

不同形状横向限制对枝晶间距影响作用的相场法模拟

刘小元, 杜立飞, 张 蓉, 张利民

(西北工业大学 理学院 空间应用物理与化学教育部重点实验室, 西安 710129)

摘 要: 材料的微观组织结构对材料的性能具有决定性的作用, 而凝固过程中横向限制的存在则会直接影响晶体微观结构的演化过程。利用非等温的相场模型, 以纯金属 Ni 为研究对象, 模拟了其在横向挡板限制下的微观组织演化过程, 研究不同形状横向挡板对不同初始枝晶间距枝晶演化过程的影响, 讨论挡板形状对枝晶间距的调整作用。结果表明: 横向限制的存在会明显改变晶体的生长和发育过程, 且不同形状横向挡板的限制均会对枝晶间距产生显著的影响: 上三角形挡板对枝晶间距的改变最明显; 下三角形及矩形的横向限制对枝晶间距具有一定的控制作用, 即对于不同初始间距枝晶绕过这两类挡板后具有基本相同的重新发育模式, 枝晶间距只与挡板尺寸有关, 与初始枝晶间距关系不大; 不同尺寸梯形挡板对于枝晶间距具有完全不同的调整作用, 通过调整梯形挡板尺寸比例可以有效实现改变枝晶间距的作用。因此, 在凝固过程中引入不同性质的横向限制可以有效地实现枝晶间距调整。

关键词: 相场方法; 横向挡板; 枝晶间距

中图分类号: TG244

文献标志码: A

Phase-field simulation of effect of lateral constrains on dendritic spacing change

LIU Xiao-yuan, DU Li-fei, ZHANG Rong, ZHANG Li-min

(Key Laboratory of Space Applied Physics and Chemistry, Ministry of Education,
School of Science, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

Abstract: The mechanical properties of materials are strongly dependent upon their microstructures, and the lateral constrains in presence of melt have a significantly effect on the microstructure evolution. A non-isothermal phase-field model for pure metal was implemented to simulate the microstructure evolution in the presence of lateral constrains of different shapes during the solidification of pure Ni, in order to study the effect of lateral constrains on the dendritic spacing changes caused by these lateral constrains. The results indicate that lateral constrains have a direct influence on the dendrite development, and the lateral constrains of different shapes can lead to different influences on the dendrite arm spacing changes. The constrains of triangle with sharp corner at the bottom has the most significant influence on the dendrite spacing changes, and rectangle and triangular constrains with its sharp corner above show a controlling effect on the dendrite arm spacing, that is, the dendrite growth of different primary arm spacings has the same developing manner with these two kinds of lateral constrains, the new developing dendrite arm spacing is determined by the shape of constrains, and has less relationship with its primary arm spacing. When the lateral constrain of trapezoid is introduced, the dendrite arm spacing can be determined by changing the size of the hemline of constrains. Therefore, the lateral constrains in the solidification process can significantly change the dendrite arm spacing.

Key words: phase-field method; lateral constrains; dendrite arm spacing

材料的微观组织结构对材料的性能具有决定作用^[1-3]。在金属的凝固过程中, 树枝晶生长是一种最

常见的方式, 而枝晶间距又是表征凝固组织形态的重要特征参量, 且材料的强度和韧性普遍受到枝晶间距

基金项目: 国家重点基础研究发展计划资助项目(2010CB631202); 西北工业大学基础研究基金资助项目(JC201272)

收稿日期: 2013-06-18; **修订日期:** 2013-09-17

通信作者: 张 蓉, 教授, 博士; 电话: 029-88471650; 传真: 029-88471664; E-mail: xbw101@nwpu.edu.cn

因素的影响,枝晶间距的大小与组织中显微偏析、夹杂物的形成、微裂纹与缩松的产生等都有密切的关系,所以材料枝晶间距的研究一直是国内外学者普遍关注的课题。1997 年,黄卫东等^[4-5]通过定向凝固台阶变速试验验证了 Al-Cu 合金一次枝晶间距选择的历史相关性。翟慎秋等^[6]研究了金属枝晶间距与枝晶生长速度、温度梯度的关系,发现各次枝晶间距与生长速度、温度梯度基本符合指数关系。1999 年,常国威等^[7]基于 M-S 理论,提出了电流作用下凝固界面的稳定性判据,并发现随着电流增大,枝晶间距以先增大后减小的规律变化。对于枝晶间距的实验研究,大多是在定向凝固条件下进行的,且研究对象多为温度梯度、电场强度、枝晶生长速度等与枝晶间距的关系^[8-11]。但是,在材料的实际凝固过程中,往往要经历许多非规则的横截面,例如由定向凝固获得的涡轮叶片就是有不规则界面的影响下得到的复杂微观结构成品。这种不规则界面的存在对凝固过程有两个重要的作用:首先,热量的传导因界面的存在受到明显影响,不同导热性质的横向界面有着不同的导热规律;其次,界面的存在会明显影响的固液界面的推进,且不同形状和性质的界面对微观组织的形成存在不同程度的影响。另外,在合金凝固过程中存在横向界面时,溶质场的分布也会显著变化。FABIETTI 等^[12]通过研究横向限制存在时定向凝固条件下对丁二腈凝固过程,发现横向限制对枝晶尖端生长速度及枝晶间距存在重要影响。王华明等^[13]研究了侧向约束条件下单晶 Ni 基高温合金的凝固行为及溶质再分配规律,发现侧向约束条件对单晶 Ni 基高温合金的凝固组织、溶质偏析及溶质再分配均具有极为强烈的影响,提出侧向约束条件即试样断面变化对单晶 Ni 基高温合金凝固过程的影响实质上是局部凝固工艺参数的影响。由此可见,研究横向限制条件下的凝固行为对理解界面存在对凝固过程中溶质及温度传导规律具有重要意义:溶质及热量传导的改变将直接影响材料微观结构的形成,并最终导致材料具有特异的性能。但是由于实验条件的限制,目前的实验手段很难精确地测量材料凝固过程的诸多细节,而采用计算模拟的方法不仅可以有效地节约成本,还能够有效地反映完整的凝固过程,并且获得更加丰富的过程参量及数据,有助于在理论上研究各种实验条件对凝固过程的影响,但以往的研究大都集中于各种复杂条件下的凝固过程^[14-19],而对于横向限制存在条件下的模拟研究却鲜有报道,所以本文将纯金属 Ni 为研究对象,利用相场方法,模拟不同性质横向挡板作用下的枝晶微观形貌过程,并着重讨论横向挡板限制对枝晶间距调整的影响。

