文章编号：1004-0609(2014)05-1157-10

三维应力状态下 2A12 试件有限变形和断裂的数值模拟

刘 超，孙 秦，刘彦杰

(西北工业大学 航空学院，西安 710072)

摘 要：通过将改进的 X-W 延性金属断裂模型结合修正的 von-Mises 准则嵌入 ABAQUS/explicit 用户材料子程序 VUMAT 的方式，对一系列铝合金 2A12-T4 试件的渐进断裂过程进行数值模拟，该模型以连续损伤力学为基础，并考虑静水压力和 Lode 角对损伤变量的作用。为了预测该模型的有效性并预测金属的延性断裂，对铝合金 2A12-T4 光滑圆棒、带缺口的棒材和紧凑拉伸试件(CT 试件)进行单向拉伸试验及数值模拟。同时对比分析几何非线性和屈服准则的影响在数值仿真计算中的差异。结果表明，该断裂模型结合修正的 von-Mises 屈服准则可很好地预测 2A12-T4 试件渐进破坏试验的载荷−位移曲线及各试件的宏观断裂形貌。其中，“隧道”效应能够很好地解释 CT 试件处于平面应变状态的中心层和平面应力状态的表面层的抗断裂能力的差异。

关键词：铝合金；紧凑拉伸试件；断裂；几何非线性；有限变形

中图分类号：TB125 **文献标志码：**A

Numerical simulation of finite deformation and failure of 2A12 specimens under three-dimensional stress state

LIU Chao, SUN Qin, LIU Yan-jie

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi’an 710072, China)

Abstract: A modified X-W ductile fracture model with modified von-Mises yield criterion based on the continuum damage mechanics which combined the effect of pressure and Lode angle on damage variable was implemented into ABAQUS/explicit through the user subroutine VUMAT to simulate the progressive failure of specimens of aluminum alloy 2A12-T4. In order to verify the modified fracture model and predict the progressive failure behavior of the ductile metals, a series of experiments of aluminum alloy 2A12-T4 specimens including smooth and notched round bars and compact tension (CT) specimen as well as corresponding numerical performances were conducted. Meanwhile, different numerical simulations with or without geometric non-linearity and different yield criteria were studied by comparing the difference. The numerical results show that the fracture model with modified von-Mises yield criterion can accurately and effectively predict the experimental results of 2A12-T4 specimens including load-displacement curves and macroscopic fracture morphology. Among them, the “tunnel” effect appearing in CT specimen can directly explain the difference of the fracture resistance between in plane stress layer and in plane strain layer.

Key words: aluminum alloy; compact tension specimen; fracture; geometric non-linearity; finite deformation

在工程应用中，满足一定厚度的紧凑拉伸试件(CT)通常简化为完全平面应变状态进行力学分析。在对光滑圆棒和带缺口棒材的有限元仿真计算中，也可选用含旋转的轴对称单元(二维单元)来划分网格，从而将本应选用体单元划分网格进行分析的三维应力问题进行简化。本文作者采用三维应力状态下数值模拟金属试件单向拉伸试验是因为虽然三维应力状态下的计算比二维应力状态下更加复杂，但是从理论上来说

基金项目：国家自然科学基金资助项目(11002104)；陕西省自然科学基金资助项目(2011JQ1019)

收稿日期：2013-08-12；**修订日期：**2013-09-28

通信作者：刘彦杰，博士；电话：15891480964；E-mail：lyanjienwpu@foxmail.com

三维应力状态下的数值计算应更接近于构件的实际断裂过程，同时能更加直观地反映出金属构件的裂纹萌生和扩展过程以及最终的断裂形貌。

赵飞等[1]研究了 2A12 在不同预弯半径下的时效成形。李红英等[2]用原位电阻法研究了 2A12 铝合金的连续冷却转变。万明珍等[3]研究了热循环作用下 2A12 铝合金的微观结构与性能。郭伟国等[4]研究了多种铝合金的应变率敏感性及其塑性流动本构模型。陈龙等[5−6]和 DUARTE 等[7]采用断裂力学相关方法研究了 I 型裂纹扩展。由于这些研究中所选构件必须含有初始裂纹，因而无法模拟无初始裂纹构件的裂纹萌生。基于连续损伤力学破坏准则与有限元数值计算相结合的方法不但能对紧凑拉伸试件(CT)和中心裂纹拉伸试件(CCT)等含初始裂纹的构件进行研究，而且对于光滑棒材和光滑板材等不含初始裂纹的构件同样能够进行裂纹的萌生和扩展问题的分析。众多关于韧性材料失效机理的研究和韧性材料的断裂准则被相继提出，并应用于模拟和预测构件的失效行为[8−13]。但是，静水压力和 Lode 角在韧性材料断裂过程中对损伤变量的作用在这些文献中均未综合考虑。KAMOULAKOS 等[14]在 E-W 模型的基础上，提出了 EWK[15]模型。麻省理工大学的 XUE[16]提出了一种新的断裂模型(X-W 模型)，这两个基于连续损伤力学理论的断裂模型考虑了 Lode 角和静水压力的作用，涵盖了 3 个应力不变量对塑性破坏的影响，因此具有更强的适用性，但各自也有其局限性。刘超等[17]针对其局限性提出了一种改进的三应力不变量延性断裂模型，也可称为改进的 X-W 延性金属断裂模型，并应用于 2A12-T4 板材的静力破坏过程的数值模拟，取得了较好的预测结果。本文作者首先运用改进的 X-W 延性金属断裂模型对几何形状较为简单的 2A12-T4 高强度铝合金光滑圆棒、带缺口圆棒的单向拉伸进行数值计算，分别得出了应用两种不同屈服准则时在考虑几何非线性和不考虑几何非线性情况下的数值结果，并与试验结果进行了对比分析。在考虑几何非线性并使用修正的 von-Mises 屈服条件进行数值计算 2A12-T4 高强度铝合金棒材静力拉伸时所得载荷−位移曲线和试件断裂形貌均与试验结果吻合良好的基础上，接着对几何形状更为复杂的紧凑拉伸试件(CT)的试验结果运用该模型进行预测，并模拟出裂纹扩展具有明显的“隧道”效应。

1 铝合金 2A12 试件单向拉伸试验

4 种金属试件的单向拉伸试验所选材料为铝合金 2A12-T4。该合金为铝−铜−镁系合金中典型的硬铝合金，广泛用作航空航天工业中飞行器结构、铆钉、螺旋桨元件及其他相关结构件。其主要化学成分见表 1[18]。4 种金属试件的试验分别如下：光滑圆棒的拉伸试验(试件 a)，两种不同尺寸的带有缺口圆棒的拉伸试验(试件 b 和试件 c)，紧凑拉伸试件的单向拉伸试验(试件 d)。4 种金属试件的单向拉伸试验均在 Instron 8801 试验机上进行。各试验件尺寸如图 1 所示。各试件的宏观断裂形貌如图 2 所示。由光滑圆棒(试件 a)的单向拉伸所得工程应力−工程应变曲线和真实应力−真实应变曲线如图 3 所示。

表 1 铝合金 2A12-T4 的化学成分[18]

Table 1 Chemical composition of 2A12-T4[18] (mass fraction, %)

Cu	Mg	Mn	Fe	Si
3.8−4.9	1.2−1.8	0.3−0.9	0.5	0.5
Ni	Zn	Ti	Others	Al
0.1	0.1	0.15	0.1	Bal.

