



基于应变率效应的岩石动态 Mohr-Coulomb 准则和 Hoek-Brown 准则研究

宫凤强^{1,2,3}, 司雪峰¹, 李夕兵^{1,3}, 陶明¹

(1. 中南大学 资源与安全工程学院, 长沙 410083;

2. 中国矿业大学 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 徐州 221008;

3. 中南大学 高等研究中心, 长沙 410083)

摘要: 在考虑强度准则参数粘聚力 c 、内摩擦角 φ 和岩石材料常数 m 随应变率增加而变化的基础上, 分别提出了基于应变率效应的岩石动态 Mohr-Coulomb 准则和 Hoek-Brown 准则。花岗岩材料在 6 种围压下的三轴试验结果表明: 当应变率从 10^{-4} s^{-1} 增加到 10^0 s^{-1} 时, 粘聚力 c 和岩石材料常数 m 均随应变率增加而增加, 但是内摩擦角 φ 则随应变率增加而减小。为此, 给出了上述 3 项参数随应变率变化的函数关系, 并在此基础上, 分别提出了考虑率效应的动态 Mohr-Coulomb 准则和 Hoek-Brown 准则表达式。通过理论计算结果与试验数据的对比, 发现动态 Mohr-Coulomb 准则适用于低围压情况, 而动态 Hoek-Brown 准则在低围压和高围压情况下均适用。

关键词: 岩石力学; 抗剪强度参数; 应变率; 动态 Mohr-Coulomb 准则; 动态 Hoek-Brown 准则

中图分类号: TU45

文献标志码: A

摩尔-库仑(Mohr-Coulomb)准则和霍克-布朗(Hoek-Brown)准则是目前岩石力学领域内应用最广泛的两个强度准则^[1-2]。上述准则主要考虑的是静载作用下岩石的破坏情况。在分析研究岩石(体)的动力破坏时, 静态强度准则由于无法考虑强度参数的率效应特性, 显然已经不太适用, 非常有必要发展不同应变率范围内的岩石动态强度准则^[3-4]。在岩石动态强度准则研究方面, 钱七虎等^[5-6]针对岩石和岩体的动力破坏特性, 提出了考虑强度-应变率效应的 Mohr-Coulomb 准则; ZHAO 等^[7]根据不同加载率下的试验结果, 提出岩石的抗压强度随着应变率变化的主要原因是 Mohr-Coulomb 准则里的粘聚力的变化, 并检验 Mohr-Coulomb 准则和 Hoek-Brown 准则用于评估岩石动态强度的适用性; 宫凤强等^[8]通过对砂岩进行试验, 给出了不同应变率范围内的动态 Mohr-Coulomb 准则和动态 Hoek-Brown 准则的具体表达形式, 并检验了动态强度准则的适用情况; 卢志堂等^[9]和陈勇等^[10]分别通过中高应变率下花岗岩动力特性三轴试验研究及对华山花岗岩进行应变率范围为 $10^{-4} \sim 10^0 \text{ s}^{-1}$ 、围压范围为 20~100 MPa 的动三轴试验测试,

也认为岩石动态强度增大主要是由粘聚力的应变率效应引起这一结论。

在上述研究中, 主要是验证了不同应变率或加载率量级下 Mohr-Coulomb 和 Hoek-Brown 准则的适用性, 即所建立的动态强度准则是针对某一应变率或加载率量级下的表达形式, 缺少考察强度准则参数受应变率增加的影响分析, 也未建立基于率效应的动态强度准则统一表达式。为此, 本文作者根据参考文献[11-12]中的试验数据, 利用稳健回归方法^[13-14], 分别得到粘聚力 c 、内摩擦角 φ 和岩石材料常数 m 随应变率增加的变化规律, 并建立了基于应变率效应的岩石动态 Mohr-Coulomb 准则和 Hoek-Brown 准则, 并对理论计算结果和试验数据进行了对比, 验证了动态强度准则的适用范围。

1 Mohr-Coulomb 准则

Mohr-Coulomb 准则主要包含两个参数, 分别是粘聚力 c 和内摩擦角 φ , 岩石的抗剪强度为岩石

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(41472269, 41102170); 中国矿业大学深部岩土力学与地下工程国家重点实验室开放基金项目(SKLGDEK1104); 中南大学“创新驱动计划”项目资助(2015CX005)

收稿日期: 2016-04-20; 修订日期: 2016-06-21

通信作者: 宫凤强, 副教授, 博士; 电话: 18175973819; E-mail: fengqiang@126.com

的粘聚力 c 与剪切面法向应力产生的摩擦力 $\tau = \sigma_n \tan \varphi$ 之和, 如式(1)所示^[7]:

$$\tau = c + \sigma_n \tan \varphi \tag{1}$$

式中: c 为粘聚力; φ 为内摩擦角。

$a-b$ 平面内, 经应力变换得

$$\sigma_n = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \cos(2\beta) \tag{2}$$

和

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \sin(2\beta) \tag{3}$$

式中: σ_1 和 σ_3 为主应力; β 为最大主应力方向与 $a-b$ 剪切面间的夹角(如图 1 和 2 所示)。

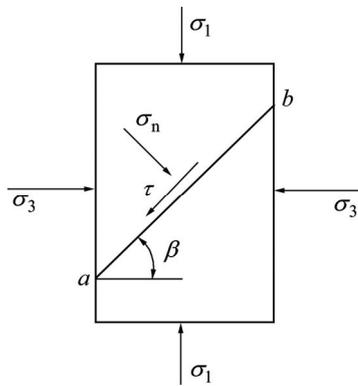


图 1 Mohr-Coulomb 准则($a-b$ 面剪切破坏)
Fig. 1 Mohr-Coulomb strength criterion ($a-b$ plane shear failure)

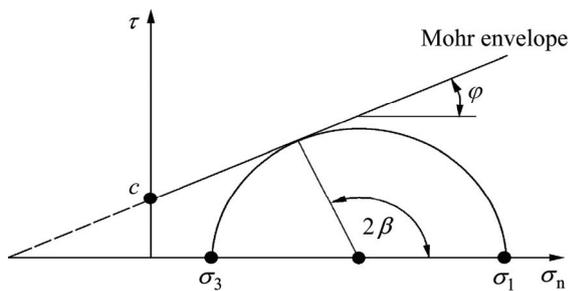


图 2 Mohr-Coulomb 准则
Fig. 2 Mohr-Coulomb strength criterion

根据式(1)~(3), 经重新整理, 可得由任意 β 角确定的平面极限应力条件为

$$\sigma_1 = \frac{2c + \sigma_3 \{ \sin(2\beta) + \tan \varphi [1 - \cos(2\beta)] \}}{\sin(2\beta) - \tan \varphi [1 + \cos(2\beta)]} \tag{4}$$

根据图 2 中的 Mohr 圆, 有

$$\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$$

则式(4)可整理为

$$\sigma_1 = 2c \cdot \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi} + \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 \tag{5}$$

由式(5), 令

$$A = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}, \quad B = 2c \cdot \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

可得

$$\varphi = \arcsin \frac{A-1}{A+1}, \quad c = \frac{B}{2\sqrt{A}} \tag{6}$$

2 基于应变率效应的动态 Mohr-Coulomb 准则

为了研究应变率对岩石抗压强度的影响, LI 和 ZHAO 等^[11-12]针对花岗岩做了大量单轴试验和一系列不同围压下的三轴试验, 所采用的花岗岩试样全部取自新加坡 Bukit Timah 地区。试样由 55 mm 的岩芯加工而成, 尺寸为 d 30 mm×60 mm。所有试验均在 RDT-10000 型动载荷试验机上进行。其中三轴试验围压取 6 个系列, 分别为 20、50、80、110、140 和 170 MPa, 加上单轴压缩试验, 共为 7 个系列, 实验数据如表 1^[11-12]所列。根据表 1 中 7 组试验数据, 下面分别分析低围压和高围压下岩石的动态 Mohr-Coulomb 准则。

