



## 基于内变量的 TA15 板材室温拉伸力学性能预测模型

杨 雷<sup>1</sup>, 王宝雨<sup>1</sup>, 刘 钢<sup>2</sup>, 赵慧俊<sup>1</sup>

(1. 北京科技大学 机械工程学院, 北京 100083; 2. 哈尔滨工业大学 材料科学与工程学院, 哈尔滨 150001)

**摘 要:** 通过真空退火处理得到具有不同  $\beta$  相含量的 TA15 板材, 并对其进行室温单轴拉伸试验, 获得不同  $\beta$  相含量板材的真应力-应变曲线, 并采用 Bridgman 公式对颈缩阶段应力进行了修正。结果表明: 随着  $\beta$  相含量的增加, 拉伸断裂应变明显增大。分别考虑  $\alpha$  与  $\beta$  相室温变形行为, 基于连续损伤力学建立了一套耦合位错密度和微观损伤的单轴拉伸本构模型。通过不同  $\beta$  相含量试样的应力-应变曲线, 采用遗传算法确定本构方程常数。利用  $\beta$  相含量为 18.63% 和 20.04% 的试样的应力-应变曲线对所建模型进行验证, 计算值与试验值吻合较好。

**关键词:** TA15 钛合金; 塑性损伤; 位错密度; 本构模型; 遗传算法

中图分类号: TG146.2

文献标志码: A

## Prediction model of tensile mechanical properties of TA15 sheet at room temperature based on internal variables

YANG Lei<sup>1</sup>, WANG Bao-yu<sup>1</sup>, LIU Gang<sup>2</sup>, ZHAO Hui-jun<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China;

2. School of Materials Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** The sheet specimens of TA15 sheet with different volume fractions of  $\beta$  phase were obtained by vacuum annealing. Then, the stress-strain curves of sheet with different volume fractions of  $\beta$  phase were obtained by tensile test at room temperature, and the true stress after necking was corrected through the well-known Bridgman equations. The results indicate that the tensile strength increases slightly with the volume fraction of  $\beta$  phase. With increasing volume fraction of  $\beta$  phase, the fracture strain increases significantly. Considering the flow behavior of two phases, respectively, a set of constitutive equations coupling dislocation density and damage based on the continuum damage mechanics were developed. The model constants were determined using genetic optimization algorithm (GA). The stress-strain curves of the sheet with 18.63% and 20.04%  $\beta$  phase were used to evaluate the proposed model. The good agreements between the experimental and computed results are obtained.

**Key words:** TA15 Ti alloy; ductile damage; dislocation density; constitutive model; genetic algorithm

TA15 钛合金是一种高 Al 当量近  $\alpha$  钛合金, 既具有  $\alpha$  型钛合金良好的高温强度和可焊性, 又具有接近于  $\alpha+\beta$  型钛合金的工艺塑性<sup>[1-3]</sup>。近  $\alpha$  钛合金由六方晶格的  $\alpha$  相和体心立方晶格的  $\beta$  相构成<sup>[4-5]</sup>, 其力学性能取决于这两种相的比例、形态、尺寸和分布<sup>[6-8]</sup>。目前, 多是采用回归分析<sup>[9]</sup>和神经网络等<sup>[10-11]</sup>黑箱式手

段研究工艺参数与微观组织及力学性能的关系。

近年来, 基于损伤力学的材料力学性能和成形性能理论预测成为研究热点<sup>[12-15]</sup>。BRUNET 等<sup>[13]</sup>采用 Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) 模型对钛合金薄板成形极限进行了研究。王明正等<sup>[14]</sup>采用反向标定法确定了 TC4 钛合金 GTN 损伤模型参数, 分析了各模型

参数对应力应变曲线的影响。KATANI 等<sup>[15]</sup>采用 GTN 模型对 TC4 钛合金拉伸过程进行研究,认为空洞主要在  $\alpha$  相与  $\beta$  相界面上强度较弱的一侧形核,并导致应力应变集中和最终的断裂。LIN 等<sup>[16]</sup>提出了基于位错密度的统一本构模型,之后又将损伤耦合进该本构框架对钢<sup>[17]</sup>、铝合金<sup>[18]</sup>的塑性损伤行为进行了研究。

本文作者首先对 TA15 原始板材进行真空退火处理,获得不同  $\beta$  相含量的试样。然后对其进行室温单轴拉伸,并对颈缩段应力-应变曲线进行了修正。基于 TA15 塑性变形机理和损伤机理,建立了耦合损伤的统一本构方程。通过遗传算法确定了模型常数,所确定的模型能够较好的预测 TA15 板材室温拉伸强度和断裂应变。

# 1 实验

## 1.1 试验材料

试验用 TA15 钛合金为公称厚度 1.4 mm 的冷轧板材,由航天特种材料及工艺技术研究所提供, $\beta$  相变温度为 990 ,化学成分如表 1 所列。

表 1 TA15 钛合金化学成分

| Table 1 Chemical composition of TA15 titanium alloy |      |      |      |      |
|-----------------------------------------------------|------|------|------|------|
| Al                                                  | Zr   | Mo   | V    | Ti   |
| 6.67                                                | 1.97 | 1.41 | 1.18 | Bal. |

## 1.2 试验方法

沿原始板材轧制方向割取矩形热处理试样,用酒精对样品进行清洗,随后用超声波清洗干净,晾干后封存在真空度为  $1 \times 10^{-5}$  MPa 的石英玻璃管内备用,如图 1 所示。



图 1 TA15 板材退火前的照片  
Fig. 1 Photo of TA15 sheet before annealing

采用如表 2 所示的退火工艺对制备好的试样进行真空退火处理。从热处理后的板材中割取金相试样,按照 ASTM E3—11 标准制备金相样,腐蚀液配比为  $V(\text{HF}):V(\text{HNO}_3):V(\text{H}_2\text{O})=1:3:7$ ,采用扫描电子显微镜 (SEM) 观察组织。采用图像处理软件 Image-Pro 完成统计  $\beta$  相含量定量统计,每一试样上取 3 个视场进行统计,最后计算其平均值。

表 2 TA15 钛合金退火热处理试验方案

Table 2 Annealing heat treatment experiment of TA15 titanium alloy

| Sample No. | Annealing pattern           | Annealing process |
|------------|-----------------------------|-------------------|
| A1         | Normal annealing            | 750 , 2 h, AC     |
| A2         |                             | 800 , 2 h, AC     |
| B1         | Recrystallization annealing | 850 , 2 h, AC     |
| B2         |                             | 900 , 2 h, AC     |
| B3         |                             | 930 , 2 h, AC     |

热处理之后的试样经线切割得到如图 2 所示的室温拉伸试样,并用 800<sup>#</sup> SiC 砂纸将试样切割面打磨至表面光亮无明显凹痕。室温拉伸性能测试在电子万能试验机 CMT-4105 进行,采用室温引伸计控制和测量变形量,因变形在室温下进行,变形速率对力学性能影响不大,因此,变形速率按照室温拉伸标准规定的范围设定为  $0.001 \text{ s}^{-1}$ 。