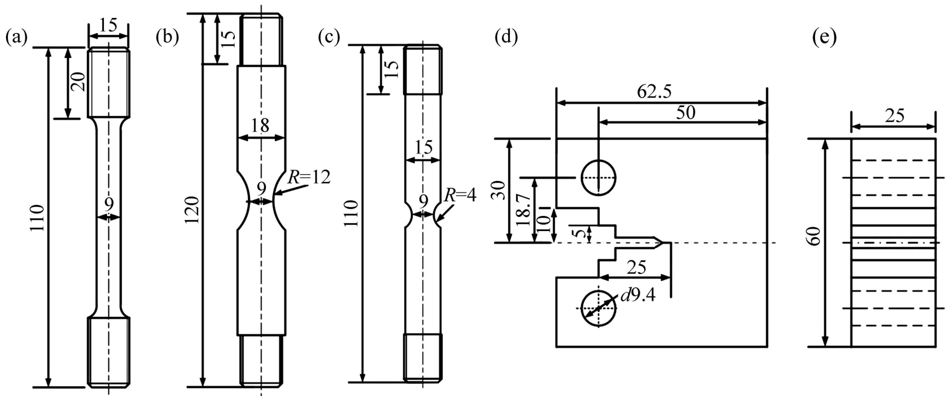

图 1 试验件示意图

Fig. 1 Illustration of specimens (Unit: mm): (a) Specimen a; (b) Specimen b; (c) Specimen c; (d) Specimen d, vertical view; (e) Specimen d, side view

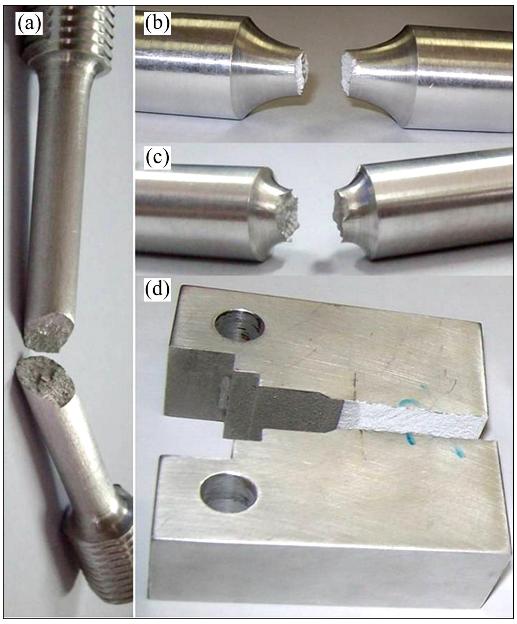

图 2　4 种拉伸试验件宏观断裂形貌

Fig. 2　Macroscopic fracture morphologies of four specimens: (a) Specimen a; (b) Specimen b; (c) Specimen c; (d) Specimen d

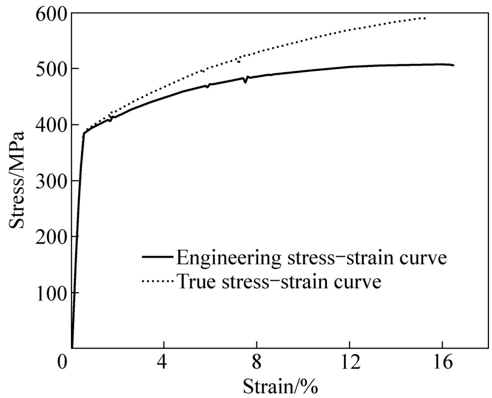

图 3　试件 a 的应力−应变曲线

Fig. 3　Stress−strain curves of specimen a

2　改进的 X-W 延性金属断裂模型

改进的 X-W 延性金属断裂模型(即改进的三应力不变量延性金属断裂模型)的表达式如下[17]：

$$\begin{cases} D=\int_0^{\varepsilon_\mathrm{p}}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_\mathrm{f}}\right)\mathrm{d}\varepsilon_\mathrm{p} \\ \varepsilon_\mathrm{f}=\varepsilon_{\mathrm{f}0}\mu_1(p)\mu_2(\theta) \\ \mu_1(p)=1-q\ln\left(1-\dfrac{p}{p_{\lim}}\right) \\ \mu_2(\theta)=\gamma+(1-\gamma)\left(\dfrac{6|\theta|}{\pi}\right) \end{cases} \tag{1}$$

式中：D 为损伤变量，且 $0<D<1$。ε_p 为等效塑性应变；ε_f 为断裂包线。当 $\varepsilon_\mathrm{p}=0$ 时，损伤变量 $D=0$，材料点无损伤。令 ε_pf 为断裂时等效塑性应变，当 $\varepsilon_\mathrm{p}=\varepsilon_\mathrm{pf}$ 时，$D=1$，材料发生点失效。p 为静水压应力；$p_{\lim}$ 为无缺陷理想状态下的静水压应力；$\varepsilon_{\mathrm{f}0}$ 为静水压应力 $p=0$ 时的断裂应变；θ 为 Lode 角；q，γ，$\varepsilon_{\mathrm{f}0}$，$p_{\lim}$ 通常视为材料常数；$\mu_1(p)$为静水压应力 p 的函数；$\mu_2(\theta)$为 Lode 角 θ 的函数。Lode 角 θ 一般用来判定结构中某一点的偏应力状态，其表达式如下：

$$\theta=\tan^{-1}\left\{\frac{1}{\sqrt{3}}\left[2\left(\frac{s_2-s_3}{s_1-s_3}\right)-1\right]\right\} \tag{2}$$