表 1 不同应变率及围压下的抗压强度^[11-12]

Table 1 Compressive strength of different strain rates and confining pressures^[11-12]

| Confining pressure/MPa | Compressive strength/MPa | | | |
|------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------------|
| | 10^{-4} s^{-1} | 10^{-3} s^{-1} | 10^{-1} s^{-1} | 10^0 s^{-1} |
| 0 | 205.2 | 212.9 | 230.7 | 235.1 |
| 20 | 277.2 | 426.4 | 462.2 | 498.6 |
| 50 | 576.9 | 597 | 605.9 | 687.1 |
| 80 | 752.5 | 828.2 | 765.9 | 767.5 |
| 110 | 853.6 | 844.9 | 865.4 | 946.1 |
| 140 | 962 | 856 | 954.4 | 946.3 |
| 170 | 969.2 | 1090 | 1082.4 | 1039 |

2.1 低围压下的动态 Mohr-Coulomb 准则

根据 0、20、50 和 80 MPa 下的试验数据, 利用稳健回归方法分别拟合 10^{-4} 、 10^{-3} 、 10^{-1} 和 10^0 等 4 个应变率量级下的强度线, 如图 3 所示。由图 3 可以看出, 相关系数 r 的平方分别为 0.9789、0.9883、0.9611

和 0.9078, 线性相关性较好。根据图中的直线拟合方程, 结合式(6), 可以计算得到 c 和 φ 在 10^{-4} 、 10^{-3} 、 10^{-1} 和 10^0 等 4 个应变率量级下的数值, 结果如表 2 所示(A 和 B 分别为拟合直线中的参数)。从表 2 中可以看出不同应变率量级下的粘聚力变化较大, 10^{-4} 与 10^0 量级下相差 26.57 MPa; 内摩擦角变化较小, 不同应变率量级下相差最大为 2.93° 。

表 2 低围压下粘聚力 c 和内摩擦角 φ 的计算结果

Table 2 Calculation results of cohesion c and internal friction angle φ with low confining pressure

| Strain rate/s ⁻¹ | A | B | c /MPa | φ ($^\circ$) |
|-----------------------------|--------|----------|----------|------------------------|
| 10^{-4} | 7.2323 | 182.4366 | 33.9192 | 49.2051 |
| 10^{-3} | 7.4061 | 238.0915 | 43.7440 | 49.6477 |
| 10^{-1} | 6.3529 | 278.0251 | 55.1529 | 46.7188 |
| 10^0 | 6.4307 | 306.7769 | 60.4871 | 46.9575 |

对表 2 中的应变率与 c 、 φ 值的关系进行拟合可以得到图 4 中的关系曲线。可以看出: c 和 φ 两者并不是定值, 而是随着应变率量级的对数成线性关系, 拟合的相关系数分别为 0.9924 和 0.8986, 直线的斜率分别为 6.4488 和 -0.7385 , c 随着应变率的对数的增大而增大, 而 φ 随着应变率的对数的增大而减小。以最低应变率量级所对应的 c 和 φ 为基准值, 可以得到其它应变率量级所对应的 c 和 φ , 如式(7)和(8)所示。

$$c_{\dot{\epsilon}} = c_0 + 6.4488 \lg(\dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0) \quad (7)$$

$$\varphi_{\dot{\epsilon}} = \varphi_0 - 0.7385 \lg(\dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0) \quad (8)$$

式中: $\dot{\epsilon}_0$ 为 10^{-4} 量级应变率, s^{-1} ; $\dot{\epsilon}$ 为大于 10^{-4} 量级的应变率, s^{-1} ; c_0 为应变率 $\dot{\epsilon}_0$ 对应的粘聚力, MPa, 本研究中取 33.92 MPa; φ_0 为应变率 $\dot{\epsilon}_0$ 对应的内摩擦角, ($^\circ$), 本研究中取 49.21° ; $c_{\dot{\epsilon}}$ 为应变率 $\dot{\epsilon}$ 对应的粘聚力, MPa; $\varphi_{\dot{\epsilon}}$ 为应变率 $\dot{\epsilon}$ 对应的内摩擦角, ($^\circ$)。

根据式(7)和(8)可以得到不同应变率下岩石的动态 Mohr-Coulomb 准则表达式:

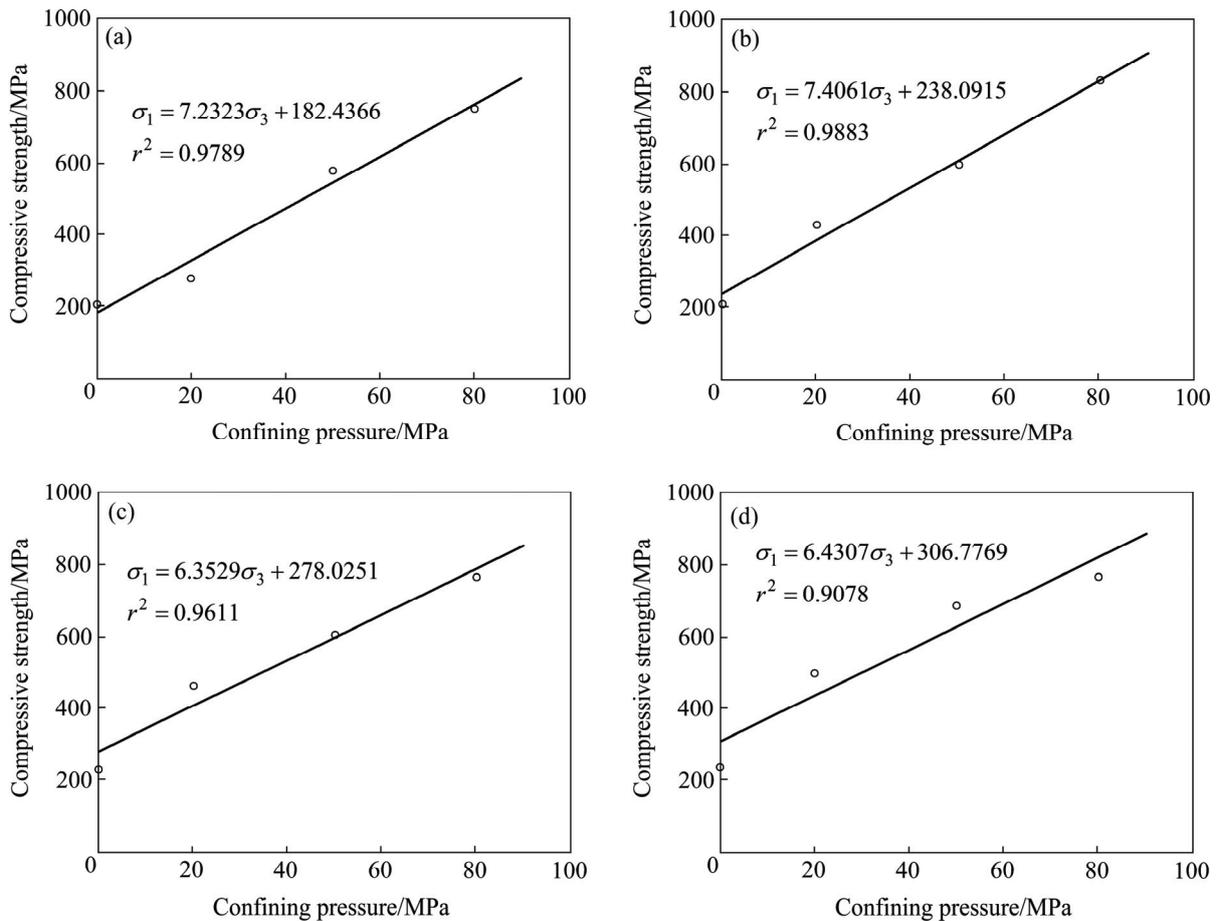


图 3 低围压下不同量级应变率的岩石强度规律

Fig. 3 Variation of rock strength with different strain rate under low confining pressure: (a) $10^{-4} s^{-1}$; (b) $10^{-3} s^{-1}$; (c) $10^{-1} s^{-1}$; (d) $10^0 s^{-1}$

$$\sigma_{1\dot{\epsilon}} = \frac{1 + \sin(\varphi_0 - 0.73851 \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0})}{1 - \sin(\varphi_0 - 0.73851 \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0})} \sigma_3 + \frac{2(c_0 + 6.44881 \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}) \cos(\varphi_0 - 0.73851 \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0})}{1 - \sin(\varphi_0 - 0.73851 \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0})} \quad (9)$$

