



基于压痕响应各向异性板料的硬化指数

惠 钰, 吴建军, 王明智, 展学鹏, 樊 赫

(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 正确识别各向异性材料力学性能中的应变硬化指数是金属成形模拟分析的重要部分。针对各向异性材料, 讨论了单一方向的应变硬化指数对复杂应力问题求解的局限性, 提出了一种基于扩展孔洞模型计算等效应变硬化指数的新方法。基于该方法, 以 TC1M 钛合金板为研究对象, 结合数值分析推导出载荷-接触半径曲线斜率变化比与等效应变硬化指数的关系式。通过对比和分析单一硬化指数和等效硬化指数对有限元模拟结果中材料应力应变关系的影响, 验证了球形压痕法所得等效应变硬化指数对复杂应力问题的适用性。

关键词: 各向异性板料; 应变硬化指数; 球形压痕; 复杂应力

文章编号: 1004-0609(2018)-04-0685-08

中图分类号: TG301

文献标志码: A

随着现代航空制造业的发展, 各向异性板料(如钛合金板料)在飞机生产中的应用日益广泛^[1-2]。传统加工过程的工艺分析方法已经不能满足航空发展的需要。计算机技术的飞速发展, 使得数值模拟技术在金属板料成形中得到广泛应用^[3-8]。

在经典塑性理论中常用到 MISES^[9]屈服准则和 TRESCA^[10]屈服准则, 这两个屈服准则只适用于各向同性材料^[11]。对于各向异性塑性行为的描述, 学者们提出了多种各向异性屈服准则。1948 年, HILL^[12]首次将各向异性系数引入屈服准则, 提出了 Hill48 屈服准则。由于该准则具有良好的理论基础, 且计算简单, 从而被广泛用于板料平面各向异性的描述和板料成形的有限元数值模拟^[13]。在此之后, HILL^[14-16]又分别提出了 Hill79、Hill90 和 Hill93 等一系列屈服准则。BARLAT 等^[17-21]先后又提出了多个各向异性屈服准则, 如 Barlat(YLD89), Barlat(YLD91), Barlat(YLD96), Barlat(YLD2000-2d) 和 Barlat(YLD2004-18p)。与 Hill48 屈服准则相比, 这些屈服准则参数求解复杂, 尚未得到广泛的应用^[22]。

在 Hill48 准则进行有限元模拟时, 需要根据材料性能的实验数据来确定材料塑性参数。目前, 普遍采用的是选取材料任意一个方向作为参考方向, 输入该方向的应力应变曲线, 计算相应的各向异性参数, 再进行有限元计算^[23-24]。然而, 选取的参考方向不同,

所得到的计算结果也不相同。针对复杂应力问题应当选取哪个方向为参考方向, 目前相关研究较少。

在各向异性板料成形有限元模拟过程中, 对于分析单向应力状态问题, 通过输入该方向所得应力应变曲线可获得较准确的仿真结果。而在分析复杂应力问题, 因为选择参考方向的随意性, 可能造成计算结果的较大偏差。因此, 在分析复杂应力问题时, 需要寻求一种合适的解决方法, 以减少参考方向选择随意性所引起的计算偏差。

本文作者基于扩展孔洞模型, 结合 ABAQUS 有限元数值模拟, 建立一种通过载荷-接触半径曲线斜率变化确定等效应变硬化指数的方法, 为各向异性板料成形问题的准确有限元模拟提供一种较好的解决办法。

1 基于孔洞模型理论的等效应变硬化指数计算

1970 年, JOHNSON^[25]提出了一种经典的扩展孔洞模型(ECM), 推导出压痕底部应力应变分布变形规律, 将压痕底部变形区分为 3 个部分: 1) 接触半径为 a 的半圆形区域为静水压力 p_1 的作用区域; 2) 从接触半径 a 到半径为 c 的弧形带区域为塑性区域; 3) 接触半径大于 c 的区域为弹性区域。压头与试件接触表面

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51675431)

收稿日期: 2017-03-03; 修订日期: 2017-09-26

通信作者: 吴建军, 教授, 博士; 电话: 029-88493101; E-mail: wujj@nwpu.edu.cn

的平均压力为 p_m , r 为到压痕中心的距离, $r=a$ 时所在的圆弧为静水压力区与塑性区的边界, $r=c$ 时所在的圆弧为塑性区与弹性区的边界^[26]。1985年, JOHNSON^[26]将压头与试件接触表面的平均压力 p_m 与静水压力 p_i 之间的关系表示为

$$p_m = p_i + \frac{2}{3}\sigma_y \quad (1)$$

式中: σ_y 为屈服应力。

图 1 所示为基于扩展孔洞模型下应力区域分布图。其中, x 与 y 表示材料平面方向, z 为加载载荷方向。

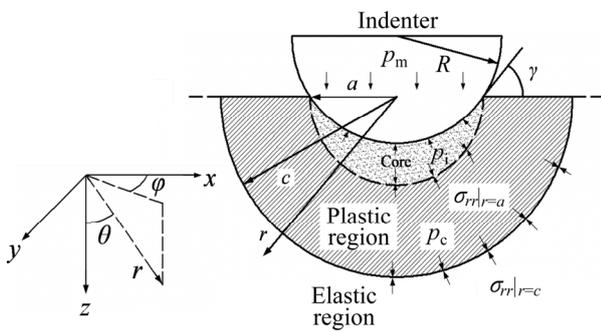


图 1 扩展孔洞模型示意图

Fig. 1 Stress field in spherical indentation with expanding cavity model

然而, 这种经典的孔洞模型虽然简单, 但未考虑到材料的硬化效应, 仅适用于分析理想塑性材料。2006年, GAO^[27]基于传统扩展孔洞对服从 Holloman 硬化的材料进行研究。对于服从 Holloman 硬化的材料, 应力应变关系如下:

$$\sigma_t = E\varepsilon_t \quad (\varepsilon \leq \varepsilon_y) \quad (2)$$

$$\sigma_t = K\varepsilon_t^n \quad (\varepsilon \geq \varepsilon_y) \quad (3)$$

式中: σ_t 为流动应力; E 为弹性模量; ε_t 为流动应变; n 为应变硬化指数; K 为强度系数:

$$K = \left(\frac{E}{\sigma_y}\right)^n \cdot \sigma_y \quad (4)$$

式中: σ_y 为屈服应力, 由单向拉伸试验确定。

GAO^[27]推导出孔洞模型中径向应变和径向应力:

$$\sigma_{rr} = -2\frac{\sigma_y}{3} \left[1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{4} \frac{E}{\sigma_y} \frac{a}{R}\right)^n \right] \quad (5)$$

$$\varepsilon_{rr} = -\frac{1}{4} \frac{a^3}{R r^3} \quad (6)$$

式中: σ_{rr} 为径向应力; ε_{rr} 为径向应变; R 为球形压头半径; a 为球形压头与试件的接触半径。

2013年, KANG等^[28]在 JOHNSON^[26]研究基础上, 考虑静水区在压痕加载过程中的强化效应, 引入了比例因子 k , 从而提出了一种能够描述应变硬化的扩展孔洞模型。对于服从硬化准则的材料静水压力 p_i 与平均接触应力 p_m 关系表示为

$$p_m = p_i + k\sigma_t \quad (7)$$

对于比例因子 k 的计算: KANG等^[28]对 13 种材料(Al6061、Al7075、S45C、SK4、SKS3、SUJ2、API X100、STS303F、STS316L、STS403、STS420J2、Ti-6Al-4V、Ti-7Al-4Mo)进行压痕实验得到 p_m 和 p_i ; σ_t 为材料单向拉伸时式(2)、(3)所对应的流动应力值; 通过上述数据用式(7)即可得到比例因子 k , 进而通过曲线拟合可得出比例因子 k 与应变硬化指数 n 的关系为^[28]

$$k = 0.5098 + 0.0048 \exp\left(\frac{n}{0.0598}\right) \quad (8)$$

在仅考虑屈服应力 σ_y 对静水压力 p_i 的影响, $r=a$ 时的静水压力区边界压力以及其应变为

$$p_i = -\sigma_{rr} |_{r=a} = 2\frac{\sigma_y}{3} \left[1 - \frac{1}{n} + \left(\frac{1}{4} \frac{E}{\sigma_y} \frac{a}{R}\right)^n \right] \quad (9)$$

$$\varepsilon_{rr} |_{r=a} = -\frac{\sigma_y}{E} \frac{c^3}{a^3} = -\frac{1}{4} \frac{a}{R} \quad (10)$$

由平均接触应力的定义可得到

$$L = p_m \cdot A \quad (11)$$

式中: L 为压痕实验时施加在刚性压头上的载荷; A 为压痕实验时压头与试件的接触面积, 可以用接触半径 a 表示为

$$A = \pi a^2 \quad (12)$$

由式(3)、(10)、(11)和(12)可得

$$L = \frac{2\sigma_y}{3} \pi \left(1 - \frac{1}{n}\right) a^2 + \pi \sigma_y \cdot \left(\frac{2}{3n} + k\right) \cdot \left(\frac{1}{4R} \frac{E}{\sigma_y}\right)^n a^{n+2} \quad (13)$$

则

$$\frac{dL}{da} = 2\Pi_1 a + (2+n)\Pi_2 \Pi_3 a^{n+1} \quad (14)$$

其中

$$\Pi_1 = \frac{2}{3} \sigma_y \pi \left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad (15a)$$

$$\Pi_2 = \pi \left(\frac{1}{4R} \frac{E}{\sigma_y}\right)^n \sigma_y \quad (15b)$$

$$\Pi_3 = \frac{2}{3n} + k \quad (15c)$$

由于应变硬化指数的本质拉伸曲线硬化斜率的增量, 因此它与压痕载荷曲线的斜率变化密切相关。选取载荷曲线上两个接触半径 a_1 和 a_2 , 将该接触半径所对应的载荷-接触半径曲线的斜率之比 p_s 表示为

$$p_s = \left(\frac{dL}{da} \Big|_{a_2} \right) / \left(\frac{dL}{da} \Big|_{a_1} \right) \quad (16)$$

由于钛合金板料具有较强的面内各向异性特性, 所以选用为 TC1M 板料为研究试样, 板料的材料参数如表 1 所列, 其中, $\sigma_{0.2}$ 、 r 、 n 、 K 分别为屈服应力、厚向异性指数、应变硬化指数、强度系数。

表 1 TC1M 材料板料的单向拉伸性能^[29]

Table 1 Uniaxial mechanical properties of TC1M sheet^[29]

Direction/(°)	$\sigma_{0.2}$ /MPa	r	n	K /MPa
0	605	1.22	0.118	1123
22.5	577	1.66	0.103	986
45	583	2.20	0.078	854
67.5	658	2.20	0.062	864
90	740	1.78	0.060	965