式中：s_1、s_2、s_3 为顺序递减的 3 个主偏应力。该改进的 X-W 延性金属断裂模型的优点在于继承了 X-W 断裂模型中综合考虑 Lode 角和静水压力的作用、适应性强的特点，保留了 X-W 断裂模型的断裂包线的表达形式，同时采用 EWK 模型中的损伤与塑性过程非耦合的损伤累积理论，更加适合工程应用。

3　有限变形条件下金属材料的弹塑性本构关系

3.1　修正的 von-Mises 屈服条件下 Prandtl-Reuss 塑性流动理论建立的本构关系

适用于延性金属的屈服准则和有限变形条件下的本构关系是延性断裂数值仿真技术的基础。只有在数值仿真计算所得初始屈服和屈服后塑性变形强化阶段的载荷−位移曲线正确模拟试验结果的基础上，辅以断裂准则才能完成整个延性金属单向拉伸试验的数值计算。杨锋平等[19]和 BAI 等[20]研究指出使用经典的 von-Mises 屈服准则和 Tresca 屈服准则进行模拟延性金属棒材和带缺口棒的单向拉伸时，对于应力三维度较高试件的屈服极限和屈服后的塑性强化阶段模拟精度不高，而分别提采用修正的 von-Mises 屈服准则则获得了理想的结果。经典 von-Mises 屈服条件下按照 Prandtl-Reuss 塑性流动理论[21]建立的弹塑性本构方程如下：

$$\mathrm{d}e_{ij}=\frac{1+\mu}{E}\mathrm{d}\sigma'_{ij}+\frac{1-2\mu}{E}\delta_{ij}\mathrm{d}\sigma+a^*\mathrm{d}\lambda\sigma'_{ij} \tag{3}$$

而弹塑性有限元方法中广泛应用的却是式(3)的逆形式，如式(4)所示：

$$\mathrm{d}\boldsymbol{\sigma}_{ij}=\frac{E}{1+\mu}\left[\mathrm{d}\boldsymbol{e}_{ij}+\frac{3\mu}{1-2\mu}\delta_{ij}\mathrm{d}\boldsymbol{e}-a^*\mathrm{d}\lambda\sigma'_{ij}\right] \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{e}_{ij}$ 为阿尔曼斯应变张量，$\boldsymbol{\sigma}_{ij}$ 称为欧拉应力张量，

$\mathrm{d}\boldsymbol{e}_{ij}$ 为物体内一点的总应变增量，等于弹性应变增量 $\mathrm{d}e_{ij}^{(\mathrm{e})}$ 和塑性应变增量 $\mathrm{d}e_{ij}^{(\mathrm{p})}$ 两者之和。μ 为泊松比，E 为弹性模量，δ_{ij} 为克罗内克符号。σ'_{ij} 为应力张量的偏量(简称应力偏量)，$\mathrm{d}\sigma'_{ij}$ 为应力偏量的增量，$\boldsymbol{\sigma}$ 为应力球张量(也称为平均应力)，$\mathrm{d}\boldsymbol{\sigma}$ 为应力球张量的增量。$\boldsymbol{e}$ 称为应变球张量(也称为平均应变)，$\mathrm{d}\boldsymbol{e}$ 为应变球张量的增量。载荷性质判断因子 a^* 由式(5)确定，在此，试验均为单向拉伸无卸载，故 $a^*=1$。

$$\begin{cases} a^* = 1(\text{加载载阶}) \\ a^* = 0(\text{卸载载阶}) \\ a^* = 1(\text{中性变性变载}) \end{cases} \tag{5}$$

$\mathrm{d}\lambda$ 函数可通过材料的单向拉伸试验来确定，通过图 3 所示曲线即可得到转化后的等效应力(σ_{eq})−等效应变(e_{eq})曲线和等效应力(σ_{eq})−等效塑性应变($e_{\mathrm{eq}}^{(\mathrm{p})}$)曲线，其具体转化方式由式(6)得出：

$$\begin{cases} e_{\mathrm{true}} = \ln(1+e_{\mathrm{nom}}) \\ \sigma_{\mathrm{true}} = \sigma_{\mathrm{nom}}(1+e_{\mathrm{nom}}) \\ \sigma_{\mathrm{eq}} = \sigma_{\mathrm{true}} \\ e_{\mathrm{eq}} = 2e_{\mathrm{true}}(1+\mu)/3 \\ e_{\mathrm{eq}}^{(\mathrm{p})} = e_{\mathrm{true}} - \sigma_{\mathrm{true}}/E \end{cases} \tag{6}$$

式中：e_{nom} 和 σ_{nom} 分别为沿轴向拉伸时的名义(工程)应变和名义(工程)应力，与其相对应的是真实应变 e_{true} 和真实应力 σ_{true}；假设材料进入塑性后硬化阶段的曲线斜率为 H，$\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{eq}}$ 为等效应力的增量，$\mathrm{d}e_{\mathrm{eq}}^{(\mathrm{p})}$ 为等效应变增量的塑性部分，通过上述所得 σ_{eq}−e_{eq} 曲线和 σ_{eq}−$e_{\mathrm{eq}}^{(\mathrm{p})}$ 曲线后则又可得出：

$$H = \frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{eq}}}{\mathrm{d}e_{\mathrm{eq}}^{(\mathrm{p})}} \tag{7}$$

$$\mathrm{d}\lambda = \frac{3\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{eq}}}{2H\sigma_{\mathrm{eq}}} \tag{8}$$

由文献[19]可知，修正的 von-Mises 准则在材料由弹性进入塑性即初始屈服时可表述为

$$\begin{cases} \sigma_{\mathrm{s}} = \sqrt{\dfrac{1}{2}((\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2)} \\ k = \alpha(\eta - \dfrac{1}{3}) \\ \sigma_{\mathrm{yld0}} = \sigma_{\mathrm{s}}(1-k) \end{cases} \tag{9}$$

式中：k 为修正项；α 为修正系数因子，文献[19]中取值为 0.5；η 为应力三维度；$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 为顺序递减的主应力；σ_{yld0} 为材料初始屈服时修正的等效应力(修正的屈服极限)；σ_{s} 为该材料标准试件在单向拉伸试验中初始屈服时的应力(屈服极限)，可以由标准试件(例如光滑圆棒)的单向拉伸试验测得。

当材料进入塑性后硬化阶段的等效应力为 σ_{eq}，并定义 σ_{yld} 为材料在硬化阶段修正的等效应力，且修正的条件如下：以 σ_{yld0} 为起点，硬化阶段的曲线斜率 H 保持不变。用 σ_{yld} 代替 σ_{eq} 后，则可将式(8)改写为

$$\mathrm{d}\lambda = \frac{3\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{yld}}}{2H\sigma_{\mathrm{yld}}} \tag{10}$$