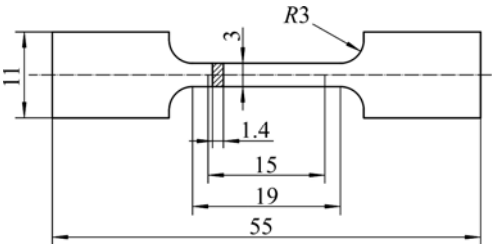


图 2 TA15 板材室温拉伸试样  
Fig. 2 Room temperature tensile test specimen of TA15 sheet (Unit: mm)

# 2 结果与分析

TA15 板材退火组织如图 3 所示,图中凸起的白色相为  $\beta$  相,黑色相为  $\alpha$  相。对比发现:经过 750 保温 2 h+(空冷, 800 )保温 2 h+(空冷, 850 )保温 2 h+空冷组织形貌相同,只是初生  $\alpha$  和  $\beta$  相含量比例不同,经过 900 和 930 退火处理后初生  $\alpha$  相、次生  $\alpha$  相略有长大,而  $\beta$  相含量减少。

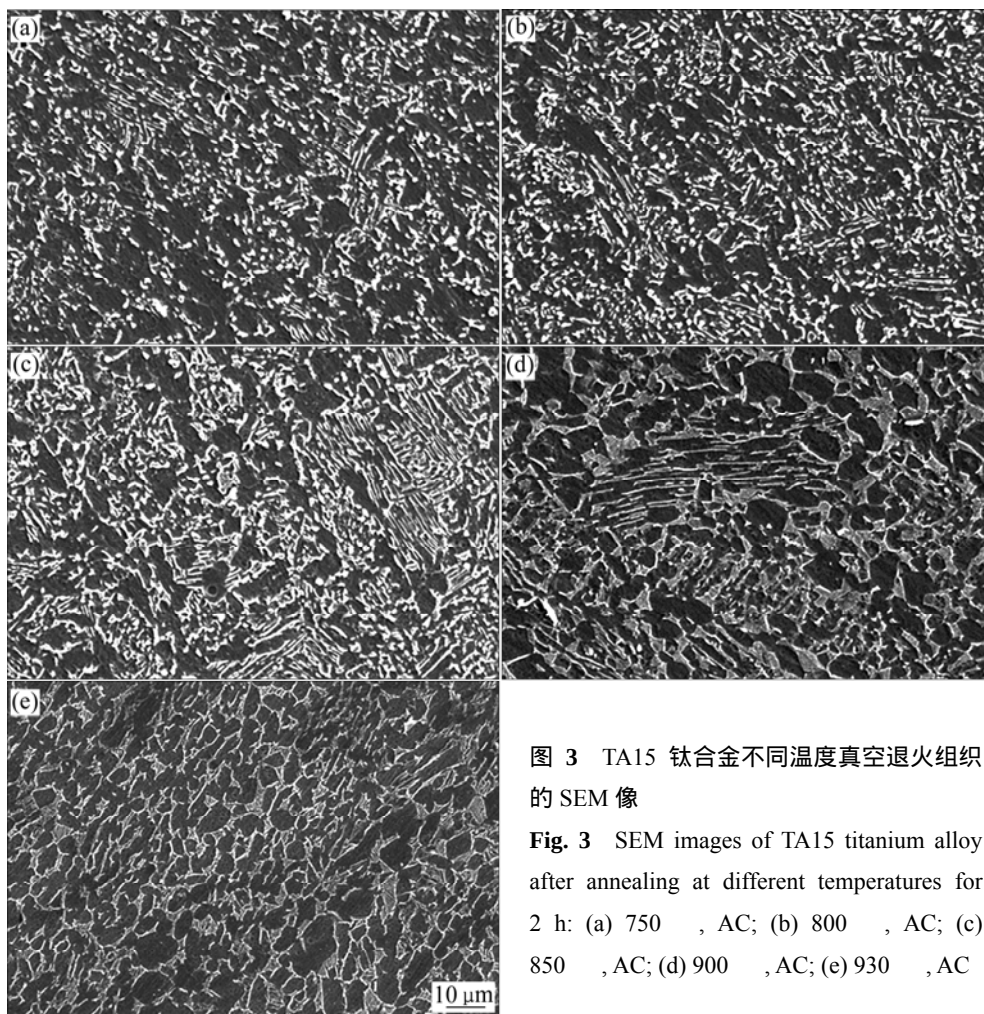


图 3 TA15 钛合金不同温度真空退火组织的 SEM 像

Fig. 3 SEM images of TA15 titanium alloy after annealing at different temperatures for 2 h: (a) 750 °C, AC; (b) 800 °C, AC; (c) 850 °C, AC; (d) 900 °C, AC; (e) 930 °C, AC

不同热处理工艺条件试样的  $\beta$  相体积分数和室温拉伸断裂应变如图 4 所示。拉伸极限应变随着  $\beta$  相含量的增加而增大,这主要是因为 TA15 为近  $\alpha$  钛合金,组织由六方晶格类型的  $\alpha$  相和体心立方的  $\beta$  相构成,在室温下  $\alpha$  相的滑移系要远少于  $\beta$  相的滑移系, $\beta$  相塑性比  $\alpha$  相好<sup>[3, 17, 19]</sup>,因此,在忽略两相各自的形貌及尺寸影响的条件下, $\beta$  相体积分数增加可以有效改善 TA15 钛合金的塑性。

出现颈缩后,缩颈处面积的减小使得拉伸载荷下降,截面上应力分布不均匀,且逐渐转变为三向应力状态,故需要对颈缩后的真应力值进行修正。ZHANG 等<sup>[20]</sup>证明了 BRIDGMAN<sup>[21]</sup>的公式(见式(1))适用于板材拉伸颈缩阶段应力修正。

$$\sigma_c = \left[ \left( 1 + \frac{2R}{a} \right) \ln \left( 1 + \frac{a}{2R} \right) \right]^{-1} \cdot \sigma \quad (1)$$

式中: $a$  为颈缩处最小半径; $R$  为颈缩曲面沿板材长度方向圆弧的曲率半径; $\sigma_c$  为修正后的应力; $\sigma$  为不

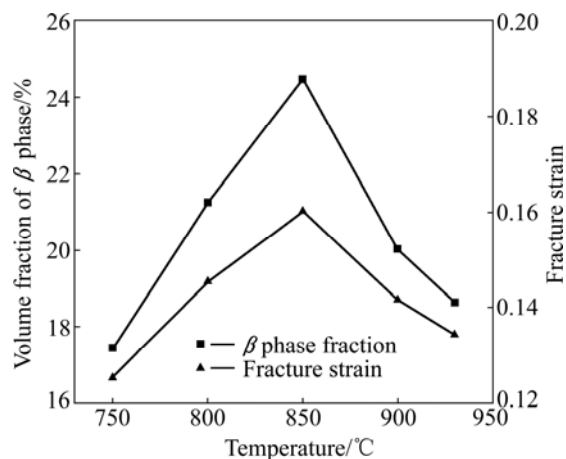


图 4 TA15 钛合金退火金相组织  $\beta$  相含量及室温拉伸断裂应变

Fig. 4 Volume fraction of  $\beta$  phase and strain to failure of TA15 titanium alloy after annealing