由表 1 可以看出, TC1M 板料各方向屈服应力范围在 500~800 MPa 之间。当 $E=100$ GPa 时, 应变范围为 0.005~0.008。取压头半径 $R=250 \mu\text{m}$, 两个接触半径: $a_1=150 \mu\text{m}$, $a_2=200 \mu\text{m}$ 。根据式(13)、(14)和(16)可得, 当弹性模量 E 和压头半径 R 一定时, 选取固定的接触半径 a_1 和 a_2 , 则斜率比 p_s 与应变和应变硬化指数 n 关系如图 2 所示。

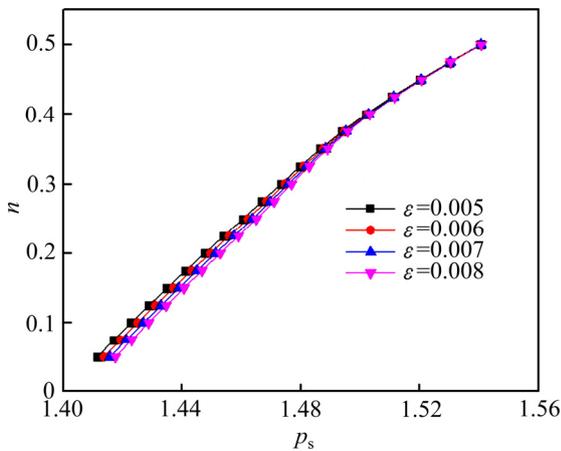


图 2 应变硬化指数与加载斜率的关系曲线
Fig. 2 Relationship between loading slope and strain-hardening exponent

由图 2 可以看出, 不同应变对斜率比 p_s 的影响几乎可以忽略。在此不考虑不同应变对应变硬化指数 n 的影响, 该斜率比与材料的硬化特性主要相关。对图 2 中数据曲线用一元三次多项式进行拟合, 得到

$$\bar{n} = 143.55262 - 311.52886 p_s + 222.31724 p_s^2 - 52.17252 p_s^3 \quad (17)$$

由于大多数弹塑性金属材料的应变硬化指数取值范围在(0, 0.5)区间内, 所以对于式(17), 仅考虑斜率比 p_s 取值范围为(1.41138, 1.54074)。

为了简化各向异性材料分析模型, 将面内异性材料压痕底部的区域平均地分为 3 部分, 分别按照 0°(轧制方向)、45°(对角方向)、90°(横纹方向)所对应的力学参数计算, 示意图如图 3 所示。

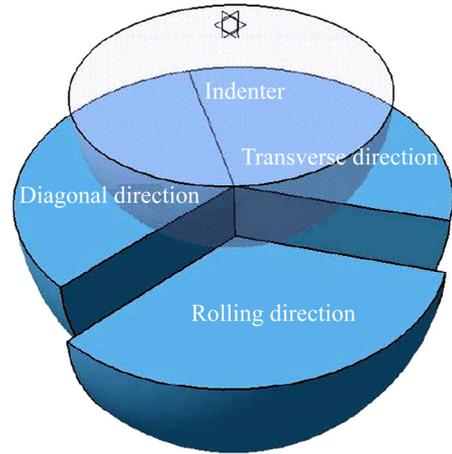


图 3 压痕底部分块示意图
Fig. 3 Partition map of specimen under indenter

根据简化模型, 式(12)可改写为

$$A^j = \frac{1}{3} \pi a^2 \quad (18)$$

$$L = \sum_{j=1,2,3} p_m^j \cdot \frac{1}{3} \pi a^2 \quad (19)$$

其中 $j=1, 2, 3$ 分别表示轧制方向、对角方向以及横纹方向的材料参数。

根据式(18), TC1M 板料压头载荷和接触半径关系如图 4 所示。根据图 4 获取接触半径 $a_2=200 \mu\text{m}$ 和 $a_1=150 \mu\text{m}$ 时曲线的斜率, 根据式(16)计算斜率比 p_s 。

根据式(16)计算可得载荷-接触半径曲线的斜率比 $p_s=1.422$, 进而由式(17)计算得到等效应变硬化指数 $\bar{n} = 0.0877$ 。

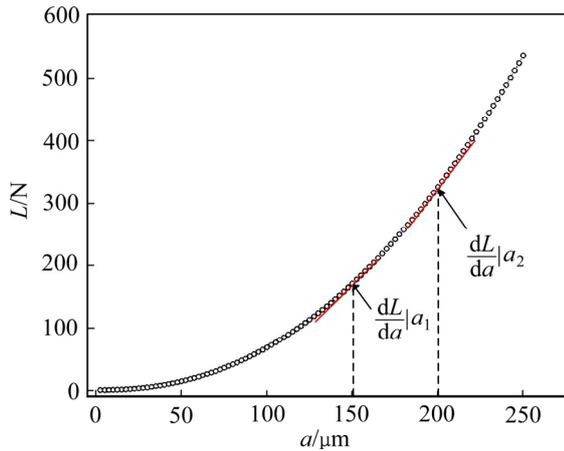


图4 压头载荷与接触半径的关系

Fig. 4 Relationship between contact radius and indentation load

2 应变硬化指数的应用

采用通用商业有限元软件 ABAQUS 进行有限元仿真实验, 其中 ABAQUS®商用有限元软件, 由于其强大的非线性力学分析能力, 已经越来越多地得到工程应用。而在现有的 ABAQUS®软件中, 针对各向异性材料的屈服准则, 主要有 Hill48^[12]屈服准则。有限元模型建立如图 5 所示。