为了验证上述动态 Mohr-Coulomb 准则的适用性, 根据式(9)进行理论计算, 图 5 给出了试验数据与理论数据的对比结果。从图中可以看出, 本研究中给出的动态 Mohr-Coulomb 准则计算所得到的理论数据比较符合实际情况。因此, 在低围压条件下, 可用本研究给出的动态 Mohr-Coulomb 准则估算岩石在不同应变率下的动态压缩强度。

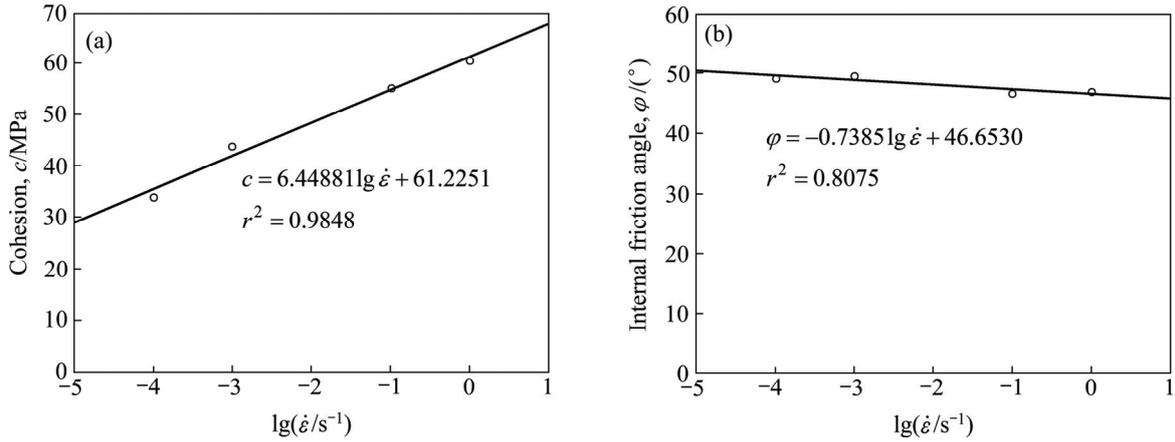


图 4 低围压下粘聚力 c 、内摩擦角 φ 与应变率的关系

Fig. 4 Relationship between cohesion c , internal friction angle φ and strain rate under low confining pressure

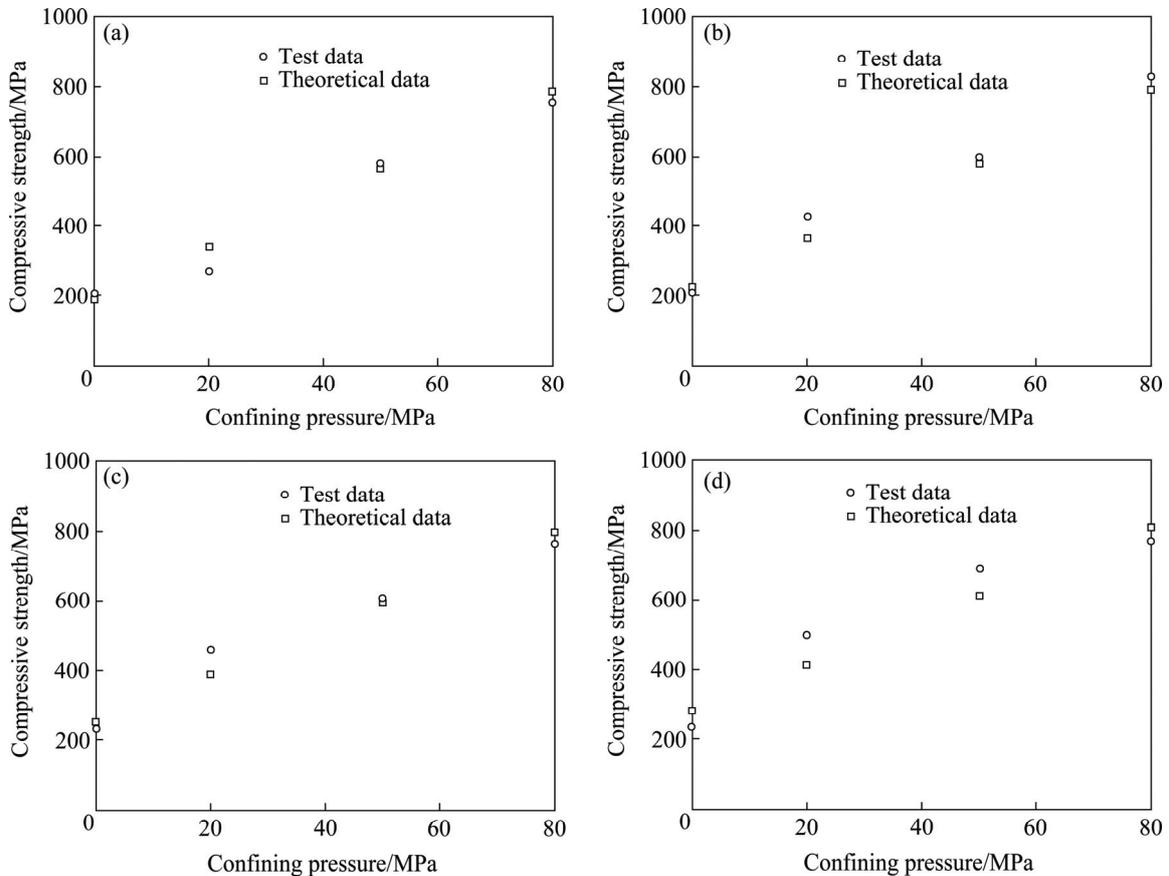


图 5 动态 Mohr-Coulomb 准则理论结果与低围压试验数据比较

Fig. 5 Comparison of dynamic Mohr-Coulomb criterion theoretical results and low confining pressure test data: (a) 10^{-4} s^{-1} ; (b) 10^{-3} s^{-1} ; (c) 10^{-1} s^{-1} ; (d) 10^0 s^{-1}

2.2 高围压下的动态 Mohr-Coulomb 准则

利用稳健回归方法拟合 4 个应变率量级下的强度线, 并且每个量级包含 0、20、50、80、110、140 和 170 MPa 7 个围压, 结果如图 6 所示, 图 6(a)到 6(d)中 0.9271、0.9148、0.9619 和 0.9032 分别为 4 个应变率量级下线性拟合的相关系数 r 的平方, 与低围压下的结果相比, 拟合效果相对差一些。利用公式(6)计算得到 c 和 φ 的值如表 3 所示。