1 相场模型及数值求解

纯金属凝固的非等温相场方程包括两个与空间 $\mathbf{r}$ 及时间 t 相关的场量,即相场量 $\phi(\mathbf{r},t)$ 和温度场量 $T(\mathbf{r},t)$,序参量 $\phi(\mathbf{r},t)$ 表征体系的有序程度,定义液相内 $\phi=0$,在固相内 $\phi=1$,在固液界面内 $\phi \in (0,1)$ 。 $T(\mathbf{r},t)$ 为温度场。

相场控制方程是基于 Ginzburg-Landau 自由能泛函的变分法推导得到的,纯金属的 Ginzburg-Landau 自由能形式如下:

$$F(\phi, m) = \int f(\phi, m) + \frac{1}{2} \varepsilon^2 |\nabla \phi|^2 d\mathbf{r} \quad (1)$$

式中: ε 为界面自由能梯度系数; $f(\phi, m)$ 为双阱势能函数,其具体形式取为

$$f(\phi, m) = \frac{1}{4} \phi^4 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} m \right) \phi^3 + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} m \right) \phi^2 \quad (2)$$

可以看出,式(2)满足: $f'(0, m) = f'(1, m) = 0$,即在固液两相达到极小。在此基础上,引入各向异性参数以及噪声项,最终得到相场控制方程:

$$\tau \frac{\partial \phi}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon \varepsilon' \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon \varepsilon' \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \nabla \cdot (\varepsilon^2 \nabla \phi) + \phi(1-\phi) \left(\phi - \frac{1}{2} + m \right) + a\phi(1-\phi)\chi \quad (3)$$

式中: $\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + \delta \cos[j(\theta - \theta_0)])$ 为各向异性参数,其中 δ 表示各向异性强度, j 为各向异性模数,表征枝晶最优生长取向的方向数, θ 为最优生长方向与参考方向的夹角, θ_0 为参考角度; τ (弛豫时间)是一个很小的负常数; $a\phi(1-\phi)\chi$ 为噪声项, $\chi \in [-1/2, 1/2]$ 为随机数, a 为噪声强度; m 为控制自由能势阱的参数, m 是温度相关的函数,定义为

$$m(T) = \frac{\alpha}{\pi} \tan^{-1} [\gamma(T_e - T)] \quad (4)$$

式中: T_e 表示平衡温度; α 为负常数值,取 $\alpha < 1$,保证 $|m| < 1/2$; γ 为相变驱动力控制参数。

式(3)的详细推导可参见文献[20]。

由热扩散方程可得温度场方程:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T + K \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (5)$$

式中: K 为无量纲潜热。

以纯金属 Ni 为研究对象,利用有限差分法对无量纲化后的式(3)和(5)进行离散求解,计算域的大小为

$800\Delta x \times 800\Delta y$, 相关物性参数及模拟参数取值见表 1。

表 1 模拟中用到的参数取值

Table 1 Parameters used in simulations

Parameter	Value	Parameter	Value
ε_0	0.01	δ	0.04
τ	0.000 3	j	4
α	0.9	$\Delta x, \Delta y$	0.03
γ	10.0	Δt	0.000 2
a	0.005	K	1.5

模拟初始时刻计算域的无量纲温度 $T=0$, 挡板的初始无量纲温度设置为 $T=-0.1$, 在计算区域底部引入等距分布的晶核, 在晶核范围内场量初始值 $\phi=1$, 在晶核范围之外, 相场量初始值 $\phi=0$, 且不随时间发生改变, 相场与温度场的边界条件均为周期性边界条件。在满足上述设定的情况下, 本研究模拟了不同形状横向挡板限制下, 不同初始枝晶间距条件下的枝晶生长过程, 模拟中挡板的形状及尺寸设置见图 1。