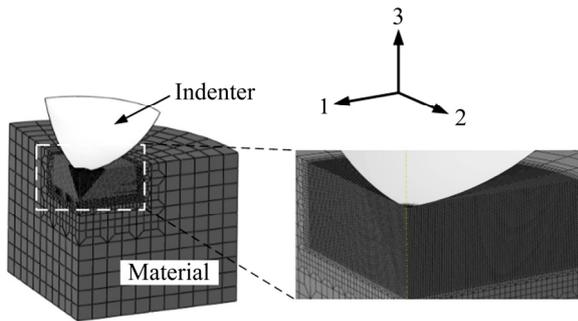


图5 压痕仿真实验中使用的有限元模型示意图

Fig. 5 Schematic diagram of finite element model used in indentation simulation

采用 Hill48 各向异性来描述材料的各向异性, 其中 R_{11} 、 R_{22} 、 R_{33} 、 R_{13} 、 R_{12} 、 R_{23} 为材料 6 个方向上的比值。定义 R_{11} 方向为 x (轧制方向), R_{22} 方向为 y (横纹方向), R_{33} 方向为 z (厚度方向), 定义压头与试件的接触摩擦因数为 $f=0.15$, 压痕深度为 $h_t=0.01$ mm。

在 ABAQUS 中, 材料属性设置输入应力应变点对时, 选取轧制方向为参考方向, 硬化指数选择有以下两种方式。

1) 单向硬化指数计算

对于各向异性材料有限元模拟, 通过单向拉伸试验得到轧制方向上的应变硬化指数, 进而得到应力应变曲线, 输入该曲线进行计算。

2) 等效硬化指数计算

在 Hill48 经典理论广义抗力曲线中, 单向拉伸应力强度 σ_i 与真实拉应力 σ_1 的换算关系如下:

$$\sigma_i = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \{ [r_{0^\circ} + r_{90^\circ} + 2(r_{90^\circ} - r_{0^\circ}) \cos 2\alpha + (r_{0^\circ} + r_{90^\circ} + 4r_{0^\circ} r_{90^\circ}) \cos^2 2\alpha + (1 + 2r_{45^\circ}) \cdot (r_{0^\circ} + r_{90^\circ}) \sin^2 2\alpha] / (r_{0^\circ} + r_{90^\circ} + r_{0^\circ} r_{90^\circ}) \}^{1/2} \sigma_1 \quad (17)$$

$$\varepsilon_i = 2 \sqrt{\frac{3}{2}} \{ (r_{0^\circ} + r_{90^\circ} + r_{0^\circ} r_{90^\circ}) / [r_{0^\circ} + r_{90^\circ} + 2(r_{90^\circ} - r_{0^\circ}) \cos 2\alpha + (r_{0^\circ} + r_{90^\circ} + 4r_{0^\circ} r_{90^\circ}) \cdot \cos^2 2\alpha + (1 + 2r_{45^\circ})(r_{0^\circ} + r_{90^\circ}) \sin^2 2\alpha] \}^{1/2} \varepsilon_1 \quad (18)$$

式中: α 为与参考方向的角度; σ_1 为单向拉伸试验中获得的应力值; r_{0° 、 r_{45° 、 r_{90° 分别是沿板料轧制方向、与对角方向和横纹方向进行单向拉伸试件试验所得到的厚向异性指数。

等效屈服应力 $\bar{\sigma}_y$:

$$\bar{\sigma}_y = 1/3(\sigma_{y,0^\circ} + \sigma_{y,45^\circ} + \sigma_{y,90^\circ}) \quad (19)$$

其中: $\sigma_{y,0^\circ}$ 、 $\sigma_{y,45^\circ}$ 和 $\sigma_{y,90^\circ}$ 由式(17)所得。

等效强化系数 \bar{K} :

$$\bar{K} = \left(\frac{E}{\bar{\sigma}_y} \right)^{\bar{n}} \cdot \bar{\sigma}_y \quad (20)$$

由式(3)、(19)、(20)可得:

$$\bar{\sigma} = \bar{K} \bar{\varepsilon}^{\bar{n}} \quad (21)$$

式(21)为一条等效的广义抗力曲线, 由于 ABAQUS 需输入某一方向上的应力应变曲线, 故将式(21)将 $\bar{\sigma}$ 反算至 0° 方向作为轧制方向输入应力应变值, 计算方法如下:

$$\bar{\sigma}_{0^\circ} = \bar{\sigma} / \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \{ [r_{0^\circ} + r_{90^\circ} + 2(r_{90^\circ} - r_{0^\circ}) \cos(2 \cdot 0^\circ) + (r_{0^\circ} + r_{90^\circ} + 4r_{0^\circ} r_{90^\circ}) \cos^2(2 \cdot 0^\circ) + (1 + 2r_{45^\circ}) \cdot (r_{0^\circ} + r_{90^\circ}) \sin^2(2 \cdot 0^\circ)] / (r_{0^\circ} + r_{90^\circ} + r_{0^\circ} r_{90^\circ}) \}^{1/2} \right\} \quad (22)$$

$$\bar{\varepsilon}_{0^\circ} = \bar{\varepsilon} / \left\{ 2 \sqrt{\frac{3}{2}} \{ (r_{0^\circ} + r_{90^\circ} + r_{0^\circ} r_{90^\circ}) / [r_{0^\circ} + r_{90^\circ} + 2(r_{90^\circ} - r_{0^\circ}) \cos(2 \cdot 0^\circ) + (r_{0^\circ} + r_{90^\circ} + 4r_{0^\circ} r_{90^\circ}) \cdot \cos^2(2 \cdot 0^\circ) + (1 + 2r_{45^\circ})(r_{0^\circ} + r_{90^\circ}) \sin^2(2 \cdot 0^\circ)] \}^{1/2} \right\} \quad (23)$$

