文章编号: 1004-0609(2013)12-3484-08

# 基于提升改进方向波变换的浮选泡沫图像降噪方法

李建奇1,2,阳春华1,朱红求1,曹斌芳1

- (1. 中南大学 信息科学与工程学院,长沙 410083;
- 2. 湖南文理学院 电气与信息工程学院, 常德 415000)

摘 要:针对矿物浮选过程中泡沫图像易受噪声影响,存在纹理细节模糊、灰度值对比度低等问题,提出一种浮选泡沫图像的非线性降噪方法。首先构造一种改进方向波变换,保证信号的平移不变性,同时采用提升算法减小其运算量。然后通过对分解系数建模,针对低频子带系数采用多尺度 Retinex 算法进行处理,以改善整体亮度均匀性,提高对比度;对各高通子带构建基于高斯混合尺度模型的分解系数邻域模型,并利用 Bayes 最小均方(BLS)估计进行局部去噪。最后利用所提出的方法对大量浮选泡沫图像进行去噪分析。结果表明:所提出的降噪方法能突出泡沫图像的纹理细节信息,提高泡沫图像的对比度,在信噪比和实时性上有明显提高,为后续泡沫图像的分割和工况识别奠定基础。

关键词: 浮选泡沫图像; 图像降噪; 方向波变换; 高斯混合尺度模型; Retinex 算法

中图分类号: TP391

文献标志码: A

# Flotation froth image de-noising algorithm based on lifting improved directionlet transform

LI Jian-qi<sup>1,2</sup>, YANG Chun-hua<sup>1</sup>, ZHU Hong-qiu<sup>1</sup>, CAO Bin-fang<sup>1</sup>

- (1. School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China;
- 2. College of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Arts and Science, Changde 415000, China)

Abstract: Considering the defects, such as easy sensitivity to noise and heavy texture, low contrast of gray value in the process of the floatation of foam image, a non-linear de-noising method was proposed. Lifting improved directionlet transform was firstly constructed, which not only ensured the shifting invariance but reduced its complexity. Multi-scale Retinex algorithm dealing with low-frequency subband coefficient was proposed for improving luminance uniformity and overall contrast. For high-pass subband, a model of decomposition coefficients neighbourhood based on Gaussian scale mixtures model was proposed for de-noising the image locally using Bayes least square (BLS). The analysis on the effect of de-noising was given to lots of real froth images. The results show that the proposed method is successful in maintaining edges and is superior in de-noising in term of PSNR and visual effect. It lays a foundation for foamy segmentation and analyzing grade from flotation froth image.

**Key words:** flotation froth image; image de-noising; directionlet transform (DT); Gaussian scale mixture (GSM); Retinex algorithm

浮选现场监控系统所拍摄到的泡沫图像受光照不均匀、现场环境以及视频采集设备自身性质的影响, 存在大量的噪声干扰<sup>[1-2]</sup>。这些噪声对泡沫图像影响很 大,使得泡沫图像对比度降低,图像细节模糊,加剧 泡沫视觉特征提取的难度,降低了泡沫图像视觉特征 检测精度,影响浮选工况的正确识别,进而导致浮选

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(61134006); 国家杰出青年科学基金资助项目(61025015); 湖南省自然科学基金资助项目(14JJ5008)

收稿日期: 2012-09-18; 修订日期: 2013-10-12

生产优化控制难以实现<sup>[3-4]</sup>。因此,在进行浮选泡沫分割、纹理特征和工况识别之前,有必要对泡沫图像进行预处理,提高对比度,降低噪声影响,从而增强图像细节,改善视觉效果。