将式(10)代入式(3)即可得到式(11)，将式(10)代入式(4)即可得到式(11)的逆行式如式(12)所示：

$$\mathrm{d}\boldsymbol{e}_{ij} = \frac{1+\mu}{E}\mathrm{d}\sigma'_{ij} + \frac{1-2\mu}{E}\delta_{ij}\mathrm{d}\boldsymbol{\sigma} + \frac{3\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{yld}}}{2H\sigma_{\mathrm{yld}}}\sigma'_{ij} \tag{11}$$

$$\mathrm{d}\boldsymbol{\sigma}_{ij} = \frac{E}{1+\mu}\left[\mathrm{d}\boldsymbol{e}_{ij} + \frac{3\mu}{1-2\mu}\delta_{ij}\mathrm{d}\boldsymbol{e} - \frac{3\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{yld}}}{2H\sigma_{\mathrm{yld}}}\sigma'_{ij}\right] \tag{12}$$

式(11)和式(12)即为应用修正的 von-Mises 屈服准则后由 Prandtl-Reuss 塑性流动理论建立的本构方程。该修正的 von-Mises 屈服准则实质上相当于抛弃了单一曲线假设，对标准试件单向拉伸试验所得到的应力−应变曲线进行修正，针对同种材料的不同构件选用修正后的应力−应变关系进行数值计算，从而解决了用单一曲线假设模拟多种复杂几何形状构件(尤其是应力三维度相差较大的试件)在单向拉伸所得载荷−位移曲线与试验结果相比精度不高的问题。因为由标准件单向拉伸所测得的材料的应力−应变关系并不能完全代替不同形状构件的应力−应变关系，并且即使同为标准棒材在单向拉伸和压缩试验中测得的应力−应变关系也会不同，所以应用修正的 von-Mises 屈服准则后用 σ_{yld0} 取代 σ_{s}，同时强化阶段使用 σ_{yld} 代替 σ_{eq} 以更精确地模拟不同构件的拉伸试验曲线。

3.2 有限变形条件下金属材料的弹塑性本构关系

延性金属试件在静强度拉伸试验的过程中通常会产生较大的塑性流动。金属材料在破坏前由于经历了较大的塑性变形，所以在分析这类有限变形大应变条件下的弹塑性问题时数值计算中需要综合考虑物理和几何两个方面的非线性性质。通常用户在使用 ABAQUS 进行涉及到大变形问题的数值仿真计算时，在建模完成后输入试验所得或自定义的应力−应变曲线[22]，给定相应工况等一系列相关操作后都会打开软件提供的几何非线性选项，然后由软件自身强大的非线性计算功能进行计算，却往往忽略了大位移变形问题中由于几何非线性的作用而对本构关系的影响。文献[19−20]中所研究问题，均为延性金属大变形问题而

在数值仿真中对此并未明确描述。

从理论层面来说，Prandtl-Reuss 塑性流动理论是在无限小应变基础上得出的一种增量形式的弹塑性理论，该理论反映了物体在变形态的本构关系。因此，在涉及到大位移变形问题的有限元仿真中，只要打开了 ABAQUS 软件中的几何非线性选项，即考虑了几何非线性的影响就应该用有限变形弹塑性拉格朗日有限元法描述的本构关系进行解释，而不是 Prandtl-Reuss 塑性流动理论所建立的只适用于小位移变形条件下的本构关系。有限变形弹塑性拉格朗日有限元法不但考虑了当增量较大时，应变增量和位移增量间几何关系中的二次项，而且考虑了刚性转动的影响问题，因此是一种比较完整的涵盖大位移变形时几何非线性作用的解法。文献[23−24]给出了有限变形大应变条件下各向同性硬化金属材料用拉格朗日参数描述的本构关系如下：

$$\Delta \boldsymbol{S}_{ij} = \boldsymbol{C}_{ijkl}^{0} \Delta E_{kl} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{C}_{ijkl}^{0} = \left|\frac{\partial x_r}{\partial a_s}\right| \frac{\partial a_i}{\partial x_m} \frac{\partial a_j}{\partial x_n} \frac{\partial a_k}{\partial x_p} \left[\boldsymbol{C}_{mnpq} \frac{\partial a_l}{\partial x_q} + \sigma_{mn} \frac{\partial a_l}{\partial x_p} - \sigma_{mp} \frac{\partial a_l}{\partial x_n} - \sigma_{np} \frac{\partial a_l}{\partial x_m} \right] \tag{14}$$

式中：a_i 为初始参考态图形中任意一点的位置坐标；x_i 为相应点在变形态图形中的位置坐标；$\Delta \boldsymbol{S}_{ij}$ 是克希霍夫应力张量的增量形式；$\Delta \boldsymbol{E}_{kl}$ 是格林应变张量的增量形式；$\boldsymbol{C}_{ijkl}^{0}$ 是描述两者之间关系中本构矩阵的张量形式；$\boldsymbol{\sigma}_{mn}$ 为欧拉应力张量；$|\partial x_r / \partial a_s|$ 为雅克比行列式；$\boldsymbol{C}_{mnpq}$ 是根据塑性流动理论由 Prandtl-Reuss 方程所确定的本构矩阵的张量形式。同时式(4)和式(12)又可分别写为形如式(15)和式(16)所示的一般形式：

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}_{ij} = \boldsymbol{C}_{ijkl} \Delta \boldsymbol{e}_{kl} \tag{15}$$

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}_{ij} = \boldsymbol{C}_{ijkl}^{*} \Delta \boldsymbol{e}_{kl} \tag{16}$$

式中：$\Delta \boldsymbol{\sigma}_{ij}$ 为欧拉应力张量的增量；$\Delta \boldsymbol{e}_{kl}$ 为阿尔曼斯应变张量的增量，$\boldsymbol{C}_{ijkl}$ 和 $\boldsymbol{C}_{ijkl}^{*}$ 是描述两者之间不同转换关系的本构矩阵的张量形式。式(15)和式(16)中由于都没有考虑任何刚性转动对应力状态影响的补偿问题，因此只能在小位移变形条件下才适用。通过式(15)和式(16)便可确定 $\boldsymbol{C}_{ijkl}$ 和 $\boldsymbol{C}_{ijkl}^{*}$，即得到式(14)中的 $\boldsymbol{C}_{mnpq}$。由式(14)可知只要确定了 $\boldsymbol{C}_{mnpq}$，就可获得大变形情况下按拉格朗日法描述的本构矩阵 $\boldsymbol{C}_{ijkl}^{0}$。再由式(13)从而分别得到 von-Mises 屈服准则和修正的 von-Mises 屈服准则在大变形情况下适用于拉格朗日有限元法的本构关系。