考虑颈缩影响的应力。

BRIDGMAN<sup>[21]</sup>公式中的  $a$  和  $R$  在实际应用中很

难获得。LE 等<sup>[22]</sup>提出了计算颈缩几何参数的经验公式(2):

$$\frac{a}{R} = 1.1(\varepsilon - \varepsilon_{p_{\max}}) \quad (2)$$

式中:  $\varepsilon_{p_{\max}}$  为载荷达到最大值时的应变;  $\varepsilon$  为应变。

采用式(1)和(2)修正后,不同  $\beta$  相含量试样室温拉伸真应力-应变曲线如图 5 所示。不同  $\beta$  相含量试样的屈服强度均在 900 MPa 左右、抗拉强度在 1035 MPa 左右,这说明  $\beta$  相体积分数在 17%~25%范围波动对 TA15 室温强度影响不大,主要原因是由于退火处理完后,试样初生  $\alpha$  相仍占主体地位,且初生  $\alpha$  相的尺寸差别不大。 $\beta$  相含量对 TA15 板材室温拉伸塑性影响显著,室温拉伸发生颈缩时的应变和断裂应变均随着  $\beta$  相体积分数增加而增大,其主要原因是塑性较好的  $\beta$  相增多。

不同  $\beta$  相含量拉伸试样的断口形貌如图 6 所示。不同  $\beta$  相含量试样断口形貌均是由深浅不一的韧窝构成,说明 4 种不同  $\beta$  相含量试样断裂均为韧性断裂,

即由微损伤形核—长大—聚合机制导致的断裂。对比不同  $\beta$  相含量试样的断口形貌,可以发现含有 17.43%  $\beta$  相试样的韧窝最浅,该试样的断裂应变也最小,随

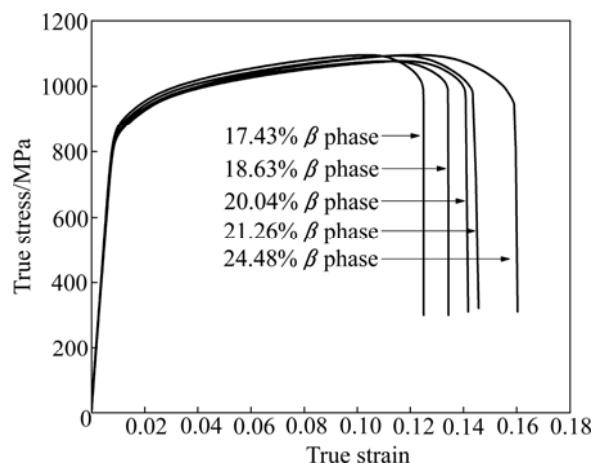


图 5 不同  $\beta$  相体积分数 TA15 钛合金室温拉伸真应力-应变曲线

Fig. 5 True stress-strain curves of TA15 titanium alloy with different fractions of  $\beta$  phase at room temperature

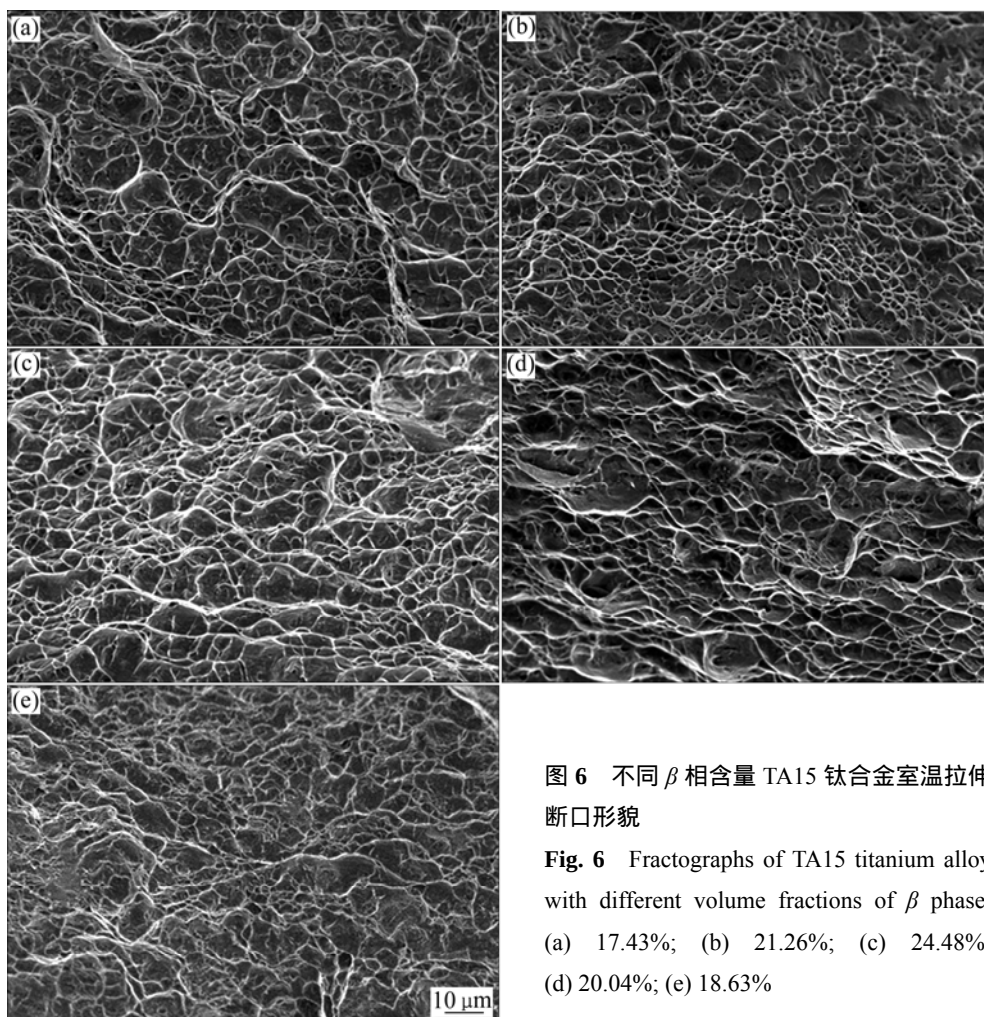


图 6 不同  $\beta$  相含量 TA15 钛合金室温拉伸断口形貌

Fig. 6 Fractographs of TA15 titanium alloy with different volume fractions of  $\beta$  phase: (a) 17.43%; (b) 21.26%; (c) 24.48%; (d) 20.04%; (e) 18.63%

着 $\beta$ 相含量增加,试样断口上的韧窝深度和数量均有增加,所对应拉伸试样的断裂应变也相应增大。主要原因是室温下体心立方晶体结构的 $\beta$ 相比密排六方晶体结构的 $\alpha$ 相塑性好,因此, $\beta$ 相增多能够明显提高塑性。