对表 3 中的应变率与 c 和 φ 的关系进行拟合可以得到图 7 中的关系曲线, 图中直线的斜率分别为 9.4463 和 -0.8681, 对比图 4(a)与图 7(a)、图 4(b)与图 7(b), 可以看出, 低围压下 c 和 φ 的线性拟合的相关系数均高于高围压。用 9.4463 和 -0.8681 来替换式(9)中的 6.4488 和 -0.7385, 可以得到式(10)。

$$\sigma_{1\dot{\epsilon}} = \frac{1 + \sin(\varphi_0 - 0.8681 \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0})}{1 - \sin(\varphi_0 - 0.8681 \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0})} \sigma_3 +$$

$$\frac{2(c_0 + 9.4663 \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}) \cos(\varphi_0 - 0.8681 \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0})}{1 - \sin(\varphi_0 - 0.8681 \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0})} \quad (10)$$

式中: c_0 取 58.81MPa, φ_0 取 41.35°。

利用式(10)进行理论计算, 得到试验数据与理论数据的对比结果如图 8 所示, 从图中不难看出, 在图 8(a)中围压为 170 MPa 时, 试验值与理论值相差为

表 3 高围压下粘聚力 c 和内摩擦角 φ 的计算结果

Table 3 Calculation results of cohesion c and internal friction angle φ under high confining pressure

| Strain rate/s ⁻¹ | A | B | c/MPa | φ (°) |
|-----------------------------|--------|----------|----------|---------------|
| 10 ⁻⁴ | 4.8932 | 260.1830 | 58.8101 | 41.3477 |
| 10 ⁻³ | 4.5509 | 323.5137 | 75.8254 | 39.7692 |
| 10 ⁻¹ | 4.0432 | 404.7827 | 100.6532 | 37.1159 |
| 10 ⁰ | 4.2700 | 386.7200 | 93.5740 | 38.3519 |

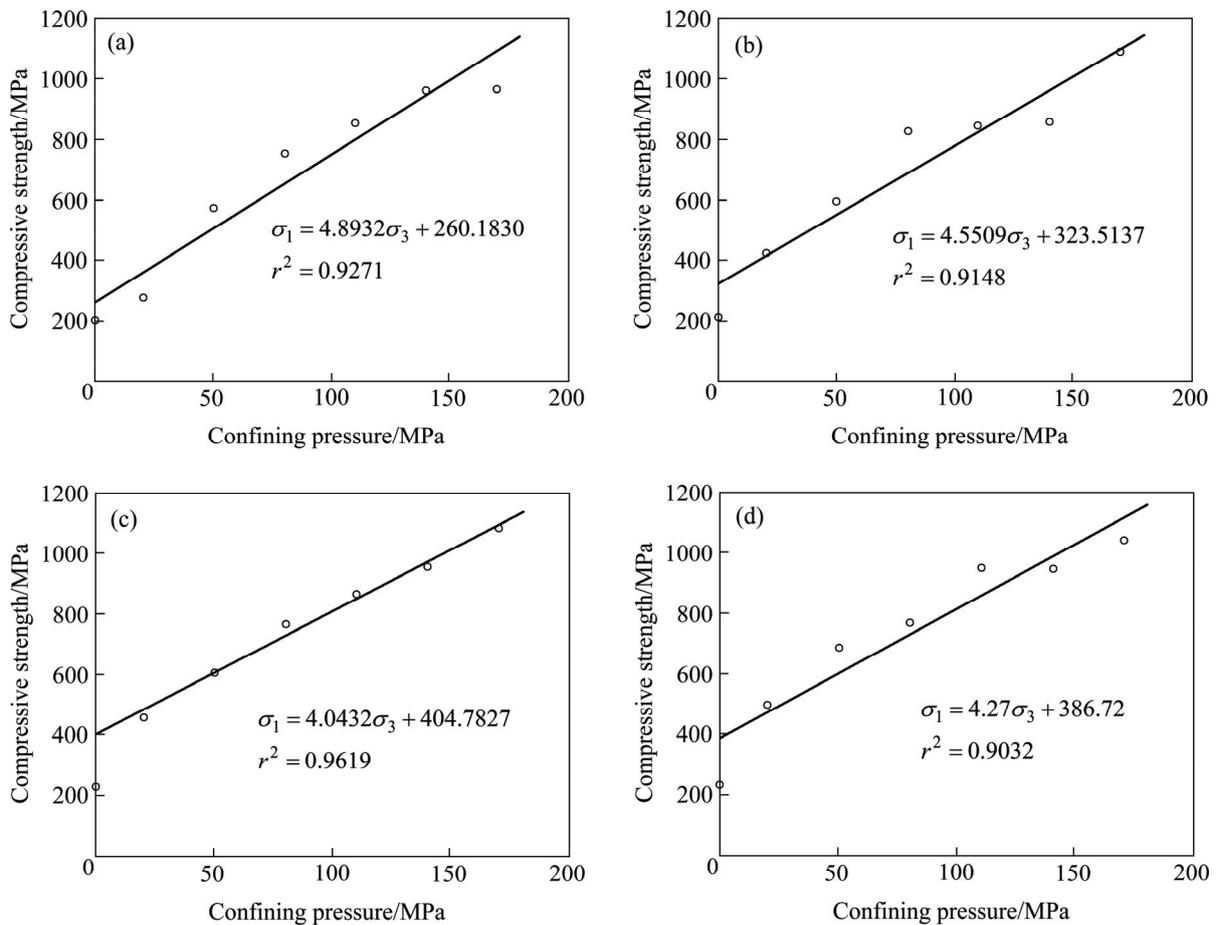


图 6 高围压下不同量级应变率的岩石强度规律

Fig. 6 Variation of rock strength with different magnitude of strain rate under high confining pressure: (a) 10⁻⁴ s⁻¹; (b) 10⁻³ s⁻¹; (c) 10⁻¹ s⁻¹; (d) 10⁰ s⁻¹

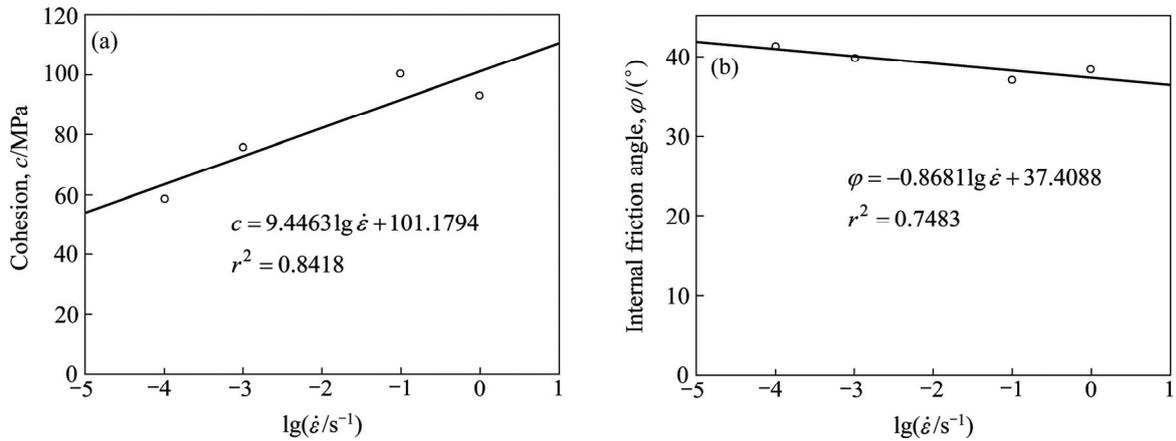


图7 高围压下粘聚力 c 、内摩擦角 φ 与应变率的关系

Fig. 7 Relationship between cohesion c , internal friction angle φ and strain rate under high confining pressure