目前,图像去噪的方法可分为空间域滤波法和频 率域滤波法。由于空间域处理是在原图像上直接进行 数据运算,可以减少图像的噪声,但同时也极大消弱 了图像的细节, 所以仅通过空间滤波处理难以达到泡 沫图像去噪的要求。而在频域处理法中, 由于小波变 换能有效地表示信号的零维奇异特性受到了广泛的关 注,但是对于更高维的特征则不能很好地表示,特别 是针对二维图像存在边缘、轮廓和纹理等具有高维奇 异性的几何特征信息。因此, 研究人员提出了一种新 的高维函数的最优表示方法 —— 多尺度几何分析 (Multiscale geometric analysis, MGA)的概念。当前的 MGA 方法主要有 CANDES[5]提出的 Ridgelet 变换及 CANDES 等<sup>[6]</sup>提出的 Curvelet 变换, PENNEC 等<sup>[7]</sup>构 造的 Bandelet 变换、DO 等<sup>[8]</sup>提出的 Contourlet 变换等。 这些 MGA 工具虽然被广泛应用于图像的去噪、特征 提取及分类等领域,但大多存在冗余度高或构造复杂 等缺点。文献[9-10]中的方向波变换(Directionlet transform, DT)作为一种真正的图像二维表示方法,它 不仅具有小波变换的多分辨率时频分析特征, 还具有 高度的多方向性和各向异性尺度关系。本文作者尝试 采用方向波变换对对比度变化大、纹理复杂的泡沫图 像进行降噪, 但是经过分析可知, 采用方向波直接进 行浮选泡沫图像降噪存在以下问题:一是该变换是采 用基于卷积的离散小波变换,其运算量大和复杂性高; 二是该变换过程中引入了下采样操作,导致该变换不 具备平移不变性, 使信号方向频谱产生一定的混叠, 引起伪吉布斯现象, 使重建的图像在边缘附近易产生 振荡,造成轮廓、边缘模糊或失真;三是该变换受分 解系数后续处理算法的影响很大。

基于以上分析,本文作者提出一种基于提升改进方向波变换的浮选泡沫图像非线性降噪方法。首先,构造改进方向波变换,保证信号的平移不变性;然后,采用提升方案进一步减少运算量,对分解后的系数进行建模分析,结合浮选泡沫图像特点,提出低频分量的 Retinex 亮度处理,从而提高对比度,改善视觉效果;根据高频子带系数直方图分布特点,提出采用高斯混合尺度模型预估去噪方法;最后,结合图像仿真和工业现场应用说明本文作者提出的方法具有较好的降噪效果,能突出泡沫图像的纹理细节信息,提高泡沫图像的对比度,满足基于机器视觉的铝土矿浮选过程图像预处理的要求。

## 1 提升改进方向波变换

#### 1.1 方向波变换

方向波变换是一种多方向性的斜各向异性小波变换(Skewed anisotrophic wavelet transform, SAWT),能够有效地捕捉图像中任意方向的各向异性特征。它包含整数格的滤波采样与各向异性小波分解两个部分,基函数为 SAWT( $M_4$ ,  $n_1$ ,  $n_2$ ),分别表示沿向量  $d_1$ 与  $d_2$ 方向分别进行  $n_1$ 次与  $n_2$  次滤波和采样的处理过程。整数格  $\Lambda$  是由两个线性无关的整数向量  $d_1$ 与  $d_2$ 经线性组合构成的点集, $\Lambda$  由生成矩阵  $M_{\Lambda}$  唯一确定 [9,11]。其中

$$\boldsymbol{M}_{A} = \begin{bmatrix} a_{1} & b_{1} \\ a_{2} & b_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{d}_{1} \\ \boldsymbol{d}_{2} \end{bmatrix} \tag{1}$$

式中:  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $b_1$  和  $b_2$  为整数,沿着斜率为  $r_2=b_2/a_2$  的向量  $d_2$  称队列方向(图 1 为-45°),沿着斜率为  $r_1=b_1/a_1$  的向量  $d_1$  称为变换方向(图 1 为 45°)。方向波通过对图像进行采样得到[ $M_A$ ]个陪集。各陪集通过沿变换方向和队列方向上各向异性小波变换(AWT( $n_1$ ,  $n_2$ ))得到图像的稀疏表示。