### 3 本构模型建立

#### 3.1 本构方程建立

##### 3.1.1 塑性流动法则

图7所示为流动应力的分解示意图。在统一本构理论中,流动应力 $\sigma$ 可分解为初始屈服应力 $k$ ,各向同性强化应力 $R$ 以及黏塑性流动应力 $\sigma_v$ 。其中, $\sigma_v$ 可以表示为

$$\sigma_v = \sigma - R - k = K \dot{\epsilon}_p^m \quad (3)$$

式中: $m$ 为应变率敏感系数。

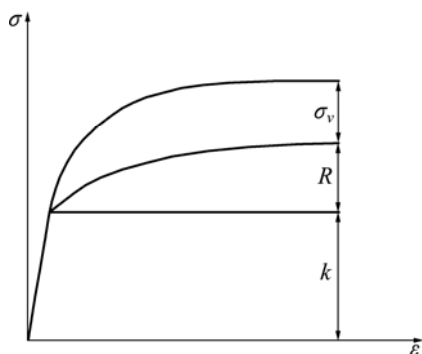


图7 流动应力的分解示意图

Fig. 7 Schematic diagram of decomposition of flow stress

由式(3)可以得到王明正等<sup>[14]</sup>和 LIN 等<sup>[17-18, 23]</sup>采用的式(4)描述应变率。

$$\dot{\epsilon}_p = \left( \frac{\sigma - R - k}{K} \right)^n \quad (4)$$

式中: $m$ 为应变率敏感系数; $k$ 为材料常数; $\dot{\epsilon}_p$ 为塑性应变率; $\sigma$ 为流动应力; $R$ 为材料各向同性强化引起流动应力增量; $k$ 为材料的初始屈服应力; $n=1/m$ 为黏塑性指数, $n$ 为0.4~1用于描述超塑性变形行为, $n$ 为1~10用于描述黏塑性变形行为,当 $n$ 趋于无穷大时, $m$ 趋近于0,此时, $\sigma_v$ 趋近于 $K$ ,即此时金属的变形为理想弹塑性变形行为。

在冷成形中,加工硬化是由于可动位错被困于材料晶格内部,与其他的位错相互作用纠缠,形成新的

位错滑移阻碍,由于位错相互作用引起的滑移抗力与 $\sqrt{\bar{\rho}}$ 呈正比例关系<sup>[21]</sup>,本文作者采用 LIN 等<sup>[17]</sup>提出加工硬化应力与位错的关系式(5)。

$$R = B \bar{\rho}^{0.5} \quad (5)$$

式中: $B$ 为材料常数; $\bar{\rho}$ 为等效位错密度。

##### 3.1.2 两相变形混合机制

目前,应用较多的混合机制有 TAYLOR 叠加法<sup>[24]</sup>、SACHS 模型以及基于均值自洽理论的混合机制<sup>[19, 25-26]</sup>。根据 REUSS 简化准则<sup>[27-28]</sup>, $\alpha$ 相与 $\beta$ 相的应力都等于该合金的宏观等效应力,宏观等效应变为两相各自等效应变按照体积平均混合机制进行计算,如式(6)所示。

$$\dot{\epsilon}_p = \dot{\epsilon}_{p,\alpha}(1 - f_\beta) + \dot{\epsilon}_{p,\beta}f_\beta \quad (6)$$

式中: $\dot{\epsilon}_{p,\alpha}$ 为 $\alpha$ 相塑性应变率; $\dot{\epsilon}_{p,\beta}$ 为 $\beta$ 相塑性应变率; $f_\beta$ 为 $\beta$ 相体积分。

由于 $\alpha$ 相比 $\beta$ 相硬,两相之间的塑性流动不等。因此, $\alpha$ 相的应变率和 $\beta$ 相的应变率必须要分开建模。在前面已确定的黏塑性材料的流动法则基础上,两者可以描述为

$$\dot{\epsilon}_{p,\alpha} = \left( \frac{\sigma - R - k_\alpha}{K_\alpha} \right)^n \quad (7)$$

$$\dot{\epsilon}_{p,\beta} = \left( \frac{\sigma - R - k_\beta}{K_\beta} \right)^n \quad (8)$$

式中: $k_\alpha$ 、 $k_\beta$ 、 $K_\alpha$ 、 $K_\beta$ 、 $n$ 均为材料常数。由于 $\alpha$ 相和 $\beta$ 相中的主要元素都是钛,两相的初始屈服应力是相近的,根据 HE 等<sup>[5]</sup>所做纳米压痕试验, $\alpha$ 相和 $\beta$ 相的纳米硬度分别为6.44 GPa和4.29 GPa, $\alpha$ 相和 $\beta$ 相的纳米硬度比值约为0.7,BAI 等<sup>[23]</sup>根据纳米压痕实验结果假设 Ti-6Al-4V 钛合金的 $k_\beta=0.8k_\alpha$ , $K_\beta=0.9K_\alpha$ ,因此,本研究中令 $k_\beta=0.7k_\alpha$ , $K_\beta=0.9K_\alpha$ 。

##### 3.1.3 位错密度模型

对于一种材料,位错密度的实际值测量难度较大,因此,定义一个正则化位错密度 $\bar{\rho}$ 来衡量其相对大小<sup>[29]</sup>,可表示为

$$\bar{\rho} = 1 - \rho_i / \rho \quad (9)$$

式中: $\rho_i$ 为材料初始位错密度; $\rho$ 为变形过程中材料的位错密度。变形前 $\bar{\rho}$ 为0表示完全退火态的材料位错密度,随着材料变形位错密度逐渐增加,达到饱和

状态时  $\bar{\rho}$  趋向于 1 表示完全加工硬化状态材料的位错密度, 需要注意的是  $\bar{\rho}$  并非实际位错密度。

在室温变形条件下, 位错密度的变化率与材料的动态回复和静态回复有关<sup>[17]</sup>, 其表达式为

$$\dot{\bar{\rho}} = A(1 - \bar{\rho}) \left| \dot{\varepsilon}_p \right|^{\delta_1} - C \bar{\rho}^{\delta_2} \quad (10)$$

