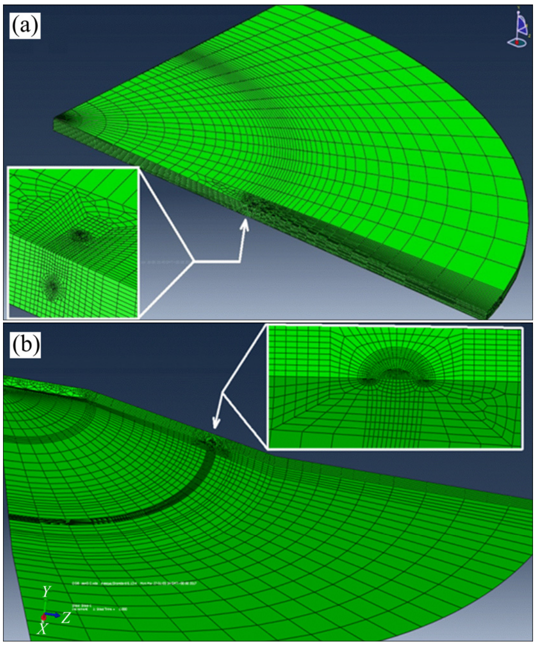

图 10　含表面半椭圆裂纹的圆盘有限元模型图

Fig.10　Finite element models of rotating disks with surface semi-elliptical cracks: (a) Tangential crack; (b) Radial crack

图 11 对比了不同形状圆盘表面径向、切向半椭圆裂纹 K_{I} 的权函数解及有限元解。对于切向裂纹，除表面位置的相对误差略大(−4.43%)，裂纹其他位置 K_{I} 的权函数结果与有限元结果的误差处于 0.71%~2.80%。裂纹 K_{I} 的权函数解在靠近表面 20°附近位置达到最小值 279.6 MPa·mm$^{1/2}$，与有限元结果的误差为 0.72%，在裂纹最深处达到 K_{I} 的最大值 311.39 MPa·mm$^{1/2}$，与有限元结果的误差为 1.46%。

由于中部突起圆盘的倾斜面在旋转的过程中会逐渐趋平，位于斜面下方的裂纹在旋转过程中将承受较大的扩展驱动力，K_{I} 的权函数解为 413.3~533.9 MPa·mm$^{1/2}$，与有限元结果的相对误差为−4.45%~2.71%，在靠近圆盘拐角、距表面 3°附近位置处达到最大值，如图 11 所示。以上结果说明，本研究建立的权函数法对于不同的裂纹形状及载荷情况均能获得较高精度的计算结果。

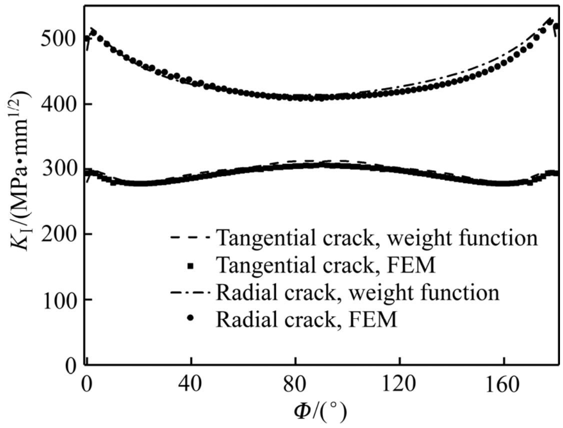

图 11　旋转圆盘表面裂纹 K_{I} 权函数解与有限元结果的对比

Fig. 11　Comparison of K_{I} FEM results and weight function solutions of surface semi-elliptical cracks on rotating disks

4　结论

1) 在半椭圆形状参数 $0.2\leqslant\alpha\leqslant2$、$0.05\leqslant\beta\leqslant0.6$ 的范围内，利用平板表面裂纹模型，确定了用于计算半椭圆裂纹权函数中校正系数 M 的多元线性拟合表达式，其中拟合度为 0.9971，拟合值与有限元计算值的残差平方和均值为 0.00975。

2) 在一定的适用条件下，将圆盘件局部小裂纹问题简化为平板表面裂纹问题。经有限元验证，校正系数 M 的拟合值与盘表面裂纹模型计算值的最大相对偏差不超过 6.97%。

3) 结合权函数及应力分布结果，建立了一种计算在复杂应力条件下盘型件表面半椭圆裂纹 K_{I} 的权函数方法。通过算例，求解出高速旋转条件下不等厚及中部突起型圆盘表面径向、切向半椭圆裂纹的 K_{I}。结果表明，权函数解与有限元解的相对误差为−4.45%~2.80%。

REFERENCES

[1]　FAN J L, GUO X L, WU C W, ZHAO Y G, GUO Q. Stress assessment and fatigue behavior evaluation of components with defects based on the finite element method and lock-in thermography[J]. Archive Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C Journal of Mechanical Engineering Science, 2014, 229(7): 353−358.

[2]　宋　凯, 刘堂先, 李来平, 危　荃, 涂　俊. 航空发动机涡轮叶片裂纹的阵列涡流检测仿真[J]. 航空学报, 2014,

35(8): 2355−2363.
SONG Kai, LIU Tang-xian, LI Lai-ping, WEI Quan, TU Jun. Simulation on aero-engine turbine blade cracks detection based on eddy current array[J]. Acta Aeronauticaet Astronautica Sinica, 2014, 35(8): 2355−2363

[3] 李庆芬, 胡胜海, 朱世范. 断裂力学及其工程应用[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2004: 5−6.
LI Qing-fen, HU Sheng-hai, ZHU Shi-fan. Fracture mechanics[M]. Harbin: Harbin Engineering University Press, 2004: 5−6.