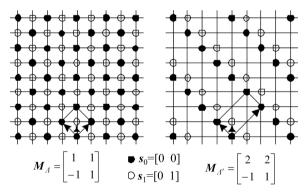


图 1 AWT(2,1)变换的采样格示意图(45°和-45°方向分解)

Fig. 1 Schematic diagram of AWT(2,1) transform based on sampling lattice (Decomposition in 45° and -45° directions)

#### 1.2 非下采样方向波变换的实现

方向波变换过程存在采样操作,使得方向波变换不具备平移不变性,在利用它进行图像去噪时奇异点周围会引入伪吉布斯(Gibbs)现象。本文作者借鉴平稳小波变换的思想<sup>[12]</sup>提出一种去掉采样操作的 DT 方法,即非下采样 DT(Nonsubsampled directionlet transform, NSDT),该方法由非下采样多级分解和非下采样多方向滤波器组成,具有平移不变性,能够保留更多的图

像相关信息。

在方向波变换中,沿着垂直方向和水平方向上的变换次数通常是不相等的,即  $n_1$  并不等于  $n_2$ 。方向波变换与标准小波变换类似,在低通滤波中反复进行这种操作。以 AWT(2,1)为例说明此种分解方法,如图 2 所示。

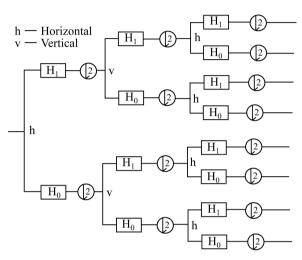


图 2 AWT(2,1)的分解结构

Fig. 2 Decomposition structure of AWT(2,1)

本文作者将平稳小波变换中对低通和高通滤波器的输出系数不进行采样操作的思想引入方向波变换中,这样将使得变换系数、方向波系数和原始信号等长,且保持了分解的各向异性的特征。从而得到和原始泡沫图像大小一样的频域图像,由此产生的冗余性使得系数之间具有比较好的相关性,可以实现完全重构。非下采样各向异性小波变换的分解如图 3 所示。

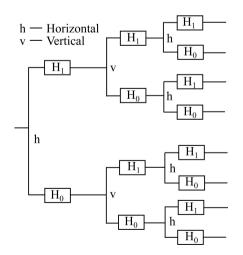


图 3 AWT(2,1)非下采样方向波变换分解结构

**Fig. 3** Decomposition structure of AWT(2,1) nonsubsampled directionlet transform

通过将平稳小波变换和各向异性小波分解方式的结合,得到的非下采样方向波变换既可以保持对于浮选泡沫图像分解的各向异性特点,充分有效地捕捉泡沫图像的复杂特征,又可以兼顾具有平移不变性和冗余性的特点,能够在一定程度上减少用方向波变换时的伪吉布斯(Gibbs)现象,使得泡沫图像的边缘提取更加准确。

#### 1.3 非下采样 DT 的提升方案

Mallat 算法在实现方向波变换时运算量较大<sup>[13]</sup>,为了降低运算量,本文作者将提升方案应用于非下采样方向波变换中,通过沿变换和队列方向进行次数不等的一维提升变换得到多方向的各向异性变换。提升方案的实现由奇偶性分解、预测高频分量和更新得到低频系数 3 部分组成。对每一个整数格 1 的陪集按变换方向 d<sub>1</sub> 的一维提升变换可概括为以下步骤。

1) 奇偶性分解: 记沿变换方向  $d_1$  排列的格  $\Lambda$  的 点集合为 x(k),将其划分为奇数元素  $x_o(k)$ 和偶数元素 序列  $x_e(k)$ :

$$\begin{cases} x_0(k) = x(2k+1) \\ x_2(k) = x(2k) \end{cases}$$
 (2)