2 模拟结果与讨论

2.1 横向挡板限制下的枝晶演化过程

图 2(a)~(f)所示为上三角型挡板限制存在下的枝晶微观形貌演化过程。初始枝晶间距 $d_0=100\Delta x$, 挡板直角边长度 $d_2=300\Delta x$, 挡板高度 $w_1=100\Delta x$ 。在枝晶未接触到挡板时, 主枝晶臂均沿竖直方向自由生长, 二次枝晶臂发育被主枝晶轴的快速发育限制。主枝晶尖端接触到挡板时, 其生长直接被限制, 而通过挡板间隙的枝晶继续向上发育, 如图 2(b)所示。计算中挡板设置为完全润湿, 即挡板温度低于熔体温度, 故固相接触挡板后将沿挡板斜边快速生长, 如图 2(c)所示,

固相在挡板 45° 角处发育出新枝晶中心, 与通过挡板间隙的枝晶形成竞争生长。而且, 固相在沿挡板斜边快速生长的同时, 还发育出了新的纵向枝晶向上生长, 如图 2(d)所示, 且新发育纵向枝晶的间距明显减小, 并且几乎没有二次枝晶形成。最终, 通过挡板间隙枝晶, 挡板 45° 角处新发育枝晶及挡板斜边新发育的枝晶臂竞争生长, 形成与初始枝晶微观结构完全不同的不规则的组织, 如图 2(d)所示, 此时自挡板斜边处新发育枝晶臂受到穿过挡板间隙的枝晶生长的影响, 生长方向相对于界面能各向异性决定的最优生长发现发生了一定的偏转。可见, 横向挡板的存在使挡板上两个区域的枝晶形貌发生很大变化: 上部新发育的枝晶形貌变得不规则, 且新发育枝晶的平均枝晶间距明显小于初始枝晶间距, 同时在挡板尖端出发育的新枝晶臂具有发达的二次枝晶。图 2(g)所示为时间为 $10\,000\Delta t$ 时刻的温度场分布情况, 可见挡板附近存在明显的温度梯度, 使得挡板附近的金属以平面方式生长。但是由于模拟中随机噪声的引入, 能够诱发快速生长金属固相表面的枝晶发育, 形成新的枝晶臂向上快速生长, 与穿过挡板的枝晶竞争生长。这些与 FABIETTI 等^[12]得到实验结果基本一致, 如图 2(h)所示。由此可以看出, 横向限制挡板的存在可以显著改变晶体微观结构的发展过程, 且对枝晶间距的调整具有明显的作用。为此将设置不同初始间距的枝晶, 来研究横向挡板对其枝晶间距的调整作用。计算结果见图 3。

从图 3 看出, 初始枝晶间距较大时, 枝晶自挡板间隙通过, 二次枝晶臂接触挡板后沿挡板斜面快速生长, 且发育出新的枝晶臂, 与初始枝晶的二次枝晶臂竞争生长, 明显改变了微观形貌演化, 且经过挡板后的枝晶间距明显减小。初始枝晶间距与挡板间隙相差不大时, 初始枝晶的发展受到限制, 但枝晶绕过挡板并在其 45° 角处发育出较为发达的新的主枝晶轴, 且在挡板斜面处仍然会发育出竖直方向生长的枝晶

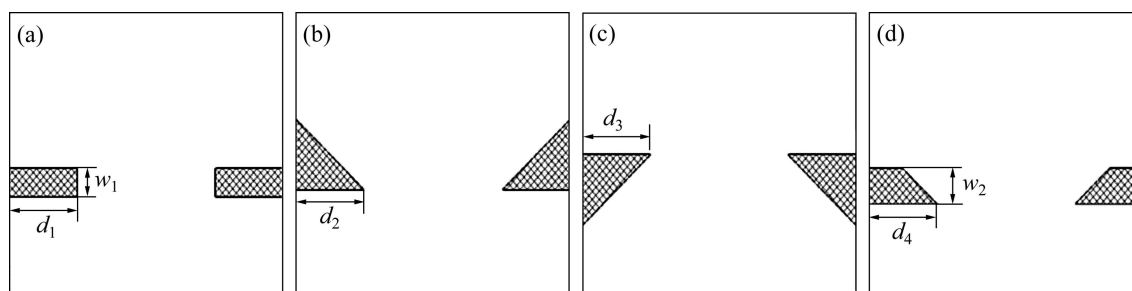


图 1 4 种不同形状的挡板尺寸图

Fig. 1 Sketch maps of four different constrains: (a) Rectangle; (b) Triangle with sharp corner on top; (c) Triangle with sharp corner at bottom; (d) Trapezoid