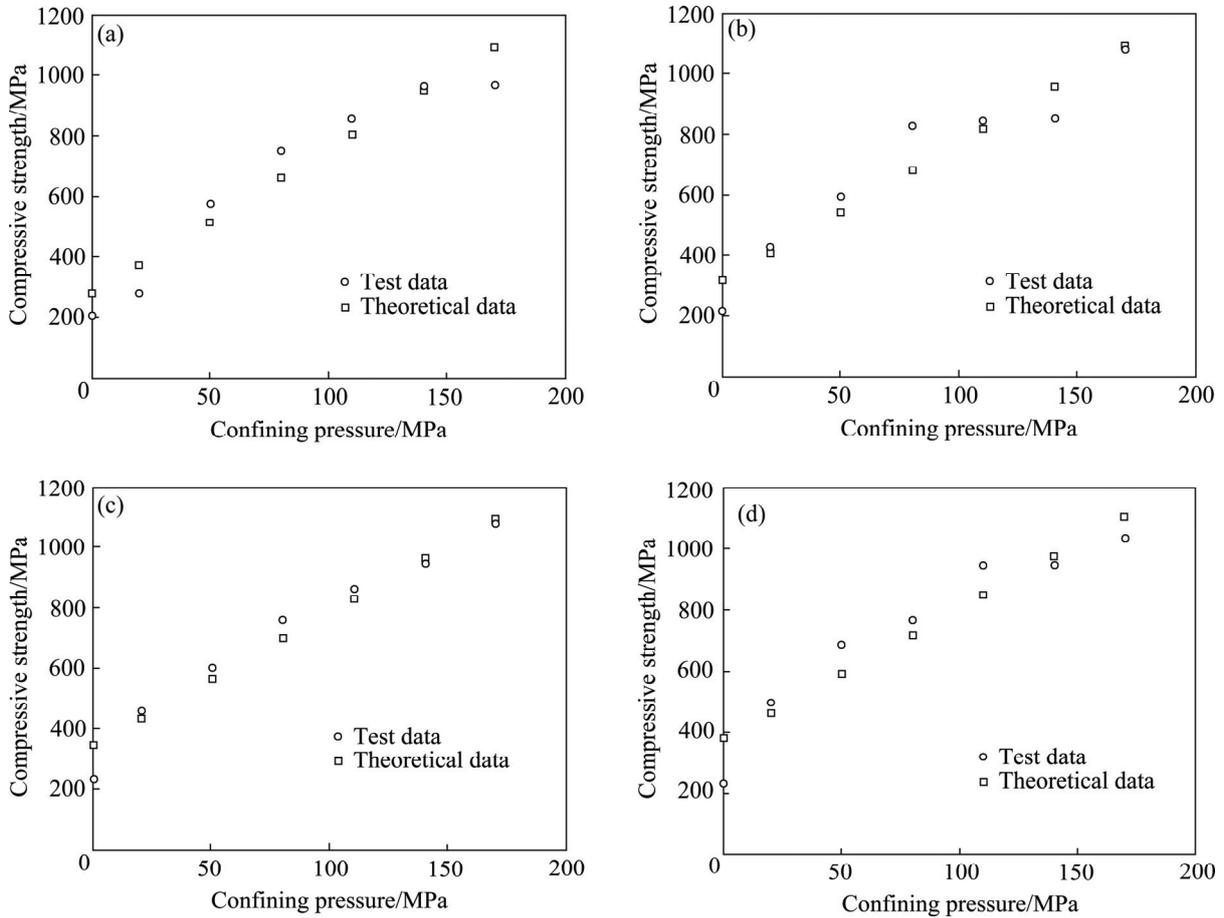


图8 动态 Mohr-Coulomb 准则理论结果与高围压试验数据比较

Fig. 8 Comparison of dynamic Mohr-Coulomb criterion theoretical results and high confining pressure test data: (a) 10^{-4} s^{-1} ; (b) 10^{-3} s^{-1} ; (c) 10^{-1} s^{-1} ; (d) 10^0 s^{-1}

122 MPa; 图8(b)中, 80 MPa 围压下相差高达 146 MPa; 图8(c)和(d)中, 单轴抗压强度的理论值与试验值相差分别为 116 和 144 MPa。从整体上来说, 拟合效果相对不佳。

为了建立基于应变率效应的岩石动态 Mohr-Coulomb 准则, 另外分别计算了 4、5、6 和 7 个围压下的 c 和 φ 的值, 对 c 和 φ 的值用稳健回归法进行拟合, 得到拟合的相关系数随着围压的增大而减小。粘

聚力拟合的相关系数在 4、5、6 和 7 个围压下分别为 0.9924、0.9056、0.7982 和 0.9175, 内摩擦角拟合的相关系数分别为 0.8986、0.6173、0.4806 和 0.8650。对不同围压下的相关系数以及理论数据和试验数据进行比较, 可以看出在 4 个围压下的动态 Mohr-Coulomb 准则比较符合实际情况。因此, 基于应变率效应的动态 Mohr-Coulomb 准则适用于低围压情况, 对于高围压情况适用性较差, 这一结论和文献[7]一致。

3 基于应变率效应的动态 Hoek-Brown 准则

Hoek-Brown 准则由 HOEK 和 BROWN 于 1980 年首次提出, 其表达式为^[15-16]

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \left(m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + 1 \right)^{0.5} \quad (11)$$

式中: σ_1 、 σ_3 分别为最大、最小压应力, MPa; σ_c 为岩石单轴抗压强度, MPa; m 为岩石量纲的经验参数, 反映岩石的软硬程度。

在围压为 0 MPa 下测得不同应变率的单轴抗压强度如表 4 所示^[11-12], 图 9 给出单轴抗压强度与应变率对数的关系式及拟合线, 以 10^{-4} 量级的单轴抗压强度

表 4 不同应变率下单轴抗压强度^[11-12]

Table 4 Uniaxial compressive strength at different strain rates^[11-12]

| Strain rate | 10^{-4} s^{-1} | 10^{-3} s^{-1} | 10^{-1} s^{-1} | 10^0 s^{-1} |
|-----------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------------|
| Uniaxial compressive strength/MPa | 205.2 | 212.9 | 230.7 | 235.1 |

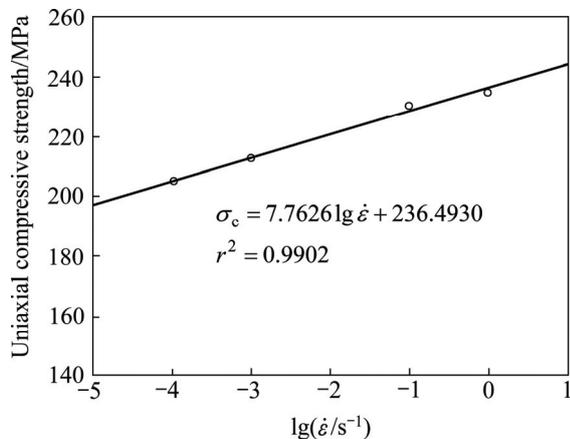


图 9 单轴抗压强度与应变率的关系

Fig. 9 Relationship between uniaxial compressive strength and strain rate

为基数, 用 $\lg(\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0)$ 作为强度因子, 可以得到

$$\sigma_{c\dot{\epsilon}} = 7.7626 \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} + \sigma_c^0$$

式中: σ_c^0 为 10^{-4} 应变率下的单轴抗压强度, MPa, 取 205.2 MPa。

三轴试验围压取 6 个值, 分别为 20、50、80、110、140 和 170 MPa, 将单轴抗压强度的试验数据带入式 (12),

$$m = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2 - \sigma_c^2}{\sigma_c \sigma_3} \quad (12)$$