式中:  $A$ 、 $C$ 、 $\delta_1$  和  $\delta_2$  为材料常数。

式(10)右边第一项为塑性应变与动态回复对位错密度的影响, 第二项为静态回复对位错密度的影响。

### 3.1.4 损伤演化方程

塑性损伤是金属发生塑性变形直至断裂破坏的过程, 是金属中的空洞不断扩展的过程, 目前大多数的研究都认为, 塑性损伤分为 3 个过程, 空洞形核—长大—聚合<sup>[30-33]</sup>。GREENFIELD 等<sup>[31]</sup>认为  $\alpha$ - $\beta$  钛合金空洞形核、长大的主要机理是  $\alpha$  相与  $\beta$  相界面变形不协调。根据双相钛合金室温拉伸过程的损伤机理, 并参考 MOHAMED 等<sup>[18]</sup>、LIN 等<sup>[30]</sup>、KHALEEL 等<sup>[33]</sup>、周靖等<sup>[34]</sup>所提出的损伤演化方程形式, 本文作者提出式(11)所示的损伤演化方程, 其中式子的第一项描述两相变形不协调引起的空洞形核, 第二项描述材料总体变形引起的空洞长大与聚合, 两项叠加在一起表达材料损伤变量的变化率 ( $\dot{D}$ )。

$$\dot{D} = d_1(1-D) \left| \dot{\varepsilon}_{p,\beta} - \dot{\varepsilon}_{p,\alpha} \right|^{d_2} + \frac{d_6 \cosh(d_3 \varepsilon_p)}{(1-D)^{d_4}} \dot{\varepsilon}_p^{d_5} \quad (11)$$

式中:  $d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_3$ 、 $d_4$ 、 $d_5$ 、 $d_6$  均为方程常数。 $d_1$  控制空洞形核速率大小;  $d_2$  为形核速率指数, 用于控制不同应变速率条件下的形核率大小;  $d_3$  用于控制应变对空洞长大速率的贡献;  $d_4$  用于控制临界断裂时的损伤值;  $d_5$  用于控制不同应变速率条件下空洞长大速率的差别;  $d_6$  用于总体上调空腔长大与聚合速率;  $D$  为材料的损伤变量, 代表材料的损伤程度。

根据试验结果分析可知,  $\beta$  相含量是影响 TA15 钛合金室温拉伸断裂应变的主要因素, 即随着  $\beta$  相含量增加, 微观损伤的形核与长大速率降低, 类比 LIN 等<sup>[17, 29]</sup>文章中有关温度相关材料常数表达形式, 将上述模型中损伤演化方程中材料常数表示为  $\beta$  相含量  $f_\beta$  的函数, 如式(12)~(17)所示:

$$d_1 = d_{10} \exp \left( \frac{Q_{d_1}}{f_\beta} \right) \quad (11)$$

$$d_2 = d_{20} \exp \left( \frac{Q_{d_2}}{f_\beta} \right) \quad (12)$$

$$d_3 = d_{30} \exp \left( -\frac{Q_{d_3}}{f_\beta} \right) \quad (13)$$

$$d_4 = d_{40} \exp \left( \frac{Q_{d_4}}{f_\beta} \right) \quad (14)$$

$$d_5 = d_{50} \exp \left( -\frac{Q_{d_5}}{f_\beta} \right) \quad (15)$$

$$d_6 = d_{60} \exp \left( \frac{Q_{d_6}}{f_\beta} \right) \quad (16)$$

考虑到损伤对材料承载能力的影响, 将式(7)和(8)中的  $\sigma$  替换为  $\sigma/(1-D)$  得到式(18)~(24)所示的基于位错密度的黏塑性损伤本构方程组。值得注意的是, 本文作者所提出的模型用于预测 TA15 板材室温单轴拉伸力学行为和极限应变。对于各向异性和运动强化材料, 则不能简单应用此模型, 而需要添加相应的内变量, 对模型进行扩展。

$$\dot{\varepsilon}_{p,\alpha} = \left( \frac{\sigma/(1-D) - R - k_\alpha}{K_\alpha} \right)^n \quad (18)$$

$$\dot{\varepsilon}_{p,\beta} = \left( \frac{\sigma/(1-D) - R - k_\beta}{K_\beta} \right)^n \quad (19)$$

$$\dot{\varepsilon}_p = \dot{\varepsilon}_{p,\alpha}(1 - f_\beta) + \dot{\varepsilon}_{p,\beta} f_\beta \quad (20)$$

$$\dot{\bar{\rho}} = A(1 - \bar{\rho}) \left| \dot{\varepsilon}_p \right|^{\delta_1} - C \bar{\rho}^{\delta_2} \quad (21)$$

$$R = B \bar{\rho}^{0.5} \quad (22)$$

$$\dot{D} = d_1(1-D) \left| \dot{\varepsilon}_{p,\beta} - \dot{\varepsilon}_{p,\alpha} \right|^{d_2} + \frac{d_6 \cdot \cosh(d_3 \varepsilon_p)}{(1-D)^{d_4}} \dot{\varepsilon}_p^{d_5} \quad (23)$$

$$\dot{\sigma} = (1-D)E(\dot{\varepsilon}_T - \dot{\varepsilon}_p) - \dot{D}E(\varepsilon_T - \varepsilon_p) \quad (24)$$

### 3.2 模型材料常数确定

本文作者提出的模型为一组高度非线性微分方程组, 解析方法求解困难。对于类似问题的求解, LIN 等<sup>[35-36]</sup>提出采用优化算法逐步的拉近理论曲线与试验曲线的距离, 进而确定模型常数。本文作者采用遗传优化算法对模型常数进行求解。

目标函数是描述理论计算值与试验值之间误差大小的数学表达, 它的好坏直接影响优化算法的效率和精度。本文作者采用 CAO 等<sup>[37]</sup>提出的目标函数:

$$f(X) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left\{ \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} r_{ij}^2 \right\} \quad (25)$$

$$r_{ij}^2 = \omega 1_{ij} \left( \ln \frac{\varepsilon^c \left( \varepsilon_{N_{ij}}^c \varepsilon_{ij}^e / \varepsilon_{N_{ij}}^e \right)}{\varepsilon_{ij}^e} \right)^2 +$$
$$\omega 2_{ij} \left( \ln \frac{\sigma^c \left( \sigma_{N_{ij}}^c \sigma_{ij}^e / \sigma_{N_{ij}}^e \right)}{\sigma_{ij}^e} \right)^2 \tag{26}$$

$$\omega 1_{ij} = \left( \sum_{j=1}^M N_j \right) \varepsilon_{ij}^e / \left( \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^{N_j} \varepsilon_{ij}^e \right) \tag{27}$$

$$\omega 2_{ij} = \left( \sum_{j=1}^M N_j \right) \sigma_{ij}^e / \left( \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^{N_j} \sigma_{ij}^e \right) \tag{28}$$

式中： $X$  为待确定的材料常数向量； $M$  为试验曲线条数； $N_j$  为第  $j$  条曲线上数据点数； $r_{ij}$  为权重距离； $\omega_{ij}$  为权重因子。

采用数值计算软件 Matlab 遗传算法工具箱对该问题进行优化，微分方程组采用显式欧拉法求解。采用 3 组室温拉伸应力应变数据(见图 8)确定模型常数，具体求解步骤如下。

1) 在每一条曲线上取 30 个数据点，描述试验曲线特征，其中前 26 个点描述弹性变形、加工硬化和稳态流动阶段，后 4 个点描述了试样由于损伤引起的应力下垂阶段，3 条曲线共 90 个数据点。

2) 采用每条曲线上的前 26 个试验点对未耦合损伤演化方程的模型常数向量  $X_1=[k_a, K_a, n, A, C, \delta_1, \delta_2, B]$  进行求解。