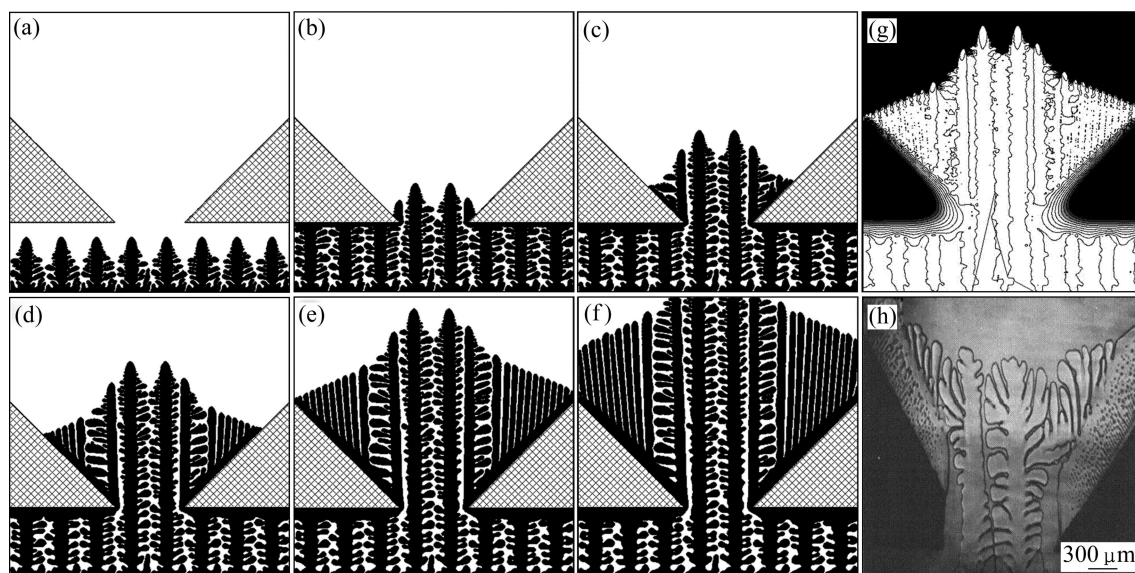


图 2 上三角挡板存在时枝晶微观结构的演化过程

Fig. 2 Microstructure evolution of dendrite growth with lateral constrains of triangle: (a) 2 000 Δt ; (b) 4 000 Δt ; (c) 6 000 Δt ; (d) 8 000 Δt ; (e) 10 000 Δt ; (f) 12 000 Δt ; (g) Temperature distribution at 10 000 Δt ; (h) Experiment result^[12]

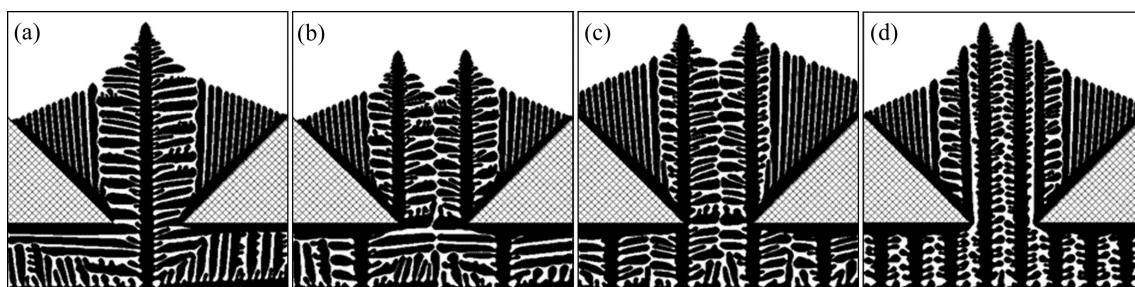


图 3 不同初始间距枝晶在上三角形挡板存在时的枝晶微观结构

Fig. 3 Microstructures of dendrites with different primary spacings and lateral constrains of triangle with sharp corner on top: (a) $d_0=800\Delta x$; (b) $d_0=400\Delta x$; (c) $d_0=200\Delta x$; (d) $d_0=100\Delta x$

臂,从而改变枝晶间距,如图 3(b)和(c)所示。当挡板间距小于枝晶间距时,部分初始枝晶通过挡板间隙继续向上生长,但绕过挡板新发育的枝晶间距明显小于初始枝晶间距,且自挡板 45°角处发育的新枝晶具有相对发达的二次枝晶臂。可见,三角形挡板的存在对不同初始间距的枝晶生长都有一定的作用。

2.2 不同形状横向挡板对枝晶间距的影响

图 4 所示为下三角型挡板限制存在时,不同初始枝晶间距条件下的枝晶形貌,挡板尺寸设置为 $d_3=300\Delta x$ 。对于 $d_0=800\Delta x$ 的情况,主枝晶轴从挡板通过,其二次枝晶臂被被挡板限制,主枝晶通过挡板后其二次枝晶重新发育,基本保持原有形貌继续发展,此时挡板的存在并不能够改变枝晶生长过程中二次枝晶的发育。随着初始枝晶间距减小,主枝晶轴在接触挡板后沿其斜边快速生长,且在挡板 45°角处形成新

的晶核,沿左上右 3 个方向发育出新的枝晶主轴,发育形成具有发达二次枝晶臂的新的枝晶结构,且由于枝晶间距相对较小,纵向发育的枝晶轴完全限制了初始枝晶的生长,新发育枝晶结构具有统一的生长模式,即 45°角处新发育的具有发展二次枝晶臂枝晶与两侧柱状晶的竞争生长。