由式(22)、(23)得到 σ^0 、 ε^0 ，将其作为参考方向的应力应变点对的输入值。

3 两种应变硬化指数对有限元计算结果影响及其讨论

对于球形压痕表征应力应变的获取方法, 国内外学者做了大量的研究。在以下讨论中, D 为压头直径, r 为获取位置到中心对称轴的垂直距离, d 为压深为 h_t 时压头与试件的接触直径。TABOR^[30]提出等效应变的获取点应在压头与试件接触表面边缘, 即 $r/(d/2)=1$, 然而该位置并不能精确地反映表征应力应变关系, 由于该位置应变梯度较大, 且受摩擦影响较大。LEE 等^[31]提出所提取的输出点位于距离试件表面 $l/D=10\%$, 且距离中心轴线 $2r/d=0.8$ 处, 该点保证了应变分布梯度平缓, 且受摩擦因数影响较小。但由于 LEE 等^[31]只针对各向同性材料, 该位置不能反映在不同方向截面上的异性。因此, 该方法并不能适用于各向异性材料。针对各向异性材料表征应力应变关系获取位置的选取, 应首先能够保证材料本身的各向异性性能, 其次应能够使接触摩擦因数影响较小。依据表 1 所示参数, 可以看出轧制方向与对角方向屈服应力差别较小, 而与横纹方向屈服应力差别明显, 因此, 在后面的讨论中只对轧制方向和横纹方向进行应变分布及受摩擦因数影响研究。

图 6 所示为摩擦因数 $f=0.15$ 、压入深度为 $h_t/D=5\%$ 时不同取点深度的等效塑性应变分布。由图 6 可以看出, 随着取点深度的增大, 应变分布趋于平缓, 各向异性特性逐渐减弱。若取点在压头与试件接触表面时, 即 $l/D=0\%$ 时, 板料各向异性特性明显, 但等效塑性应变会出现震荡; 若在距离试件表面为 $l/D=1\%$ 时, 等效塑性应变分布平缓, 且可以表现出各向异性; 随着取点深度的增加, 当 $l/D=2\%$ 时, 等效塑性应变更为平缓, 但缺点是不再表现各向异性特性。这是由于各向异性主要存在于试件表层, 随着取点深度的增加, 压痕底部不同方向上应力应变分布的差异性逐渐减小。在深度为 $l/D=1\%$ 时, 考虑摩擦因数对等效塑性应变的影响, 当摩擦因数 f 分别等于 0.10、0.15、0.20 时, 等效塑性应变分布如图 7 所示。

由图 7 可以看出, 从压头中心到压头与试件相接触位置底部区域, 摩擦因数对于应变分布的影响较大, 而在压头与试件接触边缘沿着远离压入中心方向, 摩擦因数的影响逐渐减小, 可以看出 $2r/D \geq 0.025$ 时, 摩擦因数对输出点的影响较小。

所以结合应变分布梯度以及摩擦因数对等效塑性

应变的影响, 以下讨论的输出点均位于 $l/D=1\%$ 、 $2r/D=0.025$ 处。

计算完成之后分别提取在 0° 、 22.5° 、 45° 、 67.5° 、 90° 方向上的应力-应变曲线, 结果如图 8 所示。

在图 8 中, 将 TC1M 板料在不同方向的单向拉伸所得应力-应变曲线作为理论值, 并对比在 5 个不同方向上两种不同的应变硬化指数对计算结果的影响。其中单向 n 值为轧制方向上(0° 方向)的应变硬化指数, 等效硬化指数值(\bar{n})是由式(17)计算所得的。图 8 中数据表明, 选用等效 \bar{n} 值在 22.5° 、 45° 、 67.5° 、 90° 方向