2)预测高频分量:由偶数元素序列  $x_e(k)$ 预测奇数元素序列  $x_o(k)$ ,记  $d_o(k)$ 为预测值  $P[x_e(k)]$ 和真实值  $x_o(k)$ 之间的差。同理,由奇数元素  $x_o(k)$ 序列预测偶数元素序列  $x_e(k)$ ,记  $d_e(k)$ 为预测值  $P[x_o(k)]$ 和真实值  $x_e(k)$ 之间的差。 $d_o(k)$ 与  $d_e(k)$ 对应的系数子带代表高频分量:

$$\begin{cases} d_{o}(k) = x_{o}(k) - P[x_{e}(k)] \\ d_{e}(k) = x_{e}(k) - P[x_{o}(k)] \end{cases}$$
 (3)

式中: 预测算子 P 可用预测函数  $P_k$ 表示,函数  $P_k$ 可取  $x_e(k)$ 中对应数据本身或其他更复杂的数据。

3) 更新得到低频分量:利用  $d_o(k)$ 更新  $x_e(k)$ ,得到近似的元素序列  $c_e(k)$ 。同理,利用  $d_e(k)$ 更新  $x_o(k)$ ,得到近似的元素序列  $c_o(k)$ 。 $c_e(k)$ 和  $c_o(k)$ 对应的系数子带代表低频分量:

$$\begin{cases} c_{e}(k) = x_{e}(k) - U[d_{o}(k)] \\ c_{o}(k) = x_{o}(k) - U[d_{e}(k)] \end{cases}$$
(4)

式中: U为更新算子,分解后的点集沿队列方向  $d_2$  排列成行,形成格  $\Lambda$  的子格  $\Lambda'$ ,相应的生成矩阵为  $M_{\Lambda'} = (2d_1, d_2)^{\mathrm{T}}$ 。与变换方向  $d_1$  的一维变换类似,对子格  $\Lambda$  中沿方向  $d_2$  的点集进行上述步骤的处理,实现非下 DT 在  $d_1$  和  $d_2$  方向上的提升分解。

# 2 基于提升非下采样方向波变换的 泡沫图像非线性去噪方法

非下采样方向波变换的图像降噪算法是将图像分解为不同尺度上的子带图像,通过改变子带的小波系数  $c_{ij}$ 来完成图像的降噪。待处理的图像一般包括图像能量、强边缘信息、弱边缘信息和噪声 4 类信息,如图 4 所示。

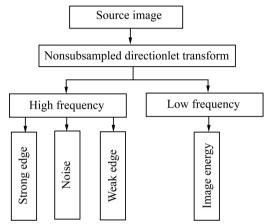


图 4 非下采样 DT 后图像能量分布及对应含义

Fig. 4 Image energy distribution and its definition after NSDT

对上述变换后的系数  $c_{ij}$ 进行分析,发现图像能量主要集中在低频子带,对应于泡沫图像的轮廓边缘部分,其他 3 类信息主要集中在高频子带,对应于图像的噪声和细节信息。故本文作者针对低频子带系数值相差甚小、受环境光照影响严重的情况,引入 Retinex 算法进行背景估计,消除图像光照不均,提高对比度。通过分析各高通子带系数直方图分布可知服从广义高斯分布的模型,所以针对高频分量,本文作者采用高斯混合尺度模型进行预估去噪。

#### 2.1 低频系数的非线性处理

现场浮选泡沫图像的采集平台主要由高分辨率工业摄像机和高频光源等组成。浮选现场环境恶劣,灰尘较多,光照条件不均,气泡与矿浆背景之间灰度反差小,使得泡沫图像的亮度分布不均,严重影响后续泡沫图像的分割和识别。分析工业现场获取的泡沫图像的灰度直方图,发现其形态比较单一,且多为单峰,像素灰度分布比较集中,95%在灰度 150~200 处;针对背景亮度分布不均匀的问题,一般可以通过一阶和二阶差分处理,来消除背景梯度变化,但是往往会损失边缘信息。本文作者采用文献[14-15]中多尺度