4　高强度铝合金 2A12-T4 试件拉伸试验的数值计算

4.1　光滑圆棒、带缺口棒材单向拉伸试验的数值仿真计算

为了更直观地将有限元仿真结果与试验结果进行对比分析，三维有限元模型根据光滑圆棒和两种不同缺口半径的棒材全尺寸建模。如图 4 所示，在长度方向(y 方向)一端施加位移约束，另一端添加位移载荷，后处理中可通过计算约束端支反力的方式确定力载荷。划分网格时两端稀疏，预计断裂的危险区域加密网格，单元类型采用带有沙漏控制的 8 节点缩减积分体单元(C3D8R)。在稀疏区与加密区之间选用四面体单元(C3D4)进行过渡。加密区最小单元尺寸取 0.1 mm。

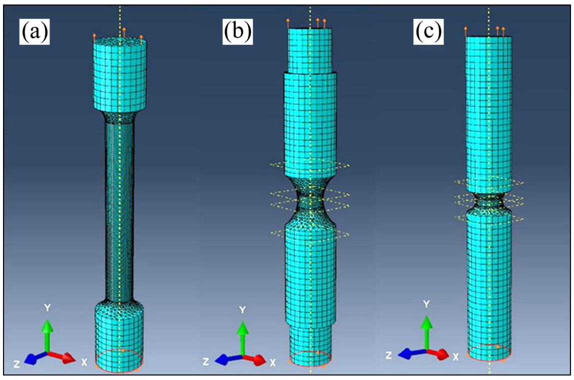

图 4　有限元模型图

Fig. 4　Illustration of finite element model: (a) Specimen a; (b) Specimen b; (c) Specimen c

通过编写用户材料子程序 VUMAT 的方式就可将改进的 X-W 延性金属断裂模型结合修正的 von-Mises 屈服准则嵌入 ABAQUS/explicit 准静态算法主程序。同时考虑到大位移变形的计算需要，打开商业有限元软件 ABAQUS 中的几何非线性选项来模拟各试件单向拉伸的整个断裂过程[25]。数值计算中总体算法的实现过程是建立在对有限单元积分点进行计算的基础上[26]。ABAQUS/explicit 主程序对每个单元的每个积分点分别进行计算，在一个增量步之内完成计算后，VUMAT 子程序将主程序得到的断裂模型所需参数进行提取，通过子程序计算出损伤变量 D，若损伤变量 D 达到断裂阈值 1，通过内部变量传递至主程序令该单元失效。否则不做任何变化，通过对所有单元积分点进行是否失效判断后，再计算下一个增量步。每一个增量步中主程序与子程序之间实时进行数据传递，

直至载荷施加完毕时输出最终结果，最终断裂在单元上发生，通过删除单元的方法来模拟各构件的断裂。数值计算中所选材料密度 ρ=2700 kg/m^3，泊松比 μ=0.33，可由材料手册[18]查得，弹性模量 E=71200 MPa 可由圆棒单向拉伸试验载荷−位移曲线的弹性阶段的数据获得。材料常数 ε_{f0}=0.35，q=0.55，γ=0.25，p_{lim}=1000 MPa，可由上述试验中载荷−位移曲线通过回归获得。数值仿真所得各试件宏观断裂形貌与试验结果如图 5 所示。由单向拉伸试验所得各试件载荷−位移曲线与数值仿真所得载荷−位移曲线如图 6 所示。

由图 5 和 6 可知，在考虑几何非线性作用下应用改进的 X-W 延性金属断裂模型结合修正的 von-Mises 屈服准则后数值计算所得 3 种棒材试件的宏观断裂形貌较好地反映了真实试验中各试件断裂后的宏观断裂形貌，数值计算所得载荷−位移曲线(见图 6 Simulation 1)与试验数据(见图 6 Experimental results)吻合度良

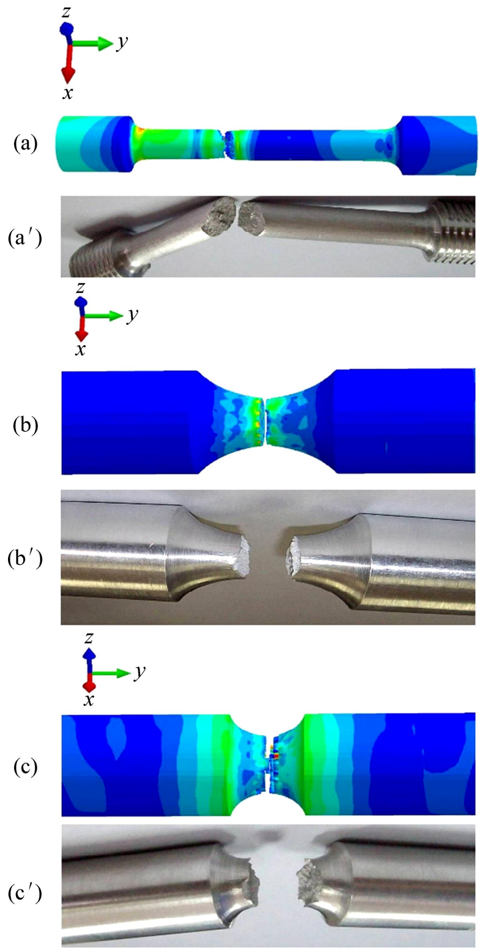

图 5 各试件宏观断裂形貌的仿真结果和实验结果

Fig. 5 Comparison of macroscopic fracture morphology of three specimens between simulation ((a), (b), (c)) and experimental ((a′), (b′), (c′)) results: (a), (a′) Specimen a; (b), (b′) Specimen b; (c), (c′) Specimen c