可以求得岩石参数 m , 结果如表 5 所示。

表 5 岩石参数 m 值

Table 5 Values of parameter m

| Confining pressure/MPa | m | | | |
|------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------------|
| | 10^{-4} s^{-1} | 10^{-3} s^{-1} | 10^{-1} s^{-1} | 10^0 s^{-1} |
| 20 | 10.96 | 19.69 | 21.08 | 24.43 |
| | 1.3 | 40.18 | 46.22 | 53.73 |
| | 6.05 | 25.94 | 27.15 | 34.89 |
| 50 | 21.32 | 26.62 | 27.18 | 25.75 |
| | 29.84 | 21.61 | 17.31 | 36.04 |
| | 18.35 | 23.44 | 22.49 | 28.12 |
| 80 | 27.56 | 25.17 | 36.49 | 25.12 |
| | 25.53 | 36.91 | 11.32 | 27.71 |
| | 22.02 | 29.07 | 23.15 | 14.74 |
| 110 | 21.14 | 17.68 | 21.46 | 27.4 |
| | 17.47 | 25.98 | 19.85 | 19.9 |
| | 30.11 | 20.1 | 19.87 | 27.75 |
| 140 | 20.76 | 11.62 | 15.11 | 17.58 |
| | 23.93 | 15.98 | 17.44 | 17.51 |
| | 21.52 | 19.95 | 24.69 | 19.15 |
| 170 | 24.08 | 18.13 | 17.27 | 17.03 |
| | 14.66 | 23.92 | 24.65 | 17.56 |
| | 13.43 | 24.58 | 18.07 | 17.95 |

观察 4 种应变率下 m 的均值可以发现, 试验求得的数据与查表所得的岩石参数 m 存在一定差距。首先考虑低围压情况, 选取围压为 20、50 和 80 MPa 的数据拟合不同应变率下岩石参数 m 的变化趋势, 如图 10 所示。从图 10 中发现, 随应变率的增大, 岩石参数 m 整体呈上升趋势, 对不同应变率量级的岩石参数 m 进行拟合, 如式(13)所示。

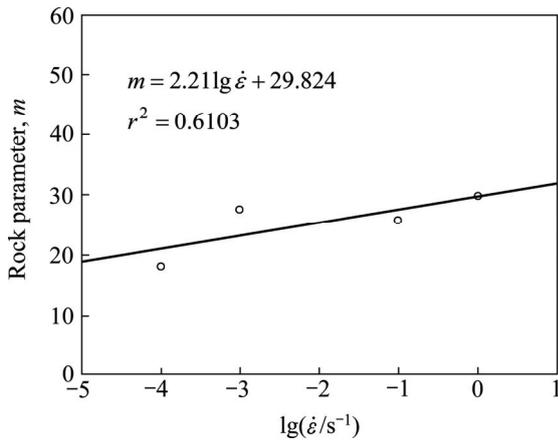


图 10 低围压下岩石参数与应变率的变化规律

Fig. 10 Variation of rock parameter with strain rates under low confining pressure

$$m_{\dot{\epsilon}} = m_0 + 2.21\lg(\dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0) \quad (13)$$

式中： $m_{\dot{\epsilon}}$ 为应变率 $\dot{\epsilon}$ 对应的岩石参数； m_0 为应变率 $\dot{\epsilon}_0$ (10^{-4} s^{-1}) 对应的岩石参数，取 18.10。

根据式(13)可以得到在低围压下花岗岩的动态 Hoek-Brown 准则：

$$\sigma_{1\dot{\epsilon}} = \sigma_3 + (7.7626 \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} + \sigma_c^0) \cdot \left(\left(m_0 + 2.21 \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \frac{\sigma_3}{7.7626 \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} + \sigma_c^0} + 1 \right)^{0.5} \quad (14)$$

用式(14)计算出不同应变率量级下的抗压强度，试验数据与理论数据对比如图 11 所示。从图中可以看出，大多数情况下，试验数据与用式(14)计算得到的理论数据基本吻合，说明动态 Hoek-Brown 准则在低围压范围内具有适用性。

考察高围压情况，不同应变率量级下的岩石参数 m 的平均值分别为 19.45、23.70、22.82 和 25.13，对其进行拟合，得到岩石参数 m 与应变率的关系曲线如图 12 所示。从图 12 可以看出，在 4 个应变率量级下的试验数据与理论数据十分吻合。由图 12 中岩石参数 m 与应变率的关系式可以得出式(15)，

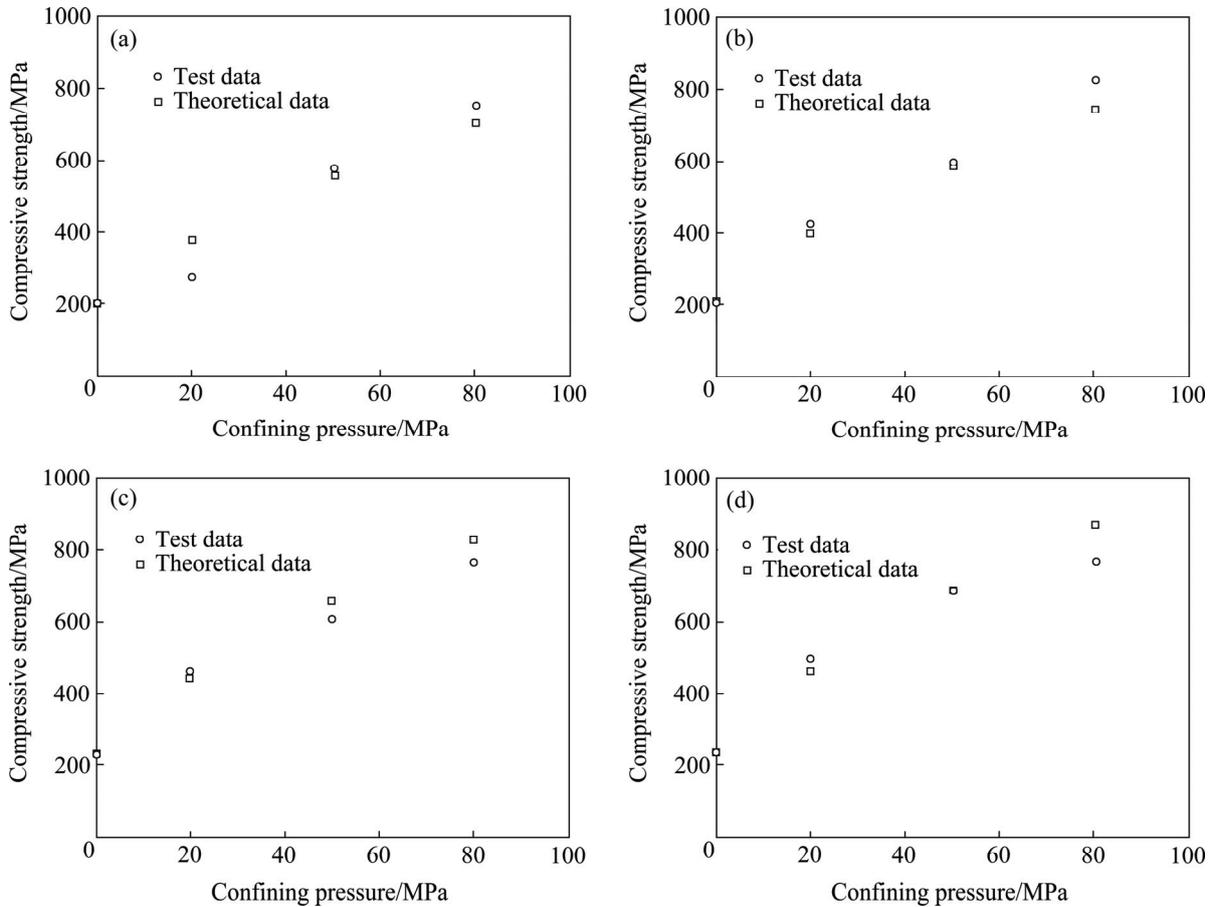


图 11 动态 Hoek-Brown 准则理论结果与低围压试验数据的对比

Fig. 11 Comparison of dynamic Hoek-Brown criterion theoretical results and low confining pressure test data: (a) 10^{-4} s^{-1} ; (b) 10^{-3} s^{-1} ; (c) 10^{-1} s^{-1} ; (d) 10^0 s^{-1}

$$m_{\dot{\epsilon}} = m_0 + 1.05 \lg(\dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0) \quad (15)$$