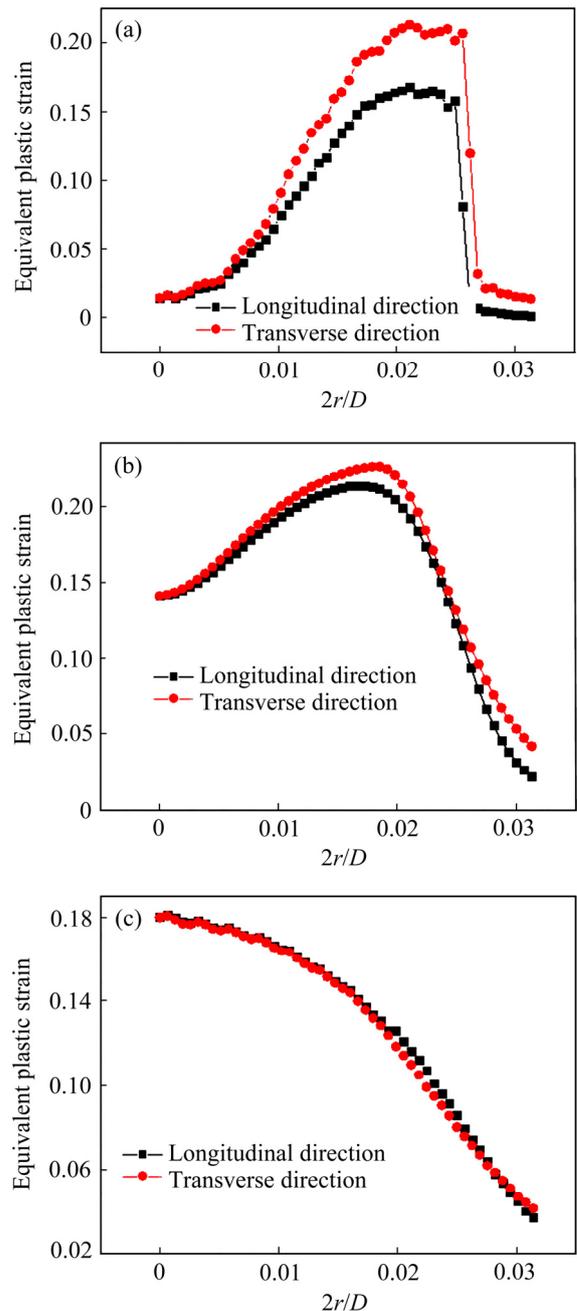


图 6 距离试件表面不同深度下等效塑性应变分布
Fig. 6 Equivalent plastic strain at distribution different $2r/D$ values: (a) 0; (b) 1%; (c) 2%

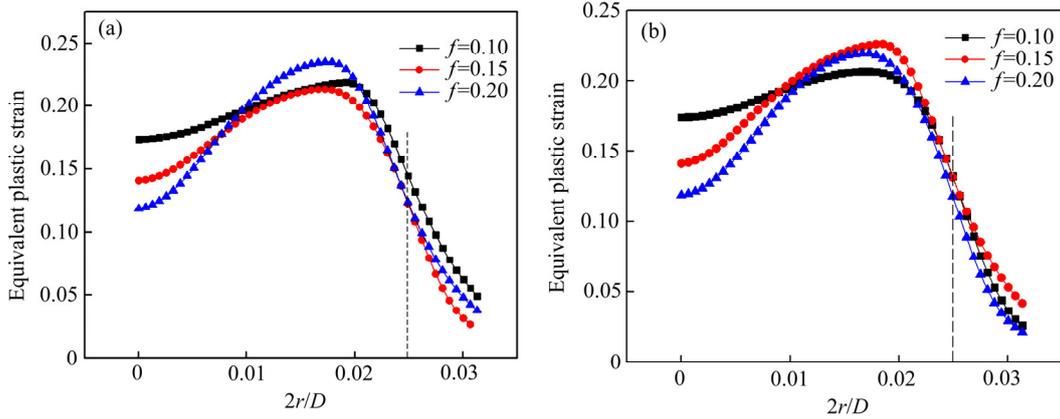


图7 不同摩擦因数作用下等效塑性应变分布

Fig. 7 Equivalent plastic strain vs $2r/D$ for variation of friction coefficient: (a) Longitudinal direction; (b) Transverse direction