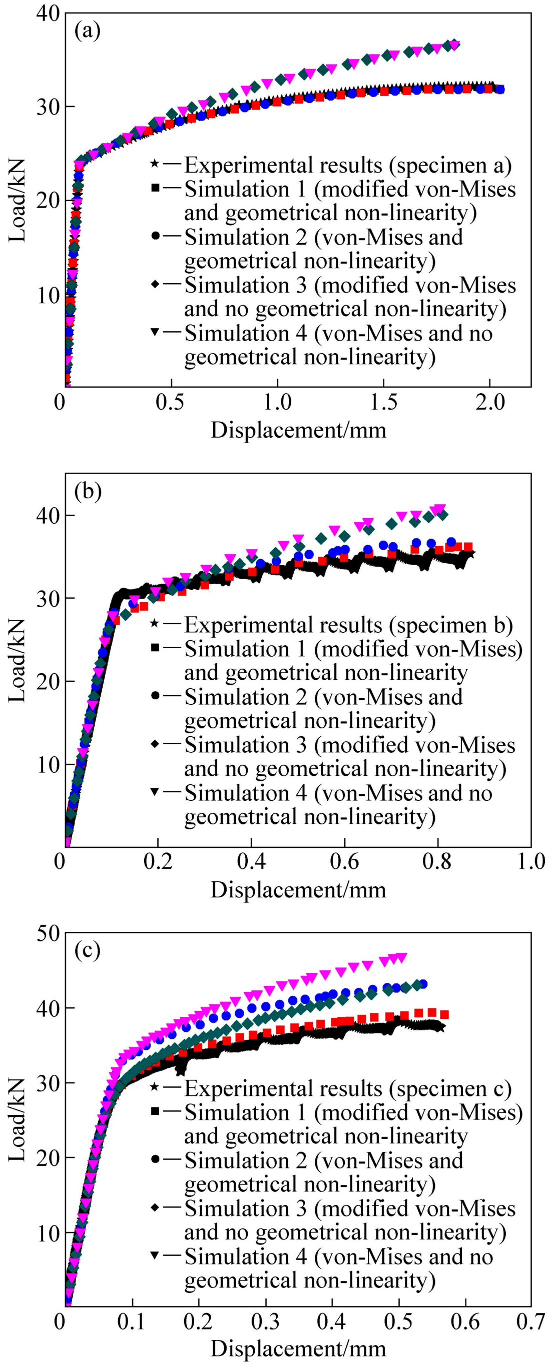

图 6 对比试验数据和仿真结果的载荷−位移曲线

Fig. 6 Comparison of load−displacement curves between experimental and simulation results: (a) Specimen a; (b) Specimen b; (c) Specimen c

好。由于本文作者所选用的断裂准则为损伤与塑性过程非耦合的损伤累积理论，所以在单独考察修正的 von-Mises 屈服准则与经典 von-Mises 屈服准则下数值计算的差异时，只需去掉用户材料子程序 VUMAT 中修正的 von-Mises 屈服条件部分，通过商业有限元软件 ABAQUS 编辑材料属性的对话框输入材料的弹塑

性数据即可完成经典 von-Mises 屈服准则下的数值计算，该数据可由材料标准试件单向拉伸试验获得。在单独研究几何非线性对数值计算的影响时，可以通过关闭或打开 ABAQUS 软件中的几何非线性选项，即可得到 ABAQUS/explicit 主程序分别应用小位移变形弹塑性有限元法和有限变形弹塑性拉格朗日有限元法进行数值计算的结果。数值计算时通过对两种屈服准则和是否考虑几何非线性进行相互组合，就可得到各试件在另外 3 种情况下载荷−位移曲线的数值计算结果如图 6(见 Simulation 2，Simulation 3，Simulation 4)所示。特别需要指出的是：在模拟光滑圆棒单向拉伸时，如果应用修正的 von-Mises 屈服准则，由平均应力 σ 除以等效应力 σ_{eq} 可得应力三维度 η=1/3，由式(9)可知 $\sigma_{yld0}=\sigma_s$，即修正的 von-Mises 屈服条件退化为经典的 von-Mises 屈服条件。在强化阶段由于修正起点为 σ_s 而且切线模量 H 也不变，所以修正的等效应力 σ_{yld} 仍等于 σ_{eq}。因此，图 6(a)中数值计算得到的光滑圆棒(试件 a)在 4 种情况下载荷−位移曲线的数值计算结果中，各有两条曲线相互重合。由图 6 所示曲线还可得知：考虑几何非线性时，3 种试件通过数值仿真所得载荷−位移曲线与不考虑几何非线性时在塑性段相差尤为明显，并且随着塑性变形的增大而增大。考虑几何非线性后在塑性段有比较明显的“软化”现象，即相同的位移条件下，载荷明显降低。这种差异实质上就是应用小位移变形弹塑性有限元法和有限变形弹塑性拉格朗日有限元法的不同计算结果之间的差异。即有限变形拉格朗日有限元法中考虑了几何非线性，在无限小应变条件下的几何矩阵之外产生了附加项，而刚度矩阵在一般小位移变形刚度矩阵之外，还包括初应力刚度、初位移刚度和载荷刚度[23−24]。同时本构方程中也考虑了刚性转动的影响。因此，应用完全不考虑几何非线性的小位移变形弹塑性有限元法模拟延性金属塑性大变形时必然会产生很大的差异。

BRIDGMAN 在研究大塑性变形和断裂问题时给出了含缺口经典棒材试件的应力三维度的另一种计算公式如式(17)所示：

$$\eta = \frac{1}{3} + \sqrt{2}\ln(1 + \frac{r}{2R}) \tag{17}$$

式中：r 为缺口处圆棒横截面的半径，R 为圆棒的缺口半径。通过式(17)可知 3 种不同缺口形式的棒材试件中，在最小截面处小缺口棒材(试件 c)的应力三维度最大，大缺口棒材(试件 b)的应力三维度次之，无缺口的光滑圆棒的应力三维度 η=1/3(此时可认为 R 为无穷大)。在考虑几何非线性的情况下，应用根据应力三维度不同而进行修正的 von-Mises 屈服准则比经典 von-Mises 屈服准则的计算结果与试验结果的吻合程度更高。其中小缺口棒材(试件 c)应力三维度最大，所以应用修正的 von-Mises 屈服准则后修正效果尤为明显。

4.2　紧凑拉伸试件(CT)单向拉伸的数值计算

基于上述试验数据与数值计算结果的对比分析，对几何形状更为复杂的紧凑拉伸试件在考虑几何非线性作用并应用修正的 von-Mises 屈服准则和改进的 X-W 延性金属断裂模型进行数值计算，对紧凑拉伸试件的裂纹扩展过程进行预测。有限元模型图如图 7 所示，取 CT 试件的 1/4 几何模型，对称面处添加对称约束，模拟销钉拉伸直至构件断裂。划分网格时预计断裂的危险区域需加密网格，单元类型采用带有沙漏控制的 8 节点缩减积分体单元(C3D8R)，网格加密区最小单元尺寸取 0.1 mm。将数值计算中 CT 试件的载荷−位移曲线的预测结果与真实试验数据进行对比，如图 8 所示。预测裂纹扩展形貌如图 9 所示。