3) 固定基本模型常数  $X_1$ ，采用所有数据点对损伤相关常数向量  $X_2=[d_{10}, Q_{d1}, d_{20}, Q_{d2}, d_{30}, Q_{d3}, d_{40}, Q_{d4}, d_{50}, Q_{d5}, d_{60}, Q_{d6}]$  进行求解。

以第(3)步所确定的模型常数向量为初始值，对所有模型常数进行优化，最终确定的模型常数如表 3 所示。

表 3 TA15 统一损伤本构模型材料常数

Table 3 Material constants of TA15 unified viscoplastic damage constitutive model

| $k_a/\text{MPa}$   | $K_a/\text{MPa}$   | $n$                    | $A$                    | $C$                    | $\delta_1$ |
|--------------------|--------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------|
| $9 \times 10^2$    | $3.05 \times 10^2$ | 20                     | 0.252                  | $6.286 \times 10^8$    | 11.015     |
| $\delta_2$         | $B/\text{MPa}$     | $E/\text{MPa}$         | $d_{10}$               | $Q_{d1}$               |            |
| $1.34 \times 10^4$ | $1.08 \times 10^5$ | 0.592                  | $2.872 \times 10^{-3}$ | $4.112 \times 10^{-4}$ |            |
| $d_{20}$           | $Q_{d2}$           | $d_{30}$               | $Q_{d3}$               | $d_{40}$               |            |
| 1.898              | 0.02               | $4.88 \times 10^{-2}$  | 1.528                  | 13                     |            |
| $Q_{d4}$           | $d_{50}$           | $Q_{d5}$               | $d_{60}$               | $Q_{d6}$               |            |
| $7 \times 10^{-4}$ | 1.052              | $1.027 \times 10^{-2}$ | 0.385                  | $6.443 \times 10^{-2}$ |            |

3.3 模型计算结果分析

将模型材料常数代入本构方程组(18)中，结果如图 8 所示。模型计算结果与试验数据吻合较好，能够较好地描述 TA15 钛合金室温拉伸过程的弹性变形、加工硬化和稳态流动、颈缩与断裂。

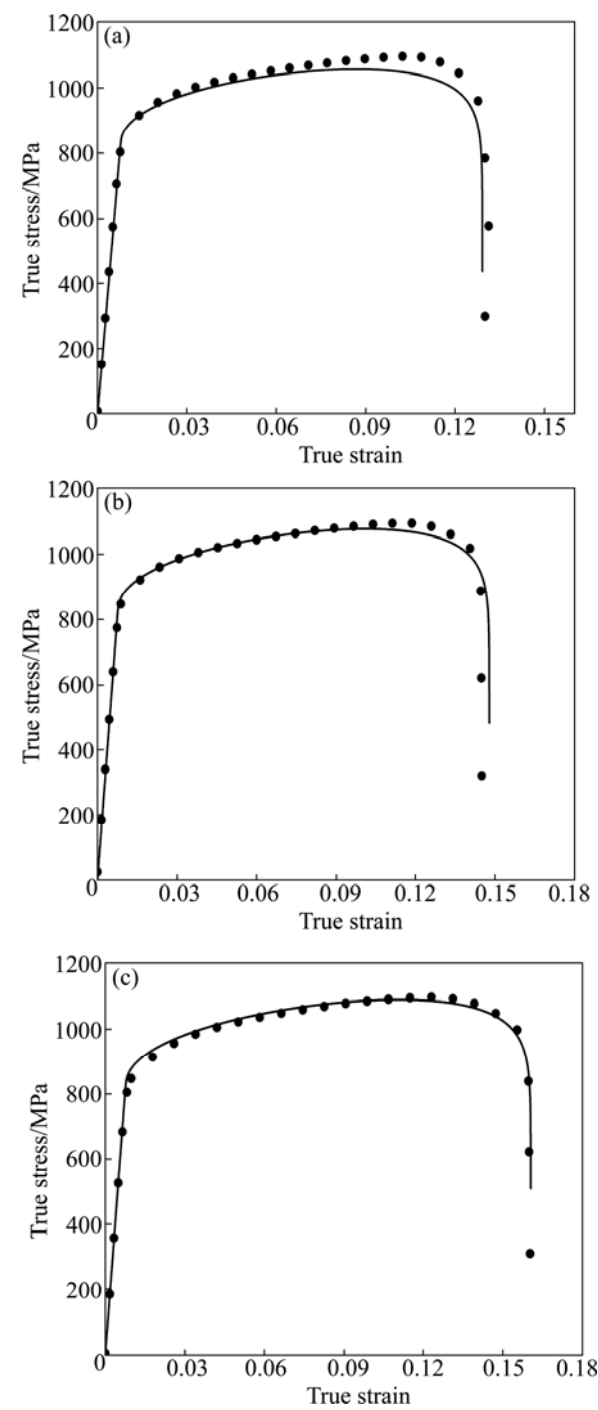


图 8 不同  $\beta$  相含量 TA15 应力-应变曲线计算值(实线)与试验值(符号)对比

Fig. 8 Comparison of calculated (solid line) and experimental (symbol) stress-strain value of TA15 alloy with different volume fractions of  $\beta$  phase: (a) 17.43%; (b) 21.26%; (c) 24.48%

$\beta$  相含量为 18.63% 和 20.04% 时的应力-应变曲线 (见图 9) 用来验证模型的预测结果。预测曲线与实验数据点吻合较好, 应力-应变曲线中包含材料的力学性能信息 (屈服极限、强度极限以及断裂应变), 故该模型可较好预测 TA15 室温拉伸过程和断裂应变。

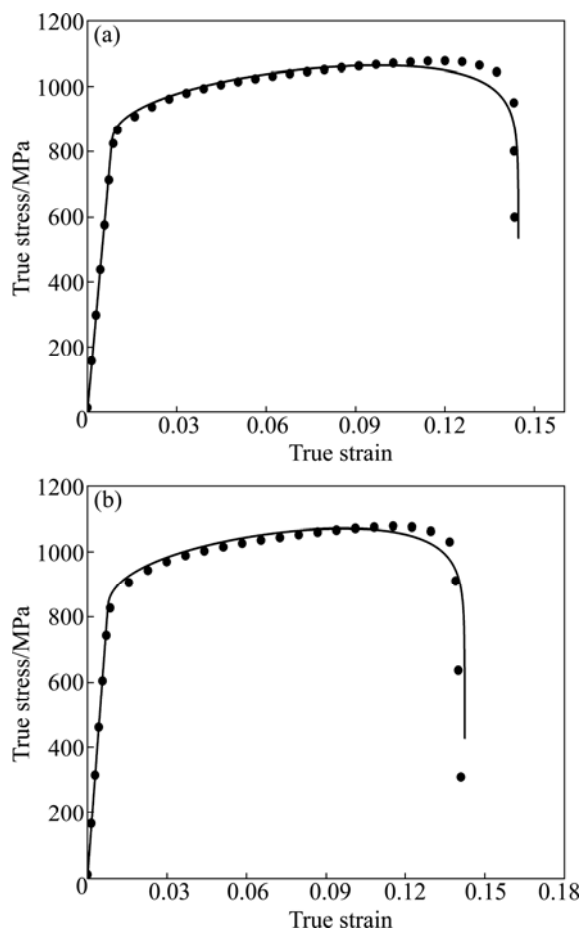


图 9 不同  $\beta$  相含量 TA15 钛合金应力-应变曲线预测值 (实线) 与实验值 (符号) 对比

**Fig. 9** Comparison of predicted (solid line) and experimental (symbol) stress-strain value of TA15 alloy with different volume fractions of  $\beta$  phase: (a) 18.63%; (b) 20.04%