Retinex 算法进行背景估计,消除图像光照不均。 该算法可描述为

$$f(x,y) = \sum_{i=1}^{K} w_i \left\{ \lg I(x,y) - \lg[G_i(x,y)I(x,y)] \right\}$$
 (5)

式中: f(x, y)表示亮度图像; I(x, y)为原始图像; K为维数;  $w_i$  为对应于第 i 个尺度  $\varepsilon_k$  的权值, 且满足

$$\sum_{i=1}^{K} w_i = 1 \circ G(x, y)$$
表示如下:

$$G(x,y) = \mathbf{k} \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{\varepsilon^2} \right]$$
 (6)

式中: k 是常量矩阵;  $\varepsilon$  是滤波半径, 并且满足

$$\iint G(x, y) dx dy = 1 \tag{7}$$

一般情况下,多尺度 Retinex 算法取中、高和低 3 个尺度,即 K=3。该处理通过原始图像与高斯函数的 卷积获得最优亮度估计,从而改善图像的亮度均匀性,提高整体对比度。

#### 2.2 基于高斯混合尺度模型的高频子带系数降噪方法

通过分析泡沫图像的子带系数直方图分布可知,其直方图都具有高尖峰和长托尾特点,服从广义高斯分布的模型。GSM 模型能有效地表示图像的边缘分布,同时体现尺度内系数和尺度间系数的相关性。因此,在泡沫图像去噪中,主要是通过高斯尺度模型来构造由 Directionlet 域分解得到的高频系数模型。利用GSM 模型来表示以每个系数为中心的系数邻域特征,每个系数由给定邻域系数的条件概率密度来描述,并假设分别独立于其他系数,利用 Bayes 最小均方估计计算变换域中邻域系数的最优估计。

#### 2.2.1 图像高斯混合尺度模型

泡沫图像经过提升 NSDT 分解得到各高通子带系数,假设系数  $x_c$  的周围邻域系数 x 符合 GSM 模型,则随机向量 x 可以表示为以零为均值的高斯向量 u 和独立正尺度的随机因子  $\sqrt{z}$  的乘积,即  $x = \sqrt{z}u$  ,这里表示等式左右边有相同的分布,向量 x 的概率密度描述如下[11]:

$$p_x(\mathbf{x}) = \int p(\mathbf{x} \mid z) p_z(z) dz =$$

$$\int \frac{\exp\left(\frac{-x'(zc_u)^{-1}x}{2}\right)}{(2\pi)^{n/2}|zc_u|^{1/2}} p_z(z) dz$$
 (8)

式中:  $c_u$  为协方差矩阵;  $p_z(z)$ 为系数概率密度; n 为邻域大小。

#### 2.2.2 基于高斯混合尺度模型的噪声估计

浮选泡沫图像经过提升 NSDT 分解后,其高频观测系数邻域 $\nu$ 可用 GSM 模型表示:

$$y = x + n = \sqrt{z}u + n \tag{9}$$

式中: n 为零均值高斯向量,相应的协方差矩阵为  $c_n$ 。在 z 条件下,观测系数邻域协方差为

$$c_{v|z} = zc_u + c_n \tag{10}$$

由于随机变量 z、u 和 w 相互独立,将 z 代入可得  $c_{v|z}$ 。

假定图像中信号变量的协方差  $c_u$  变化平稳,可以通过  $k \times k$  的邻域对其进行估计, $c_v$  为邻域内观测系数邻域协方差,噪声邻域协方差  $c_n$ ,实验中采用通过启发式的先验估计方法来获取噪声标准差估计方法:

$$c_n = \frac{\text{median}(|y_{i,j}|)}{0.6745} \tag{11}$$

式中: yi,表示含噪声多尺度分解的高频子带系数。

通过观察系数邻域 y 来估计每个邻域中心系数  $x_c$ ,利用 BLS 估计:

$$E\{x_c \mid \mathbf{y}\} = \int_0^\infty x_c p\{x_c \mid \mathbf{y}\} dx_c =$$

$$\int_0^\infty p(z \mid \mathbf{y}) E\{x_c \mid \mathbf{y}, z\} dz$$
(12)