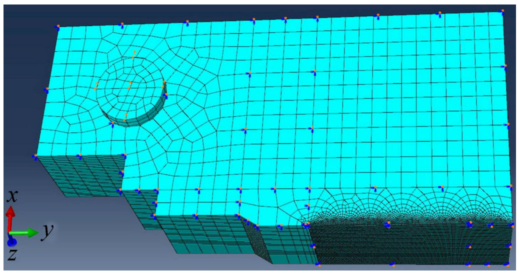

图 7　试件 d 的有限元模型图

Fig. 7　Illustration of FEM model for specimen d

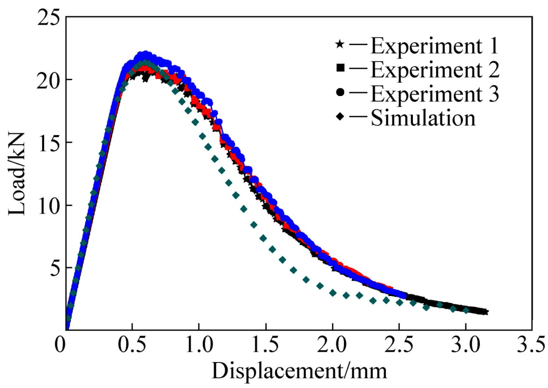

图 8　试件 d 对比试验和仿真的载荷−位移曲线

Fig. 8　Comparison of load−displacement curves between experimental and simulation results for specimen d

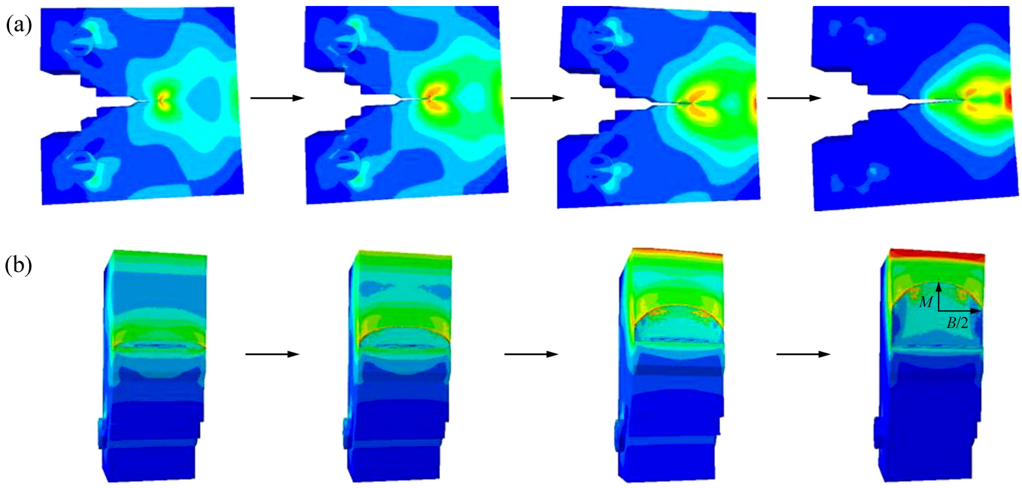

图 9 试件 d 裂纹扩展的仿真结果

Fig. 9 Simulation results of crack growth for specimen d: (a) Simulation with 1:1 geometric model; (b) Simulation with 1/2 geometric model

由图 8 可知，计算所得预测载荷−位移曲线在最大载荷出现前与试验结果基本一致，说明数值计算较好地预测了预置疲劳裂纹从初始直至最大载荷出现时的进程，超过最大载荷后的预测曲线与试验曲线相比载荷下降速度比试验反映的结果略快，说明进入快速失稳阶段后预测结果的裂纹扩展速率略大于试验结果。图 9 中显示了与图 8 中通过数值计算所预测的载荷−位移曲线对应的裂纹扩展形貌，该结果可由 ABAQUS 分析数值计算结果时分别选择显示 1:1 几何模型和 1:2 几何模型(对称面为裂纹扩展面)得出。

图 9(a)和图 9(b)所示分别从两个不同角度反映了各自视角下的裂纹扩展情况。由图 9(a)可知，对于 I 型裂纹的扩展路径来说，预测结果与图 2(d)中试验结果所示一致，裂纹面基本沿着与载荷垂直的方向扩展。图 9(b)中所反映的裂纹扩展情况通常不易通过真实试验进行观测，并且裂纹扩展过程时间短暂，而这个短暂的过程却可由 ABAQUS 有限元计算结果通过其相关的后处理得以体现。图 9(b)所预测的裂纹扩展情况反映出裂纹面扩展呈现出“隧道”效应，且隧道高度 M 逐渐增大，隧道所包围的面积也逐渐增大，其中 B 为试件厚度。CHEN 等[27]在模拟延性金属断裂时也发现了同样现象。“隧道”效应可以理解为中心层裂纹扩展位于“隧道”的顶端，表面层裂纹扩展处于“隧道”的底部。处于平面应变状态的中心层先行扩展，而处于平面应力状态的表面层抗断裂能力比中心层的大，扩展缓于中心层。位于表面层与中心层之间的部分，裂纹扩展情况按照距离中心层长度 d 不同而不同。d 取值范围为 $0<d<B/2$，与其对应的“隧道”弧形区域从“隧道”顶端逐渐走向底部。

5 结论

1) 对于延性金属有限变形问题，在考虑几何非线性的影响下改进的 X-W 延性金属断裂模型结合修正的 von-Mises 准则较好地预测了 4 种铝合金试件的载荷−位移曲线，同时数值计算所得各试件宏观断裂形貌与试验结果基本吻合。在模拟光滑圆棒和带缺口圆棒拉伸试验时对比分析了几何非线性和屈服准则的影响在数值计算中的差异。

2) 预测 CT 试件裂纹扩展过程中出现了“隧道”效应，该效应形象地解释了 CT 试件处于平面应变状态的中心层和平面应力状态的表面层的抗断裂能力的差异。

REFERENCES

[1] 赵 飞, 周文龙, 孙中刚, 陈国清, 黄 遐, 曾元松. 不同预弯半径下 2A12 铝合金时效成形[J]. 中国有色金属学报, 2011, 21(2): 303−310.
ZHAO Fei, ZHOU Wen-long, SUN Zhong-gang, CHEN Guo-qing, HUANG Xia, ZENG Yuan-song. Age forming of 2A12 aluminum alloy with different prebending radii[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2011, 21(2): 303−310.

[2] 李红英, 宾 杰, 王晓峰, 唐 宜. 用原位电阻法研究 2A12

铝合金的连续冷却转变[J]. 中国有色金属学报, 2011, 21(9): 2068−2074.