通过以上分析可见,晶体生长在横向限制挡板的拐角处会重新形成新的枝晶发展中心,导致枝晶生长模式的改变,从而改变枝晶间距,故有必要进一步研究具有多个挡板拐角的横向限制挡板的存在对枝晶发育过程的影响。

图 5 所示为受矩形挡板限制,不同初始枝晶间距条件下的枝晶形貌,挡板尺寸为 $d_1=300\Delta x$, $w_1=100\Delta x$ 。矩形挡板具有相对规则的形状,当固相接触挡板后会沿着挡板边缘快速生长,且在挡板上拐角处形成二次枝晶臂较发达的新主枝晶轴。在初始枝晶间距较大时,

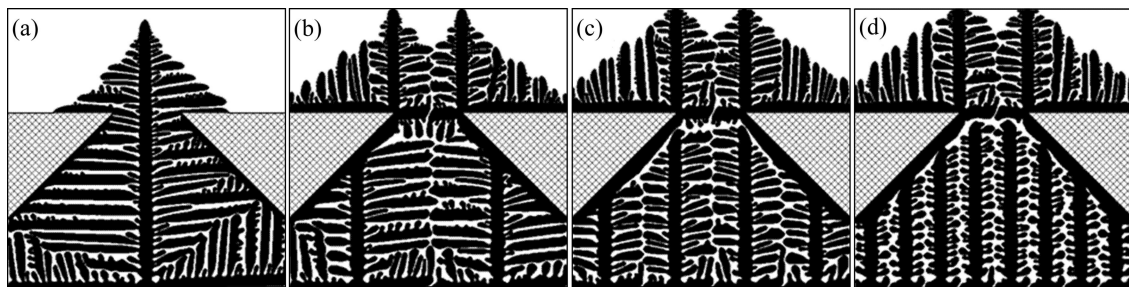


图4 不同初始间距枝晶在下三角形挡板存在时的枝晶微观结构

Fig. 4 Microstructures of dendrites with different primary spacings and lateral constrains of triangle with sharp corner at bottom: (a) $d_0=800\Delta x$; (b) $d_0=400\Delta x$; (c) $d_0=200\Delta x$; (d) $d_0=100\Delta x$

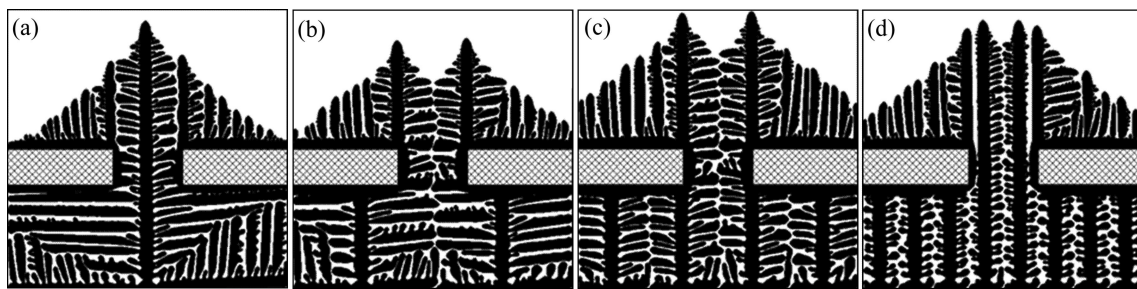


图5 不同初始间距枝晶在矩形挡板存在时的枝晶微观结构

Fig. 5 Microstructures of dendrites with different primary spacings and lateral constrains of rectangle: (a) $d_0=800\Delta x$; (b) $d_0=400\Delta x$; (c) $d_0=200\Delta x$; (d) $d_0=100\Delta x$

绕过挡板间隙的枝晶间距明显减小;当初始枝晶间距等于挡板间隙时(见图5(c)),通过挡板间隙的枝晶臂仍然有比较充足的发展空间,二次枝晶臂得到一定的发育,挡板上方枝晶间距仍然会减小;当初始枝晶间距小于挡板间距时,中心枝晶臂通过挡板间隙按原轨迹继续生长,并与两侧新生成的枝晶臂形成竞争生长,最后发育成不规则的结构。

图6和7所示分别为两种不同尺寸梯形挡板限制存在时,不同初始枝晶间距条件下的枝晶形貌,挡板尺寸设置分别为 $d_4=300\Delta x$ 、 $w_2=100\Delta x$ 和 $d_4=300\Delta x$ 、 $w_2=200\Delta x$ 。相比于矩形挡板,梯形挡板间隙上的两个边存在一倾斜度,因此,枝晶在沿挡板快速生长时,可以在其上下两个角处均发育出新的枝晶主轴。对于所有的情况,在梯形的上 135° 处均发育出了新的枝晶轴。对于枝晶主轴被阻隔的生长情况(排除 $d_0=800\Delta x$ 情况),当挡板下间隙小于或等于枝晶初始间距时,在挡板下 45° 角处也能够发育出新枝晶轴,且新的枝晶间距小于初始枝晶间距;当挡板下间隙大于枝晶初始间距时,在挡板下 45° 角处,由于竞争生长的作用,原主枝晶轴侧向二次枝晶臂阻碍了出挡板下 45° 角处新枝晶轴的生长,导致挡板间隙附近的枝晶间距变大,但由于挡板上侧柱状晶的形成,绕过挡板后的平均枝