不同  $\beta$  相含量试样拉伸过程的损伤演化曲线如图 10 所示, 所有损伤演化曲线均经历 3 个阶段: 应变 0~0.015 时, 损伤为 0, 此阶段为形核期; 应变超过 0.015 后, 损伤随着应变缓慢增长, 此阶段为损伤增长期; 当应变达到某一临界值后, 损伤急速增长至 0.7, 此时试样发生断裂, 此阶段为损伤的聚合期。随着塑性较好的  $\beta$  相含量减少, 损伤在长大和聚合期的增长速率增大, 且损伤聚合期的临界应变减小。损伤形核与长大主要机理为  $\alpha$  相与  $\beta$  相界面变形不协调, 体心立方的  $\beta$  相较六方晶格的  $\alpha$  相塑性好, 能够减缓两相变形不协调, 进而抑制损伤的形核、长大与聚合。

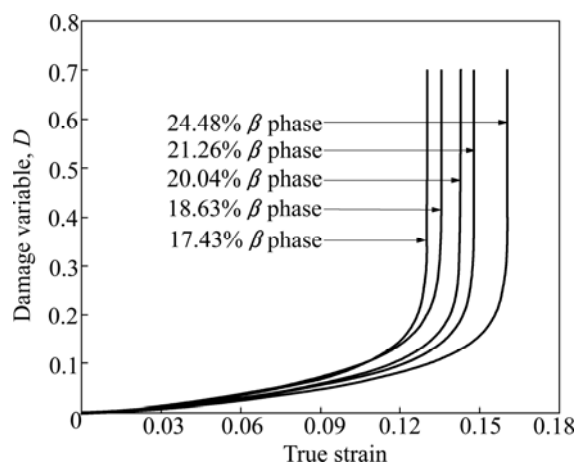


图 10 不同  $\beta$  相含量 TA15 试样损伤演化曲线

**Fig. 10** Damage variable evolution curves of TA15 samples with different volume fractions of  $\beta$  phase

## 4 结论

1)  $\beta$  相含量在 17.43%~24.48% 范围内时,  $\beta$  相含量对 TA15 钛合金室温强度影响不大, 屈服强度约为 900 MPa, 抗拉强度约为 1035 MPa。 $\beta$  相含量主要影响 TA15 的室温塑性,  $\beta$  相含量从 17.43% 增加到 24.48%, 其拉伸断裂应变相应的从 0.125 增加到 0.160, 可以通过提高  $\beta$  相含量改善 TA15 钛合金室温塑性。

2) 根据  $\alpha$  相与  $\beta$  相变形不协调机理建立了损伤演化方程, 以位错密度和塑性损伤为内变量建立了耦合损伤的统一本构模型。

3) 采用遗传优化算法确定了模型常数, 所得材料常数确定的模型能够较好地描述不同  $\beta$  相含量初始组织试样的单轴拉伸应力-应变曲线的弹性段、硬化段和由于损伤引起的应力下降段, 模型计算值与试验值吻合较好。

4) 采用  $\beta$  相含量为 18.63% 和 20.04% 时的应力-应变曲线对模型进行了验证, 预测曲线与试验数据吻合较好, 能够较好地预测 TA15 室温拉伸应力应变曲线和断裂应变。

5) 理论计算表明,  $\beta$  相含量对 TA15 室温单轴拉伸过程的损伤速率影响显著, 随着  $\beta$  相含量的增加, 损伤增长和聚合速率降低, 损伤聚合临界应变也随之减小。

## REFERENCES

- [1] 《中国航空材料手册》编辑委员会. 中国航空材料手册 (第 4

- 卷)[M]. 北京: 中国标准出版社, 2001: 74–75.
- Editorial Committee of Aeronautics Manual of China. China Aeronautical Materials Handbook (Volume 4)[M]. Beijing: China Standards Press, 2001: 74–75.
- [2] 欧阳德来, 鲁世强, 黄旭, 雷力明. TA15 钛合金 $\beta$ 区变形动态再结晶的临界条件[J]. 中国有色金属学报, 2010, 20(8): 1539–1544.
- OUYANG De-lai, LU Shi-qiang, HUANG Xu, LEI Li-ming. Critical conditions of dynamic recrystallization during deformation of  $\beta$  area in TA15 titanium alloy[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2010, 20(8): 1539–1544.
- [3] 李成铭, 李萍, 赵蒙, 甘国强, 薛克敏. TA15 钛合金的热变形微观组织与织构[J]. 中国有色金属学报, 2014, 24(1): 91–96.
- LI Cheng-ming, LI Ping, ZHAO Meng, GAN Guo-Qiang, XUE Ke-min. Microstructures and textures of TA15 titanium alloy after hot deformation[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2014, 24(1): 91–96.
- [4] PICU R C, MAJORELL A. Mechanical behavior of Ti-6Al-4V at high and moderate temperatures—Part 1: Constitutive modeling[J]. Materials Science and Engineering A, 2002, 326(2): 306–316.
- [5] HE D, ZHU J, LAI Z, LIU Y, YANG X, NONG Z. Residual elastic stress-strain field and geometrically necessary dislocation density distribution around nano-indentation in TA15 titanium alloy[J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2013, 23(1): 7–13.
- [6] FILIP R, KUBIAK K, ZIAJA W, SIENIAWSKI J. The effect of microstructure on the mechanical properties of two-phase titanium alloys[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2003, 133(1): 84–89.
- [7] 赵永庆, 陈永楠, 张学敏, 曾卫东, 王磊. 钛合金相变及热处理[M]. 长沙: 中南大学出版社, 2012: 125–128.
- ZHAO Yong-qing, CHEN Yong-nan, ZHANG Xue-min, ZENG Wei-dong, WANG Lei. Phase transformation and heat treatment of titanium alloys[M]. Changsha: Central South University Press, 2012: 125–128.
- [8] 张旺峰, 王玉会, 李艳, 马济民. TA15 钛合金的相变、组织与拉伸性能[J]. 中国有色金属学报, 2010, 20(S1): s523–s527.
- ZHANG Wang-feng, WANG Yu-hui, LI Yan, MA Ji-min. Phase transformation, microstructures and tensile properties of TA15 titanium alloy[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2010, 20(S1): s523–s527.
- [9] 徐锋, 杨义, 李长富. 热处理制度对 BT8 钛合金室温拉伸强度影响的回归分析[J]. 金属学报, 2005, 41(10): 1057–1060.
- XU Feng, YANG Yi, LI Chang-fu. Regression analysis of effect of heat treatment on room temperature tensile strength of BT8 titanium alloy[J]. Acta Metallurgica Sinica, 2005, 41(10): 1057–1060.
- [10] YU W, LI M Q, LUO J, SU S, LI C. Prediction of the mechanical properties of the post-forged Ti-6Al-4V alloy using fuzzy neural network[J]. Materials & Design, 2010, 31(7): 3282–3288.
- [11] MCBIDE J, MALINOV S, SHA W. Modelling tensile properties of gamma-based titanium aluminides using artificial neural network[J]. Materials Science and Engineering A, 2004, 384(1): 129–137.
- [12] 陈志英, 董湘怀. 基于 GTN 细观损伤模型的板料成形过程损伤分析[J]. 工程力学, 2009, 26(7): 238–244.
- CHEN Zhi-ying, DONG Xiang-huai. Ductile damage analysis for fracture in sheet metal forming based on GTN mesoscopic damage model[J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(7): 238–244.
- [13] BRUNET M, MORESTIN F. Experimental and analytical necking studies of anisotropic sheet metals[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2001, 112(2): 214–226.
- [14] 王明正, 李晓延. TC4 钛合金 GTN 损伤模型反向标定法研究[J]. 稀有金属材料与工程, 2012, 41(5): 795–799.
- WANG Ming-zheng, LI Xiao-yan. Study on GTN damage model of TC4 titanium alloy by inverse approach[J]. Rare Metal Materials and Engineering, 2012, 41(5): 795–799.
- [15] KATANI S, MADADI F, ATAPOUR M, ZIAEI R S. Micromechanical modelling of damage behaviour of Ti-6Al-4V[J]. Materials & Design, 2013, 49: 1016–1021.
- [16] LIN J, LIU Y, FARRUGIA D J, ZHOU M. Development of dislocation-based unified material model for simulating microstructure evolution in multipass hot rolling[J]. Philosophical Magazine, 2005, 85(18): 1967–1987.
- [17] LIU Y, LIN J, DEAN T A, FARRUGIA D J. A numerical and experimental study of cavitation in a hot tensile axisymmetric test piece[J]. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 2005, 40(6): 571–586.
- [18] MOHAMED M S, FOSTER A D, LIN J, BALINT D S, DEAN T A. Investigation of deformation and failure features in hot stamping of AA6082: Experimentation and modelling[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2012, 53(1): 27–38.
- [19] FAN X G, YANG H. Internal-state-variable based self-consistent constitutive modeling for hot working of