可以计算 z 条件下的中心系数  $x_c$ ,实际上就是以后验密度 p(z|y) 为权重的 Bayes 最小均方估计的均值。由于 x 是高斯变量,所以,利用加性高斯噪声下的性质可以求得式(12)中的期望:

$$E\{x_{c} \mid y, z\} = zc_{u}(zc_{u} + c_{n})^{-1}y$$
(13)

通过上面的转换可以求得邻域中心系数 $x_c$ 。

#### 2.3 改进算法的实现步骤

通过上面的分析可以得出基于提升 NSDT 的浮选 泡沫图像去噪方法的主要步骤如下。

步骤 1: 对原始的泡沫图像进行提升 NSDT 变换,实现图像的稀疏表示: 确定图像的变换方向  $d_1$  和队列方向  $d_2$ ,对每个陪集沿变换和队列方向分别进行  $n_1$  和  $n_2$  次一维提升小波变换,得到相应的高频和低频系数子带:

步骤 2: 采用多尺度 Retinex 算法对低频子带系数 进行亮度和对比度处理:

步骤 3: 对每个子带(除低频部分外)分别用 GSM 模型进行去噪;

步骤 4: 对经处理后的低频子带和高频子带进行非下采样 Directionlet 逆变换,得到去噪后的泡沫图像。

### 3 图像仿真与分析

图 5 所示为从某工业现场两个不同浮选槽获取的 原始泡沫图像。两幅图像均具有纹理丰富、亮度不均 匀、背景偏暗、受噪声影响明显等特点,其反映浮选 工况较差。

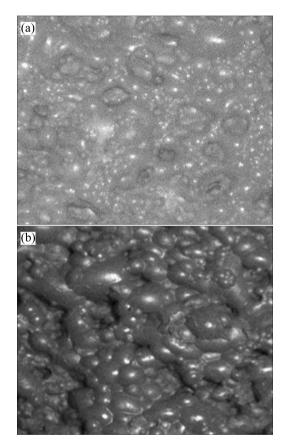


图 5 原始泡沫图像

Fig. 5 Original froth image: (a) Froth type 1; (b) Froth type 2

在本算法中,综合考虑计算的复杂度和实验所用 浮选泡沫图像的实际情况,各项异性小波基选用 AWT(2,1),由提升小波 CDF9-7 小波滤波器构造,DT 的分解基数为 5 级,每级分解的方向数均为 4,分别为 0°、45°、90°和-45°方向,对应的生成矩阵分别为

$$\mathbf{M}_{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_{2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M}_{3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_{4} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(14)$$

对图 5 泡沫图像按上述参数设置进行提升改进方向波变换,获得低频子带和各高通方向子带系数。针对低频部分进行多尺度 Retinex 处理,实验中尺度分别取 25、75 和 250,权重均为 1/3。高频分量部分采用高斯混合尺度模型进行噪声估计,获得重构图像。为了验证本文作者所提方法的有效性,与中值滤波去噪方法、基于小波变换的软阈值去噪法<sup>[16]</sup>以及 LD-GSM 方法<sup>[11]</sup>进行比较。小波软阈值方法采用双正交 9-7 小波滤波器,取阈值  $T=1.5\sigma$ ,分解基数为 5级,其去噪的视觉效果如图 6 和 7 所示。

使用20次实验峰值信噪比PSNR的均值作为去噪结果的评价指标。对采用不同去噪方法的运算时间进行统计,表1给出了浮选泡沫图像使用不同方法去噪后的PSNR值和运算的时间。从表1知,经本文作者所提出的降噪算法处理后图像的PSNR值明显增大;运算时间相比传统方向波变换明显减少,主要原因是采用了提升运算优化计算过程。