晶间距仍然减小,如图6(d)所示。当挡板斜边相对较大时,如图7所示,挡板斜边上也会有新的柱状晶形成,明显改变绕过挡板后的枝晶间距。由此可见,不同尺寸梯形挡板对于枝晶间距调整具有不同的作用。

2.3 不同形状挡板限制对枝晶间距调整的作用

由以上的计算分析可知,对于不同初始间距枝晶,不同形状横向限制对枝晶间距改变具有不同的效应。尽管横向挡板的存在会使初始的规则枝晶在绕过挡板后形成不规则的微观组织,但是新发育的枝晶间距明显减小,这使得经过挡板后的枝晶的平均间距发生明显改变。假设绕过横向挡板后新发育枝晶的平均间距为 λ_1 ,其大小随初始枝晶间距的改变见图8(a);图8(b)所示为新的枝晶间距与初始枝晶间距的比值。可见,相对于初始枝晶间距 λ_0 ,上三角形挡板对枝晶间距的改变最明显,同时下三角形及矩形的横向限制对枝晶间距具有一定的控制作用,即对于不同初始间距枝晶绕过这两类挡板后具有基本相同的重新发育模式,枝晶间距只与挡板尺寸有关,与初始枝晶间距关系不大。不同尺寸梯形挡板对于枝晶间距具有完全不同的调整作用,即通过调整梯形挡板尺寸比例可以有效改变枝晶间距。

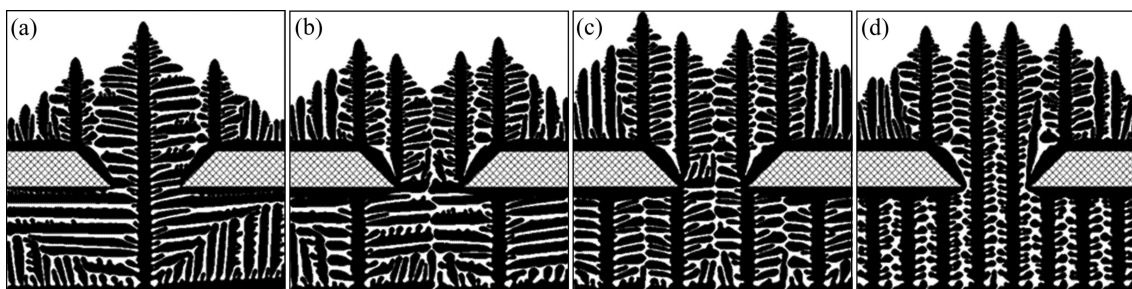


图 6 不同初始间距枝晶在梯形挡板存在时的枝晶微观结构

Fig. 6 Microstructures of dendrites with different primary spacings and lateral constrains of trapezoid at $d_4=300\Delta x$ and $w_2=100\Delta x$: (a) $d_0=800\Delta x$; (b) $d_0=400\Delta x$; (c) $d_0=200\Delta x$; (d) $d_0=100\Delta x$

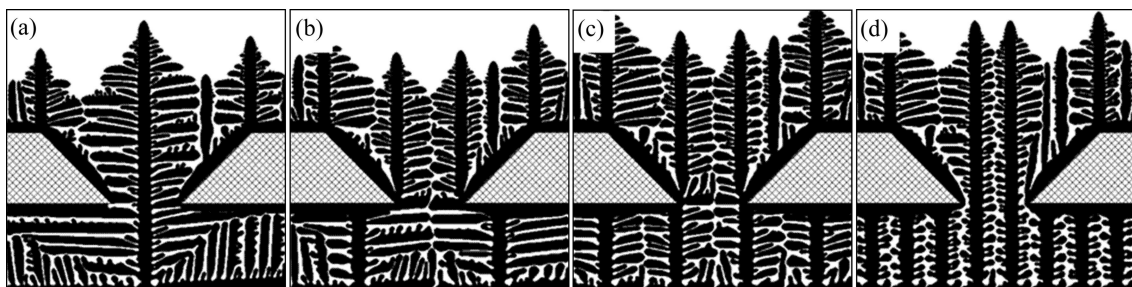


图 7 不同初始间距枝晶在梯形挡板存在时的枝晶微观结构

Fig. 7 Microstructures of dendrites with different primary spacings and lateral constrains of trapezoid at $d_4=300\Delta x$ and $w_2=200\Delta x$: (a) $d_0=800\Delta x$; (b) $d_0=400\Delta x$; (c) $d_0=200\Delta x$; (d) $d_0=100\Delta x$