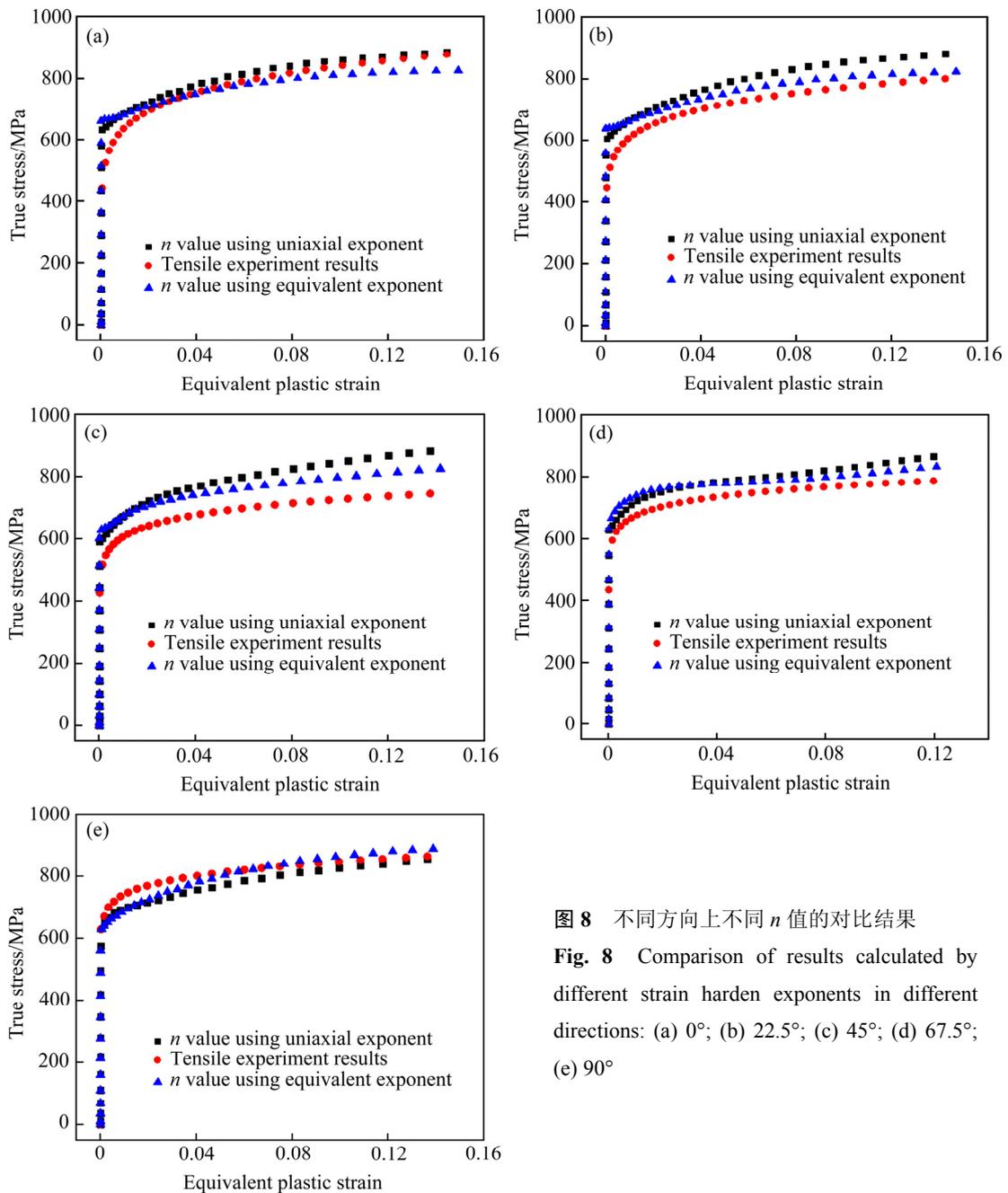


图8 不同方向上不同n值的对比结果

Fig. 8 Comparison of results calculated by different strain harden exponents in different directions: (a) 0° ; (b) 22.5° ; (c) 45° ; (d) 67.5° ; (e) 90°

上比输入单向 n 值所引起的误差明显更小。而在 0° 方向上输入等效值 \bar{n} 所引起的误差略微大于输入单向 n 值所引起的误差,这是因为选取单向 n 值时,将轧制方向(0° 方向)的 n 作为参考方向输入,所以在 0° 方向上经单向 n 值计算出的结果较于经等效 \bar{n} 计算的结果更接近于理论值。

对于各向异性板料,采取不同方向作为参考方向得到的仿真结果不同。在实际问题中,绝大多数问题属于复杂应力状态,而在分析复杂应力状况时,选用单向 n 对计算结果有时会造成误差较大。因此,在分析复杂应力状况时,选用等效应变硬化指数 \bar{n} 来替代原有的单向 n 值更为适用。

4 结论

1) 基于孔洞模型推导了载荷-接触半径曲线斜率比 p_s 与等效应变硬化指数 \bar{n} 的关系式,提出了基于该关系式计算等效应变硬化指数 \bar{n} 的方法。

2) 深入讨论了应变梯度分布及摩擦因数对表征结果的影响,提出了针对各向异性材料表征应力应变最优获取位置。

3) 通过数值及实验研究,验证了所提出等效应变硬化指数计算方法的有效性,及其对于复杂应力状态问题的适用性。

REFERENCES

- [1] WEAVER J S, KALIDINDI S R. Mechanical characterization of Ti-6Al-4V titanium alloy at multiple length scales using spherical indentation stress-strain measurements[J]. *Materials & Design*, 2016, 111: 463-472.
- [2] KIM K H, KIM Y C, JEON E C, KWON D. Evaluation of indentation tensile properties of Ti alloys by considering plastic constrain effect[J]. *Materials Science and Engineering A*, 2011, 52: 5259-5263.
- [3] 张飞飞, 陈劫实, 陈军, 黄晓忠, 卢健. 各向异性屈服准则的发展及实验验证综述[J]. *力学进展*, 2012, 42(1): 68-80. ZHANG Fei-fei, CHEN Jie-shi, CHEN Jun, HUANG Xiao-hong, LU Jian. Review on development and experimental validation for anisotropic yield criteria[J]. *Advances in Mechanics*, 2012, 42(1): 68-80.
- [4] XIAO S L, JING T, XU L J, CHEN Y Y, YU H B, HAN J C. Microstructures and mechanical properties of TiAl alloy prepared by spark plasma sintering[J]. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 2009, 19(6): 1423-1427.
- [5] PATEL D K, KALIDINDI S R. Correlation of spherical nanoindentation stress-strain curves to simple compression stress-strain curves for elastic-plastic isotropic materials using finite element models[J]. *Acta Materialia*, 2016, 112: 295-302.
- [6] 倪向贵, 吴恒安, 王宇, 王秀喜. 各向异性本构关系在板料成形数值模拟中的应用[J]. *计算力学学报*, 2003, 20(2): 231-235. NI Xiang-gui, WU Heng-an, WANG Yu, WANG Xiu-xi. Application of anisotropic constitutive equations to numerical simulation of sheet forming[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2003, 20(2): 231-235.
- [7] CAO Q, ZHANG Q, ZHANG X. Anisotropy of mechanical behavior in commercially pure titanium sheets[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2015, 22(1): 63-67.
- [8] WANG M, WU J, HUI Y, ZHANG Z, ZHAN X, GUO R. Identification of elastic-plastic properties of metal materials by using the residual imprint of spherical indentation[J]. *Materials Science & Engineering A*, 2017, 679: 143-154.
- [9] CAPSONI A, CORRADI L. Variational formulations for the plane strain elastic-plastic problem for materials governed by the von Mises criterion[J]. *International Journal of Plasticity*, 1996, 12(4): 547-560.
- [10] TRESCA H. Memoir on the flow of solid bodies under strong pressure[J]. *Comptes Rendus Acad Sci*, 1986, 59: 754-760.
- [11] 严勇, 吴超, 胡志力, 黄松, 华林. 汽车铝合金覆盖件成形数值模拟的各向异性屈服准则研究[J]. *塑性工程学报*, 2016(2): 92-97. YAN Yong, WU Chao, HU Zhi-li, HUANG Song, HUA Lin. Anisotropic yield criterion for automotive aluminum panels forming numerical simulation[J]. *Journal of Plasticity Engineering*, 2016, 23(2): 92-97.
- [12] HILL R. A Theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals[J]. *Proceedings of the Royal Society of London*, 1948, 193(1033): 281-297.
- [13] WANG M, WU J, ZHAN X, GUO R, HUI Y, FAN H. On the determination of the anisotropic plasticity of metal materials by using instrumented indentation[J]. *Materials & Design*, 2016, 111: 98-107.
- [14] CHU E. Generalization of Hill's 1979 anisotropic yield criteria[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 1995, 50(1): 207-215.
- [15] HILL R. Constitutive modelling of orthotropic plasticity in sheet metals[J]. *Journal of the Mechanics & Physics of Solids*, 1990, 38(3): 405-417.
- [16] HILL R. A user-friendly theory of orthotropic plasticity in sheet metals[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1993, 35(1): 19-25.
- [17] BARLAT F. Plastic behavior and stretch ability of sheet metals. Part I: A yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions[J]. *International Journal of Plasticity*, 1989, 5(1): 51-66.
- [18] BARLAT F, LEGE D J, BREM J C. A six-component yield function for anisotropic materials[J]. *International Journal of Plasticity*, 1991, 7(7): 693-712.
- [19] BARLAT F, MAEDA Y, CHUNG K, YANAGAWA M, BREM J C, HAYASHIDA Y, LEGE D J, MATSUI K, MURTHA S J,