- two-phase titanium alloys coupling microstructure evolution[J]. *International Journal of Plasticity*, 2011, 27(11): 1833–1852.
- [20] ZHANG Z L, HAUGE M, ØDEGÅRD J, THAULOW C. Determining material true stress-strain curve from tensile specimens with rectangular cross-section[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1999, 36(23): 3497–3516.
- [21] BRIDGMAN P W. *Studies in large plastic flow and fracture with special emphasis on the effects of hydrostatic pressure*[M]. New York: Harvard University Press, 1952: 362–365.
- [22] LE R G, EMBURY J D, EDWARDS G, ASHBY M F. A model of ductile fracture based on the nucleation and growth of voids[J]. *Acta Metallurgica*, 1981, 29(8): 1509–1522.
- [23] BAI Q, LIN J, DEAN T A, BALINT D S, GAO T, ZHANG Z. Modelling of dominant softening mechanisms for Ti-6Al-4V in steady state hot forming conditions[J]. *Materials Science and Engineering A*, 2013, 559: 352–358.
- [24] TAYLOR G I. The mechanism of plastic deformation of crystals. Part I[C]//*Proceedings of the Royal Society of London. Series A*. London: The Royal Society, 1934: 362–387.
- [25] SEMIATIN S L, MONTHEILLET F, SHEN G, JONAS J J. Self-consistent modeling of the flow behavior of wrought alpha/beta titanium alloys under isothermal and nonisothermal hot working conditions[C]. *Metallurgical and Materials Transactions Series A*, 2001, 33(8): 2719–2727.
- [26] FAN X G, YANG H, GAO P F. Prediction of constitutive behavior and microstructure evolution in hot deformation of TA15 titanium alloy[J]. *Materials & Design*, 2013, 51(3): 34–42.
- [27] ANKEM S, MARGOLIN H, GREENE C A, NEUBERGER B W, OBERSON P G. Mechanical properties of alloys consisting of two ductile phases[J]. *Progress in Materials Science*, 2006, 51(5): 632–709.
- [28] NEMAT N S. *Plasticity: A treatise on finite deformation of heterogeneous inelastic materials*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [29] LIN J, DEAN T A. Modelling of microstructure evolution in hot forming using unified constitutive equations[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2005, 167(2): 354–362.
- [30] LIN J, LIU Y, DEAN T A. A review on damage mechanisms, models and calibration methods under various deformation conditions[J]. *International Journal of Damage Mechanics*, 2005, 14(4): 299–319.
- [31] GREENFIELD M A, MARGOLIN H. The mechanism of void formation, void growth, and tensile fracture in an alloy consisting of two ductile phases[J]. *Metallurgical Transactions*, 1972, 3(10): 2649–2659.
- [32] 张丁非, 戴庆伟, 胡耀波, 齐福刚, 李鹏程. 塑性损伤的发展与应用[J]. *材料工程*, 2011(1): 92–98.  
ZHANG Ding-fei, DAI Qing-wei, HU Yao-bo, QI Fu-gang, LI Peng-cheng. Development and application of ductile damage[J]. *Journal of Materials Engineering*, 2011(1): 92–98.
- [33] KHALEEL M A, ZBIB H M, NYVERG E A. Constitutive modeling of deformation and damage in superplastic materials[J]. *International Journal of Plasticity*, 2001, 17(3): 277–296.
- [34] 周 靖, 王宝雨, 徐伟力, 黄鸣东, 易生虎, 校文超. 耦合损伤的 22MnB5 热变形本构模型[J]. *北京科技大学学报*, 2013, 35(11): 1450–1457.  
ZHOU Jing, WANG Bao-yu, XU Wei-li, HUANG Ming-dong, YI Sheng-hu, XIAO Wen-chao. Damage-coupled constitutive model for 22MnB5 in hot deformation[J]. *Journal of University of Science and Technology Beijing*, 2013, 35(11): 1450–1457.
- [35] LIN J, YANG J. Ga-based multiple objective optimisation for determining viscoplastic constitutive equations for superplastic alloys[J]. *International Journal of Plasticity*, 1999, 15(11): 1181–1196.
- [36] LIN J, CHEONG B H, YAO X. Universal multi-objective function for optimising superplastic damage constitutive equations[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2002, 125: 199–205.
- [37] CAO J, LIN J. A study on formulation of objective functions for determining material models[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2008, 50(2): 193–204.

(编辑 李艳红)