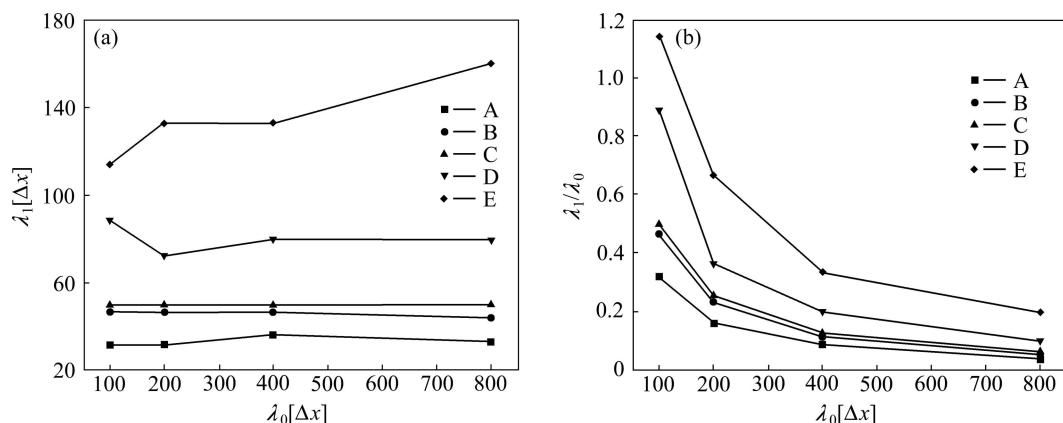


图 8 不同形状挡板对枝晶间距调整的作用

Fig. 8 Functions of lateral constrains with different shapes on dendrite arm spacing changes: (a) $\lambda_1[\Delta x] - \lambda_0[\Delta x]$; (b) $\lambda_1/\lambda_0 - \lambda_0[\Delta x]$; A—Rectangle; B—Triangle with sharp corner on top; C—Triangle with sharp corner at bottom; D—Trapezoid, shown in Fig. 6; E—Trapezoid, shown in Fig. 7

3 结论

1) 凝固过程中横向挡板的存在能够明显改变枝晶发育过程: 枝晶生长过程中碰到横向挡板时, 枝晶的生长会直接被挡板下边缘限制, 但固相绕过挡板后在挡板拐角处形成新的枝晶发育中心, 且固相绕过挡板后会沿其边缘快速发展, 并发育出新的枝晶臂, 与穿过挡板间隙的枝晶形成竞争生长, 最终形成不规则

的枝晶微观组织, 与相关的实验结构基本一致。

2) 不同形状的横向挡板对枝晶间距调整具有不同的作用: 上三角形挡板对枝晶间距的改变最明显; 下三角形及矩形的横向限制对枝晶间距具有一定的控制作用, 即对于不同初始间距枝晶绕过这两类挡板后具有基本相同的重新发育模式, 枝晶间距只与挡板尺寸有关, 与初始枝晶间距关系不大。不同尺寸梯形挡板对于枝晶间距具有完全不同的调整作用, 通过调整梯形挡板尺寸比例可以有效实现改变枝晶间距的作用。