- HATTORI S, MAKOSEY S. Yield function development for aluminum alloy sheets[J]. *Journal of the Mechanics & Physics of Solids*, 1997, 45(11/12): 1727–1763.
- [20] BARLAT F, BREM J C, YOON J W, CHUNG K, DICK R E, LEGE D J, POURBOGHRAAT F, CHOI, S H, CHU E. Plane stress yield function for aluminum alloy sheets—Part 1: Theory[J]. *International Journal of Plasticity*, 2003, 19(9): 1297–1319.
- [21] BARLAT F, ARETZ H, YOON J W, KARABIN M E, BREM J C, DICK R E. Linear transformation-based anisotropic yield functions[J]. *International Journal of Plasticity*, 2005, 21(5): 1009–1039.
- [22] 王海波, 万敏, 阎昱, 吴向东. 参数求解方法对屈服准则的各向异性行为描述能力的影响[J]. *机械工程学报*, 2013, 49(24): 45–53.
WANG Hai-bo, WAN Min, YAN Yu, WU Xiang-dong. Effect of solving method of parameters on the description ability of the yield criterion about the anisotropic behavior[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2013, 49(24): 45–53.
- [23] KALKHORAN S M, CHOI W B, GOULDSTONE A. Estimation of plastic anisotropy in Ni-5%Al coatings via spherical indentation[J]. *Acta Materialia*, 2012, 60(3): 803–810.
- [24] YONEZU A, TANAKA M, KUSANO R, CHEN X. Probing out-of-plane anisotropic plasticity using spherical indentation: A numerical approach[J]. *Computational Materials Science*, 2013, 79: 336–344.
- [25] JOHNSON K L. The correlation of indentation experiments[J]. *Journal of the Mechanics & Physics of Solids*, 1970, 18(2): 115–126.
- [26] JOHNSON K L. Contact mechanics[J]. *Journal of Tribology*, 1985, 108(4): 464.
- [27] GAO X L. An expanding cavity model incorporating strain-hardening and indentation size effects[J]. *International Journal of Solids & Structures*, 2006, 43(21): 6615–6629.
- [28] KANG S K, KIM Y C, KIM K H, KIM J Y, KWON D. Extended expanding cavity model for measurement of flow properties using instrumented spherical indentation[J]. *International Journal of Plasticity*, 2013, 49(10): 1–15.
- [29] 吴建军, 周维贤. 板料成形性基本理论[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2010.
WU Jian-jun, ZHOU Wei-xian. Basic theory of sheet forming[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2010: 55–59.
- [30] TABOR D. A simple theory of static and dynamic hardness[J]. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1948, 192(1029): 247–274.
- [31] LEE H, JIN H L, PHARR G M. A numerical approach to spherical indentation techniques for material property evaluation[J]. *Journal of the Mechanics & Physics of Solids*, 2005, 53(53): 2037–2069.

Strain-hardening exponent of anisotropic sheet based on spherical indentation response

HUI Yu, WU Jian-jun, WANG Ming-zhi, ZHAN Xue-peng, FAN He

(School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Accurate determination of the strain hardening exponent of the anisotropic materials is the fundamental part of the numerical simulation of metal forming. For anisotropic materials, the limitations were discussed when the single orientation-dependent strain hardening exponent was used in the numerical simulation of multi-stress problems. A new approach based on the expanding cavity model was proposed to identify the strain hardening exponent of anisotropic materials. Based on this, a new relationship between the variation of the slope ratio of load–contact radius curve and the equivalent strain hardening exponent was suggested for the TC1M titanium alloys sheet, by using the numerical and theoretical analysis. The effectiveness of this method was verified by comparing the numerical results using either the single orientation-dependent strain hardening exponent or the new indentation-based strain hardening exponent. The results show that the equivalent strain hardening exponent is more suitable for the multi-stress state problem.

Key words: anisotropic sheet; strain hardening exponent; spherical indentation; multi-stress state

Foundation item: Project(51675431) supported by the National Natural Science Foundation of China

Received date: 2017-03-03; **Accepted date:** 2017-09-26

Corresponding author: WU Jian-jun; Tel: +86-29-88493101; E-mail: wujj@nwpu.edu.cn

(编辑 龙怀中)