从图 6 和 7 可知,中值滤波法能够较好地去除图像中的噪声,但会造成泡沫图像细节信息更加模糊,加大泡沫图像特征提取的难度;小波软阈值去噪法较空间域方法有了更好的去噪效果,但是小波变换只是

表 1 使用不同方法去噪后获得的 PSNR 和平均运行时间
Table 1 PSNR and average time of different de-noising methods

Method	Fig. 5(a)		Fig. 5(b)	
	SNR/dB	Time/s	SNR/dB	Time/s
Median de-noising	22.147 6	0.46	17.251 2	0.52
Wavelet soft threshold	24.426 1	56	21.754 4	75
DT-GSM de-noising	30.456 9	167	22.452 8	158
Proposed method	31.915 3	123	24.976 5	116

从垂直和水平方向上来刻画图像细节,忽略了泡沫图像的边缘方向性,造成图像边缘处模糊,如图 6(b)和图 7(b)左上角比较明显。文献[11]中 LD-GSM 方法的去噪效果得到提高,但图像仍存在边界处部分模糊现象。并且上述 3 种方法均没有考虑工业泡沫图像所特有的光照不均匀性以及噪声所带来的纹理细节模糊现象,无法达到有效处理。在本研究中,改进方向波变

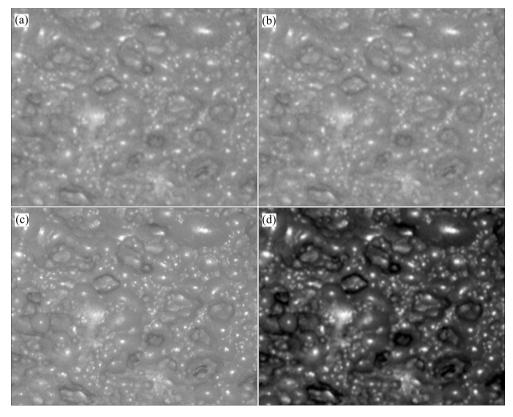


图 6 不同去噪方法对泡沫类型 1 图像去噪效果的比较

**Fig. 6** De-noising efficiency comparison of different de-noising algorithms for images of froth type 1: (a) Median de-noising; (b) Wavelet soft threshold de-noising; (c) DT-GSM de-noising; (d) Proposed method

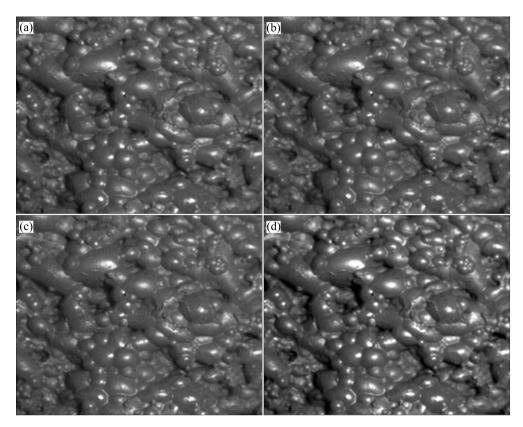


图 7 不同去噪方法对泡沫类型 2 图像去噪效果的比较

**Fig. 7** De-noising comparison of different de-noising algorithms for images of froth type 2: (a) Median de-noising; (b) Wavelet soft threshold de-noising; (c) DT-GSM de-noising; (d) Proposed method