REFERENCES

- [1] ASTA M, BECKERMAN C, KARMA A, KURZ W, NAPOLITANO A, PLAPP M, PURDY G, RAPPAZ M, TRIVEDI R. Solidification microstructures and solid-state parallels: Recent developments, future directions[J]. *Acta Materialia*, 2009, 57: 941–971.
- [2] YAN Z M, LI X T, CAO Z Q, ZHANG X A, LI T J. Grain refinement of horizontal continuous casting of the CuNi10Fe1Mn alloy hollow billets by rotating magnetic field (RMF)[J]. *Materials Letters*, 2008, 62: 4389–4392.
- [3] YASUDA H, TOH T, IWAI K, MORITA K. Recent progress of EPM in steelmaking, casting, and solidification processing[J]. *ISIJ International*, 2007, 47(4): 619–626.
- [4] 林 鑫, 黄卫东, 潘清跃, 丁国陆, 薛玉芳, 周尧和. Al-4.5Cu 单晶定向凝固一次枝晶间距研究[J]. *金属学报*, 1997, 33(11): 1140–1146.
LIN Xin, HUANG Wei-dong, PAN Qing-yue, DING Guo-lu, XUE Yu-fang, ZHOU Yao-he. Research on primary dendritic spacing in unidirectional solidification of Al-4.5Cu single crystal[J]. *Acta Metallurgical Sinica*, 1997, 33(11): 1140–1146.
- [5] 李林蓄, 林 鑫, 王 猛, 黄卫东. Al-3.6%Cu 合金定向凝固一次枝晶间距选择[J]. *铸造技术*, 2008, 193(7): 60–64.
LI Kin-xu, LIN Xin, WANG Meng, HUANG Wei-dong. Selection of primary dendritic spacing during directional solidification of Al-3.6%Cu[J]. *Foundry Technology*, 2008, 29(7): 60–64.
- [6] 翟慎秋, 魏亚杰. Sn-Pb 合金的三次树枝晶生长[J]. *淄博学院学报: 自然科学与工程版*, 2000, 2(3): 38–46.
ZHAI Shen-qiu, WEI Ya-jie. Tertiary dendrite growth in Sn-Pb alloy[J]. *Journal of Zibo University: Natural Science and Engineering Edition*, 2000, 2(3): 38–46.
- [7] 常国威, 袁军平, 王自东, 胡汉起, 薛庆国. 电流改变定向凝固单合金枝晶间距机理[J]. *北京科技大学学报*, 1999, 21(2): 175–178.
CHANG Guo-wei, YUAN Jun-ping, WANG Zi-dong, HU Han-qi, XUE Qing-guo. Mechanism of dendrite arm space of unidirectional solidification single-phase alloy with influence of electric current[J]. *Journal of University of Science and Technology of Beijing*, 1999, 21(2): 175–178.
- [8] EASTON M, DAVISON C, JOHN D Jr. Effect of alloy composition on the dendrite arm spacing of multicomponent aluminum alloys[J]. *Metallurgical Transactions A*, 2010, 41(6): 1528–1538.
- [9] 杨初斌, 刘 林, 赵新宝, 刘 刚, 张 军, 傅恒志. 〈001〉和〈011〉取向 DD407 单晶高温合金枝晶间距和微观偏析[J]. *金属学报*, 2011, 47(10): 1246–1250.
YANG Chu-bin, LIU Lin, ZHAO Xin-bao, LIU Gang, ZHANG Jun, FU Heng-zhi. dendrite arm spacings and microsegregations in 〈001〉 and 〈011〉 orientated single crystal superalloys DD407[J]. *Acta Metallurgical Sinica*, 2011, 47(10): 1246–1250.
- [10] HU Xiao-wu, LI Shuang-ming, GAO Si-feng, LIU Lin, FU Heng-zhi. Effect of melt convection on primary dendrite arm spacing in directionally solidified Pb-26%Bi hypo-peritectic alloys[J]. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 2011, 21(1): 65–71.
- [11] AN G Y, LIU L X. Dendrite spacing in unidirectional solidified Al-Cu alloy[J]. *Journal of Crystal Growth*, 1987, 80(2): 383–392.
- [12] FABIETTI L M, SEETHARAMAN V, TRIVEDI R. The development of solidification microstructures in the presence of lateral constraints[J]. *Metallurgical Transactions A*, 1990, 21: 1299–1310.
- [13] 王华明, 唐亚俊, 张静华, 李英敖, 张志亚, 于 洋, 胡壮麒. 单晶 Ni 基高温合金侧向约束下的凝固行为[J]. *材料科学进展*, 1993, 7(2): 99–104.
WANG Hua-ming, TANG Ya-jun, ZHANG Jing-hua, LI Ying-ao, ZHANG Zhi-ya, YU Yang, HU Zhuang-qi. Solidification behavior of a single-crystal Ni-base superalloy under lateral constraints[J]. *Material Science Progress*, 1993, 7(2): 99–104.
- [14] 李俊杰, 王锦程, 许 泉, 杨根仓. 外来夹杂物颗粒对枝晶生长形态影响的相场法研究[J]. *物理学报*, 2007, 56(3): 1514–1519.
LI Jun-jie, WANG Jin-cheng, XU Quan, YANG Gen-cang. Effect of foreign particles on the dendritic growth in phase-field theory[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(3): 1514–1519.
- [15] 石玉峰, 许庆彦, 柳百成. 定向凝固共晶生长的元胞自动机数值模拟[J]. *金属学报*, 2012, 48(1): 41–48.
SHI Yu-feng, XU Qing-yan, LIU Bai-cheng. Simulation of eutectic growth in directional solidification by cellular automaton method[J]. *Acta Metallurgical Sinica*, 2012, 48(1): 41–48.
- [16] 卢艳丽, 陈 铮, 来庆波, 张 静. $\text{Ni}_{75}\text{Cr}_{25-x}\text{Al}_x$ 合金中 L_{12} 相和 D_{022} 相形核孕育期的微观相场模拟[J]. *物理学报*, 2009, 58(13): 319–326.
LU Yan-li, CHEN Zheng, LAI Qing-bo, ZHANG Jing. Microscopic phase field simulation on the nucleation incubation period of L_{12} and D_{022} phases in $\text{Ni}_{75}\text{Cr}_{25-x}\text{Al}_x$ alloy[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, 58(13): 319–326.
- [17] 杜立飞, 张 蓉, 刑 辉, 张利民, 张 洋, 刘 林. 横向限制下凝固微观组织演化的相场法模拟[J]. *物理学报*, 2013, 62(10): 106401-1–106401-6.
DU Li-fei, ZHANG Rong, XING Hui, ZHANG Li-min, ZHANG Yang, LIU Lin. Phase-field simulation of solidified microstructure evolution in the presence of lateral constraint[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(10): 106401-1–106401-6.
- [18] LU Shi-qiang, LI Xin, WANG Ke-lu, DONG Xian-juan, FU M W. High temperature deformation behavior and optimization of hot compression process parameters in TC11 titanium alloy with coarse lamellar original microstructure[J]. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 2013, 23(2): 353–360.
- [19] WANG Gang, ZENG De-chang, LIU Zhong-wu. Phase field calculation of interface mobility in a ternary alloy[J]. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 2012, 22(6): 1711–1716.
- [20] KOBAYASHI R. Modeling and numerical simulations of dendritic crystal growth[J]. *Physica D*, 1993, 63: 410–423.

(编辑 何学锋)