式中: m_0 为应变率 $\dot{\epsilon}_0$ (10^{-4} s^{-1}) 对应的岩石参数, 取 19.45。

根据式 (15) 可以得到高围压下的岩石动态 Hoek-Brown 准则的表达式为

$$\sigma_{1\dot{\epsilon}} = \sigma_3 + (7.7626 \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} + \sigma_c^0) \cdot \left[\left(m_0 + 1.05 \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \frac{\sigma_3}{7.7626 \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} + \sigma_c^0} + 1 \right]^{0.5} \quad (16)$$

用式(16)计算不同应变率及不同围压下花岗岩的抗压强度, 图 13 给出了计算值与试验值的对比。可以认为, 拟合效果相对较好。

为了建立应变率效应下的岩石动态 Hoek-Brown 准则, 本研究另外分别计算了从低到高 4、5、6 和 7 个围压下岩石参数 m 的值, 对岩石参数 m 的值用稳健

回归方法进行拟合, 得到 4、5、6 和 7 个围压下的相关系数, 分别为 0.7812、0.7973、0.8475 和 0.7935, 可以看出, 4 种围压下的相关系数在 0.8 左右波动, 但是变化并不大。比较图 10 与图 12 中的理论数据与试

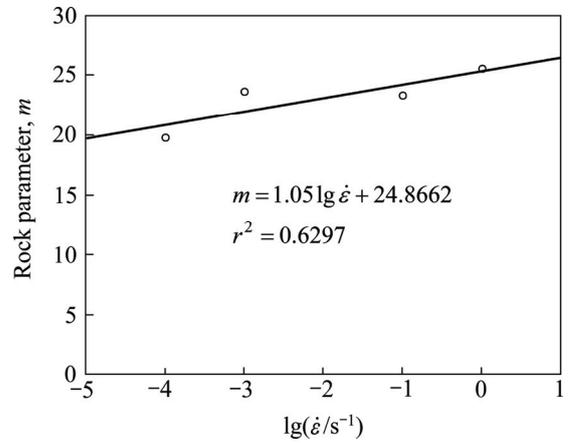


图 12 岩石参数 m 与应变率的关系

Fig. 12 Relationship between rock parameters m and strain rate

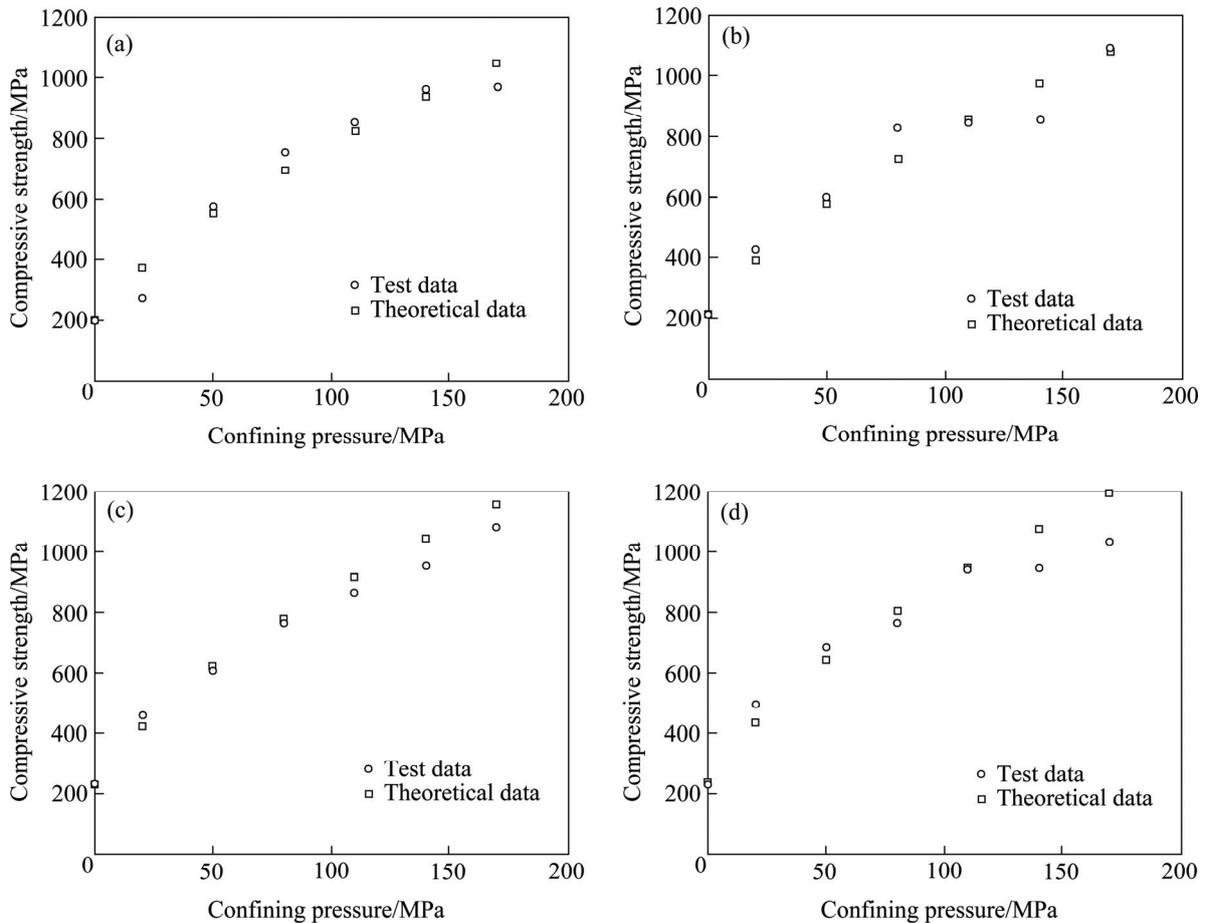


图 13 动态 Hoek-Brown 准则理论结果与高围压试验数据的比较

Fig. 13 Comparison of dynamic Hoek-Brown criterion theoretical results and high confining pressure test data: (a) 10^{-4} s^{-1} ; (b) 10^{-3} s^{-1} ; (c) 10^{-1} s^{-1} ; (d) 10^0 s^{-1}

验数据以及拟合的相关系数 r 可以看出应变率效应下的岩石动态 Hoek–Brown 准则在低围压和高围压下均适用。

4 结论

1) 岩石 Mohr–Coulomb 准则中粘聚力 c 和内摩擦角 φ 在动载荷作用下并不是定值, 而是受应变率影响比较显著; 岩石 Hoek–Brown 准则中岩石参数 m 也受到应变率的影响。

2) 在应变率的影响下, 粘聚力 c 和内摩擦角 φ 与应变率的对数呈线性关系, 粘聚力 c 随着应变率的对数的增大而增大, 内摩擦角 φ 随着应变率对数的增大而减小, 粘聚力 c 的变化较内摩擦角 φ 的变化明显。应变率效应下花岗岩的动态 Mohr–Coulomb 准则表达式如下:

$$\sigma_{1\dot{\varepsilon}} = \frac{1 + \sin(\varphi_0 - 0.7385 \lg \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0})}{1 - \sin(\varphi_0 - 0.7385 \lg \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0})} \sigma_3 + \frac{2(c_0 + 6.4488 \lg \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}) \cos(\varphi_0 - 0.7385 \lg \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0})}{1 - \sin(\varphi_0 - 0.7385 \lg \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0})}$$