换考虑了现场环境影响因素,使得图像的去噪更加彻底,几乎消除了边界模糊现象,同时有效地提高了图像整体对比度,改善了视觉效果。

## 4 结论

- 1) 为了提高泡沫图像的质量、降低特征参数提取的难度和提高参数检测精度,提出了基于提升改进方向波变换的泡沫图像非线性降噪方法。所构造的提升改进方向波变换可以同时保证信号的平移不变性和降低运算量,避免造成图像边缘模糊;对变换后的高、低频系数分类处理,从而获得较好的效果。
- 2) 与 DT-GSM 等去噪方法相比,本文作者所提出的方法考虑了泡沫图像受光照影响和边缘模糊现象,具有能突出泡沫图像纹理细节信息、提高泡沫图像对比度和减小运算量等优点。
- 3) 该方法较好地实现了浮选现场泡沫图像的预处理,为泡沫特征的提取和矿物品位分析奠定了基础,能为工业生产提供指导。

#### REFERENCES

- XU Can-hui, GUI Wei-hua, YANG Chun-hua. Flotation process fault detection using output PDF of bubble size distribution[J]. Minerals Engineering, 2012, 26: 5–12.
- [2] MARAIS C, ALDRICH C. Estimation of platinum flotation grades from froth image data[J]. Minerals Engineering, 2011, 24: 433–441.
- [3] YANG Chun-hua, XU Can-hui, MU Xue-min, ZHOU Kai-jun. Bubble size estimation using interfacial morphological information for mineral flotation process monitoring[J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2009, 19(3): 694–699.
- [4] 刘金平, 桂卫华, 牟学民, 唐朝晖, 李建奇. 基于 Gabor 小波的浮选泡沫图像纹理特征提取[J]. 仪器仪表学报, 2010(8): 1769-1775.
  - LIU Jin-ping, GUI Wei-hua, MOU Xue-min, TANG Zhao-hui, LI Jian-qi. Flotation froth image texture feature extraction based on Gabor wavelets[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2010(8): 1769–1775.
- [5] CANDES E J. Ridgelets: Theory and applications[D]. Stanford:

- Stanford University, 1998.
- [6] CANDES E J, DONOHO D L. Curvelets, multiresolution representation, and scaling laws[C]// Proceedings of the Wavelet Applications in Signal and Image Processing Ⅷ. San Diego: SPIE, 2000: 1–12.
- [7] le PENNEC E, MALLAT S. Sparse geometric image representations with bandelets[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(4): 423–438.
- [8] DO M N, VETTERLI M. The contourlet transform: An efficient directional multiresolution image representation[J]. IEEE Transaction on Image Processing, 2005, 14(12): 2091–2106.
- [9] LU Yi-xiang, GAO Qing-wei. Directionlet-based bayesian filter for SAR image despeckling[J]. Procedia Engineering, 2011, 15: 2788–2792.
- [10] VELISAVLJEVIC V, BEFERULL-LOZANO B, VETTERLI M. Space-frequency quantization for image compression with directionlets[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(7): 1761–1771.
- [11] 白 静,侯 彪,王 爽,焦李成.基于提升 Directionlet 域高 斯混合尺度模型的 SAR 图像噪声抑制[J]. 计算机学报, 2008,

- 31(7): 1234-1241.
- BAI Jing, HOU Biao, WANG Shuang, JIAO Li-cheng. SAR image denoising based on lifting directionlet domain Gaussian scale mixtures model[J]. Chinese Journal of Computers, 2008, 31(7): 1234–1241.
- [12] NASON G P, SILVERMAN B W. The stationary wavelet transform and statistical applications[C]// Wavelets Statistics. New York: Springer-Verlag, 1995: 281–299.
- [13] VELISAVLJEVIC V. Low-complexity iris coding and recognition based on directionlets[J]. IEEE Transactions on Information Forensics and Security, 2009, 4(3): 410–417.
- [14] JOBSON D J, RAHMAN Z, WOODELL G A. Properties and performance of a center/surround Retinex[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, 6(3): 451–462.
- [15] WANG Hao, HE Ming. Retinex-like method for image enhancement in poor visibility conditions[J]. Procedia Engineering, 2011, 15: 2798–2803.
- [16] DONOHO D L. Denoising by soft-thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3): 613–627.

(编辑 陈卫萍)