[4] MARCOS A, ALEJANDRO A, JUAN E. Failure assessment diagram in structural integrity analysis of steam generator tubes[J]. Procedia Materials Science, 2015, 8: 128−138.

[5] SHIRATORI M, MIYOSHI T, TANIKAWA K. Analysis of stress intensity factors for surface cracks subject to arbitrarily distributed surface stresses.[J]. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, 1985, 51(467): 1828−1835.

[6] XU W, WU X R. Weight function and strip yield solution for two equal-length collinear cracks in an infinite sheet[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2011, 78(11): 2356−2368.

[7] XU W, WU X R. Weight functions and strip-yield model analysis for three collinear cracks[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2012, 85(5): 73−87.

[8] GLINKA G, SHEN G. Universal features of weight functions for cracks in mode Ⅰ[J]. Engineering Fracture Mechanics，1991(40): 1135−1146.

[9] 贾　旭, 胡绪腾, 宋迎东. 三维矩形板 1/4 椭圆角裂纹的通用权函数[J]. 航空动力学报. 2015, 30(10): 2357−2367.
JIA Xu, HU Xu-teng, SONG Ying-dong. General weight functions for corner quarter-elliptical crack in three dimensional rectangular plate[J]. Journal of Aerospace Power. 2015, 30(10): 2357−2367.

[10] 丁华锋, 朱才朝, 李大峰, 杜雪松, 刘明勇. 考虑淬火残余应力铝合金厚板中椭圆裂纹Ⅰ型强度因子计算[J]. 中国有色金属学报, 2012, 22(12): 3320−3326.
DING Hua-feng, ZHU Cai-chao, LI Da-feng, DU Xue-song, LIU Ming-yong. Mode Ⅰ stress intensity factor calculation of elliptical cracks in aluminum alloy thick plates considering quenching residual stress[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2012, 22(12): 3320−3326.

[11] WANG X, GLINKA G. Determination of approximate point load weight functions for embedded semi-elliptical cracks[J]. International Journal of Fatigue, 2009, 31: 1816−1827.

[12] WU XR, CARLSSON A J. Weight functions and stress intensity factors solutions[M]. Oxford: Pergamon Press, 1991.

[13] JIN Z, WANG X. Point load weight functions for semi-elliptical cracks in finite thickness plate[J]. Journal of ASTM International, 2011, 2(9): 1−14.

[14] 李　昂. 有限大平板表面半椭圆型裂纹应力强度因子的数值研究[R]. 天津: 核工业理化工程研究院, 2016.
LI Ang. Numerical analysis of stress intensity factor for semi-elliptical cracks in finite thickness plate[R]. Tianjin: Institute of Physical and Chemical Engineering of Nuclear Industry, 2016.

[15] NEWMAN J C, RAJU I S. Stress intensity factor equations for cracks in three dimensional finite bodies subjected to tension and bending loads[R]. Hampton, Virginia: NASA Langley Research Center, 1984.

[16] 徐秉业, 刘信声. 应用弹塑性力学[M].北京: 清华大学出版社, 1995: 258−261.
XU Bing-ye, LIU Xin-sheng. Applied elastoplastic mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Press,1995: 258−261.

A weight function method for mode Ⅰ stress intensity factor calculation of surface semi-elliptical cracks in disk-shaped part under centrifugal load

LI Ang[1, 2]

(1. Institute of Physical and Chemical Engineering of Nuclear industry, Tianjin 300180, China;

2. Innovation Center of Nuclear Materials for National Defense Industry, Tianjin 300180, China)

Abstract: The assessment of mode Ⅰ stress intensity factors (K_{I}) is a crucial step to calculate the damage tolerance and evaluate the residual life of structures with defects. Solving the problem of time consuming in finite element modeling, general weight function is developed to calculate K_{I} of surface cracks on the rotating disk-shaped part with complex structure. A cracked finite plate model based on some hypothesis was presented to describe the fracture performance for small semi-elliptical cracks on surface of disk-shaped part. Within the range of α from 0.2 to 2, β from 0.05 to 0.6, correction coefficients of surface semi-elliptical cracks on finite plate of aluminium alloy were fitted by multiple linear regression, which was applied to calculate the weight function of cracked disk-shaped part. The average squared residual of FEM and analytical solutions is 0.00975. Based on calculated stress distribution of certain parts, weight function method was used to obtain K_{I} factors of surface semi-elliptical cracks on rotating disks with non-uniform thickness and central bulge, whose feature is similar with that in special purpose equipment. The comparison between the results obtained from proposed weight function method and numerical solutions by FEM is presented, the relative error is from −4.45% to 2.80%.

Key words: stress intensity factor; semi-elliptical crack; weight function; disk-shaped part; centrifugal load

---

Foundation item: Project(CNNC2019YTEP-IPCE01) supported by the Elite Project for Young Talents of China National Nuclear Corporation, China

Received date: 2019-03-26; **Accepted date:** 2019-06-24

Corresponding author: LI Ang; Tel: +86-22-58231665; E-mail: kenshin0209@sina.com

(编辑　王　超)