LI Hong-ying, BIN Jie, WANG Xiao-feng, TANG Yi. Continuous cooling transformation of 2A12 aluminum alloy studied by using in-situ electrical resistivity measurement[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2011, 21(9): 2068−2074.

[3] 万明珍, 张在强, 吕　鹏, 季　乐, 邹　阳, 蔡　杰, 关庆丰. 热循环作用下 2A12 铝合金的微观结构与性能[J]. 中国有色金属学报, 2013, 23(4): 939−943.

WAN Ming-zhen, ZHANG Zai-qiang, LÜ Peng, JI Le, ZOU Yang, CAI Jie, GUAN Qing-feng. Microstructure and properties of 2A12 aluminum alloy under thermocycling[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2013, 23(4): 939−943.

[4] 郭伟国, 田宏伟. 几种典型铝合金应变率敏感性及其塑性流动本构模型[J]. 中国有色金属学报, 2009, 19(1): 56−61.

GUO Wei-guo, TIAN Hong-wei. Strain rate sensitivity and constitutive models of several typical aluminium alloys[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2009, 19(1): 56−61.

[5] 黄学伟, 蔡力勋, 包　陈, 陈　龙. 基于低周疲劳损伤裂纹扩展行为数值模拟新方法[J]. 工程力学, 2011, 28(10): 202−208.

HUANG Xue-wei, CAI Li-xun, BAO Chen, CHEN Long. A new method of numerical simulation for behavior of fatigue crack propagation based on low cycle fatigue damage[J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(10): 202−208.

[6] 陈　龙, 蔡力勋. 基于材料低周疲劳的裂纹扩展预测模型[J]. 工程力学, 2012, 29(10): 34−39.

CHEN Long, CAI Li-xun. The low cyclic fatigue crack growth prediction model based on material’s low-cyclic fatigue properties[J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(10): 34−39.

[7] DUARTE C A, HAMZEH O N, LISZKA T J, TWORZYDLO W W. A generalized finite element method for the simulation of three-dimensional dynamic crack propagation[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2001, 190(17): 2227−2262.

[8] MCCLINTOCK F A. A criterion for ductile fracture by the growth of holes[J]. Journal of Applied Mechanics, 1968, 35(2): 363−360.

[9] GURSON A L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1977, 99(1): 2−15.

[10] RICE J R, TRACEY D M. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1969, 17(3): 201−217.

[11] WANG T J. A continuum damage model for ductile fracture of weld heat affected zone[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1991, 40(6): 1075−1082.

[12] WANG T J. Micro- and macroscopic damage and fracture behavior of welding coarse grained heat affected zoned of a low alloy steel mechanisms and modeling[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1993, 45(6): 799−812.

[13] YU S, ZHAO J. Investigation on blanking of thick sheet metal using the ductile fracture initiation and propagation criterion[J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2012, 17(5): 531−536.

[14] KAMOULAKOS A, CULIERE P, ARAKI T. Prediction of ductile metal rupture with the E-W Model in PAM-CRASH[C]//SEKSARIA D C. Proceedings of the international body engineering conference 2003. Tokyo: Society of Automotive Engineers of Japan, 2003: 47−52.

[15] KAMOULAKOS A. The ESI-Wilkins-Kamoulakos rupture model[C]//RAABE D, ROTERS F, CHEN L Q. Continuum Scale Simulation of Engineering Materials. Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co KGaA, 2004: 795−804.

[16] XUE L. Damage accumulation and fracture initiation in uncracked ductile solids subject to triaxial loading[J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, 44(16): 5163−5181.

[17] 刘　超, 孙　秦, 刘彦杰, 范学领. 延性金属渐进破坏试验与数值研究[J]. 航空材料学报, 2013, 33(1): 93−99.

LIU Chao, SUN Qin, LIU Yan-jie, FAN Xue-ling. Experimental and numerical study of progressive failure of ductile metals[J]. Journal of Aeronautical Materials, 2013, 33(1): 93−99.

[18] 中国航空材料手册编委会. 中国航空材料手册[M]. 北京: 中国标准出版社, 2002.

Editorial Board of China Aeronautical Materials Handbook. China aeronautical materials handbook[M]. Beijing: China standardard Press, 2002.

[19] 杨锋平, 孙　秦. 屈服准则及切线模量修正的弹塑性计算模型[J]. 力学学报, 2010, 42(4): 804−810.

YANG Feng-ping, SUN Qin. A new computational model of metal plasticity based on von Mises criterion correction and tangent modulus correction[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2010, 42(4): 804−810.

[20] BAI Y L, WIERZBICKI T. A new model of metal plasticity and fracture with pressure and lode dependence[J]. International Journal of Solids and Structures, 2008, 24(6): 1071−1096.

[21] 刘土光, 张　涛. 弹塑性力学基础理论[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2008.

LIU Tu-guang, ZHANG Tao. Basic theory of elasticity and plasticity[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2008.

[22] 庄　茁, 由小川, 廖剑晖. 基于 ABAQUS 的有限元分析和应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.

ZHUANG Zhuo, YOU Xiao-chuan, LIAO Jian-hui. Finite element analysis and application based on ABAQUS[M]. Beijing:

Tsinghua University Press, 2009.

[23] 孟凡中. 弹塑性有限变形理论和有限元方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1985.

MENG Fan-zhong. Elastic-plastic finite deformed theory and finite element method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1985.

[24] HIBBIT H D, MARCAL P V, RICE J R. A finite element formulation for problems of large strain and large displacement[J]. International Journal of Solids and Structures, 1970, 6(8): 1069−1086.

[25] 曹金凤, 石亦平. ABAQUS 有限元分析常见问题解答[M]. 北京: 机械工业出版社, 2010.

CAO Jin-feng, SHI Yi-ping. The answer for frequently asked question of ABAQUS finite element analysis[M]. Beijing: China Machine Press, 2010.

[26] 杨锋平, 孙　秦. 韧性金属材料渐进断裂的有限元算法研究[J]. 金属学报, 2008, 44(4): 489−494.

YANG Feng-ping, SUN Qin. Algorithm study of gradual fracture of ductile metallic material with finite element method[J]. Acta Metallurgiga Sinica, 2008, 44(4): 489−494.

[27] CHEN C R, KOLEDNIK O, HEERENS J, FISCHER F D. Three-dimensional modeling of ductile crack growth: Cohesive zone parameters and crack tip triaxiality[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2006, 72(13): 2072−2094.

(编辑　龙怀中)