岩石的种类不同, $\lg(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_0)$ 的系数也不一样。

3) 在不同的应变率量级条件下, Hoek–Brown 准则中的岩石参数 m 随应变率的增大, 整体呈上升趋势。岩石参数 m 与应变率的对数呈线性关系。基于应变率效应的花岗岩动态 Hoek–Brown 准则表示如下:

$$\sigma_{1\dot{\varepsilon}} = \sigma_3 + (7.7626 \lg \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} + \sigma_c^0) \cdot \left[\left(m_0 + 1.05 \lg \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \frac{\sigma_3}{7.7626 \lg \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} + \sigma_c^0} + 1 \right]^{0.5}$$

岩石的种类不同, $\lg(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_0)$ 的系数也不一样。

4) 通过理论数据与试验数据的对比发现, 应变率效应下的动态 Mohr–Coulomb 准则适用于低围压情况, 动态 Hoek–Brown 准则既适用于低围压也适用于高围压情况。

5) 由于缺少不同应变率下(尤其 10^0 s^{-1} 量级)的单轴以及三轴试验, 本研究主要是基于参考文献[11–12]提供的试验数据开展的, 研究结果受到原有数据离散性的影响。在今后的工作中, 需要加强岩石类材料在

高应变率下的三轴试验工作, 进而进一步科学考察动态 Mohr–Coulomb 准则和 Hoek–Brown 准则的适用性。

REFERENCES

- [1] BARTON N. Shear strength criteria for rock, rock joints, rockfill and rock masses: problems and some solutions[J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2013, 5(4): 249–261.
- [2] ZUO Jian-ping, LIU Hui-hai, LI Hong-tao. A theoretical derivation of the Hoek–Brown failure criterion for rock materials[J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2015, 7(4): 361–366.
- [3] 李夕兵. 岩石动力学基础与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2014.
LI Xi-bing. *Rock dynamics fundamentals and applications*[M]. Beijing: Science Press, 2014.
- [4] 朱晶晶, 李夕兵, 宫凤强, 王世鸣, 贺威. 冲击载荷作用下砂岩的动力学特性及损伤规律[J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2012, 43(7): 2701–2707.
ZHU Jing-jing, LI Xi-bing, GONG Feng-qiang, WANG Shi-ming, HE Wei. Experimental test and damage characteristics of sandstone under uniaxial impact compressive loads[J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2012, 43(7): 2701–2707.
- [5] 钱七虎, 戚承志. 岩石、岩体的动力强度与动力破坏准则[J]. *同济大学学报*, 2008, 36(12): 1600–1605.
QIAN Qi-hu, QI Cheng-zhi. Dynamic strength and dynamic fracture criteria of rock and rock mass[J]. *Journal of Tongji University*, 2008, 36(12): 1600–1605.
- [6] QIAN Qi-hu, QI Cheng-zhi, WANG Ming-yang. Dynamic strength of rocks and physical nature of rock strength[J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2009, 1(1): 1–10.
- [7] ZHAO Jian. Applicability of Mohr–Coulomb and Hoek–Brown strength criteria to the dynamic strength of brittle rock[J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2000, 37: 1115–1121.
- [8] 宫凤强, 陆道辉, 李夕兵, 饶秋华. 不同应变率下砂岩动态强度准则的试验研究[J]. *岩土力学*, 2013, 34(9): 2433–2441.
GONG Feng-qiang, LU Dao-hui, LI Xi-bing, RAO Qiu-hua. Experimental research of sandstone dynamic strength criterion under different strain rates[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2013, 34(9): 2433–2441.
- [9] 卢志堂, 王志亮. 中高应变率下花岗岩动力特性三轴实验研究[J]. *岩土工程学报*, 2016, 38(6): 1087–1094.
LU Zhi-tang, WANG Zhi-liang. Triaxial test study on dynamic properties of granite under medium-high strain rate loading[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2016, 38(6): 1087–1094.

- [10] 陈勇, 王志亮. 华山花岗岩动力学行为与破坏准则研究[J]. 水文地质工程地质, 2014, 41(3): 66-69.
CHEN Yong, WANG Zhi-liang. A study of the dynamic behavior and failure criterion of the granite in Huashan[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2014, 41(3): 66-69.
- [11] LI Hai-bo, ZHAO Jian, LI Ting-jie. Triaxial compression tests on a granite at different strain rate and confining pressures[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 1999, 36(8): 1057-1063.
- [12] ZHAO Jian, LI Hai-bo, WU Mian-ba, LI Ting-jie. Dynamic uniaxial compression tests on a granite[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1999, 36(2): 273-277.
- [13] 张耀平, 曹平, 董陇军. 岩石抗剪强度计算的稳健回归模型及其应用[J]. 科技导报, 2010, 28(7): 91-95.
ZHANG Yao-ping, CAO Ping, DONG Long-jun. A robust regression model and its application in calculating shear strength of rock[J]. Science and Technology Review, 2010, 28(7): 91-95.
- [14] 宫凤强, 侯尚骞, 岩小明. 基于正态信息扩散原理的 Mohr-Coulomb 强度准则参数概率模型推断方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(11): 2225-2234.
GONG Feng-qiang, HOU Shang-qian, YAN Xiao-ming. Probability model deduction method of Mohr-Coulomb criteria parameters based on normal information diffusion principle[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(11): 2225-2234.
- [15] HOEK E, BROWN E T. Underground excavation in rock[M]. London: Institution of Mining and Metallurgy, 1980.
- [16] HOEK E, BROWN E T. Practical estimates of rock mass strength[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 1997, 34(8): 1165-1186.

Rock dynamic Mohr-Coulomb and Hoek-Brown criteria based on strain rate effect

GONG Feng-qiang^{1,2,3}, SI Xue-feng¹, LI Xi-bing^{1,3}, TAO Ming¹

(1. School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China;

2. State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221008, China;

3. Advanced Research Center of CSU, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: Considering the changes of strength criterion parameters cohesion c , internal friction angle φ and rock material constants m with the increase of strain rate, the rock dynamic Mohr-Coulomb criterion and Hoek-Brown criterion based on strain rate effect were proposed in this study. According to the triaxial experimental data of a granite under six confining pressures, the results show that, when the strain rate increases from 10^{-4} s^{-1} to 10^0 s^{-1} , the cohesion c and rock material constants m increase, while the internal friction angle φ decreases with the increase of strain rate. The relationship between each strength criterion parameter and strain rate is given firstly. On this basis, the expression of dynamic Mohr-Coulomb criterion and Hoek-Brown criterion considering strain rate effect are presented, respectively. Through the comparison of theoretical calculation results with the experimental data, it can be concluded that the dynamic Mohr-Coulomb criterion is suitable for low confining pressure situation, while the dynamic Hoek-Brown criterion is applicable under low and high confining pressure conditions.

Keywords: rock mechanics; shear strength parameters; strain rate; dynamic Mohr-Coulomb criterion; dynamic Hoek-Brown criterion

Foundation item: Projects(41472269, 41102170) supported by the National Natural Science Foundation of China; Project(SKLGDUK1104) supported by State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining & Technology; Project(2015CX005) supported by Innovation Driven Plan of Central South University

Received date: 2016-04-20; **Accepted date:** 2016-06-21

Corresponding author: GONG Feng-qiang; Tel: +86-18175973819; E-mail: fengqiangg@126.com

(编辑 何学锋)