

频散介质探地雷达正演与高速公路实测资料解释

赵 超^{1,2}, 冯德山¹, 柳建新¹, 谢 源¹, 钟文胜³, 杨炳坤¹

(1. 中南大学 地球科学与信息物理学院, 长沙 410083;

2. 华东有色地质勘查局, 南京 210007;

3. 广东省有色金属地质勘查局 地质工程中心, 广州 510080)

摘 要: 基于 Maxwell 方程组, 得到满足 Debye 关系的频散介质探地雷达有限元波动方程, 推导有限单元法的离散格式, 并编制正演模拟 MATLAB 程序。选取一典型地电模型, 分别对考虑频散与不考虑频散, 频散介质中同一模型不同频率天线的雷达探测结果进行分析。结果表明: 雷达波在频散介质中传播时, 具有波形严重畸变、能量迅速衰减的特性, 如果不考虑介质对波吸收衰减的探地雷达正演, 其结果与实测的雷达波形存在较大的偏差。并把该结论应用到广东省某高速公路的圆管涵实际资料解释中, 有效地解答了实测资料解释中遇到的问题, 并对 GPR 工程实测过程中天线频率的选取提出了有益建议。

关键词: 探地雷达; 频散介质; 有限单元法; 正演; 高速公路; 圆管涵

中图分类号: P631.3

文献标志码: A

GPR forward simulation in dispersive medium and interpretation of actual measurement data on highway

ZHAO Chao^{1,2}, FENG De-shan¹, LIU Jian-xin¹, XIE Yuan¹, ZHONG Wen-sheng³, YANG Bing-kun¹

(1. School of Geosciences and Info-Physics, Central South University, Changsha 410083, China;

2. East China Mineral Exploration and Development Bureau, Nanjing 210007, China;

3. Center of Geological and Engineering, Geology Bureau for Nonferrous Metals of Guangdong Province, Guangzhou 510080, China)

Abstract: Based on the Maxwell equations, we obtained the GPR wave equation satisfying the Debye relationship in dispersive media, deduced the finite element discretization format of this equation, and made a GPR forward simulation program by MATLAB. Choosing a typical geoelectric model, we analyzed the dispersive media GPR results in different frequencies while we considered dispersion and no dispersion, separately. The results show that the characteristics and rules of GPR waveform wave propagation process often produce distortion and attenuation in dispersive medium, and there is a discrepancy between the GPR forward modeling results without considering the attenuation of the medium and the measured radar waveform. We applied these conclusions to interpret the actual data of pipe culvert in a highway of Guangdong Province, China, which explained the measured data effectively, and made a good suggestion to select the antenna frequency in GPR measurement process.

Key words: ground penetrating radar; dispersive medium; finite element method; forward simulation; highway; circular culvert

探地雷达(Ground penetrating radar, GPR)是利用高频电磁波来探测地下地质体的一种重要浅部地球物

理方法, 具有无损性、高分辨率、高效率等特点^[1], 在地质、交通、环境、考古等众多领域中得到了广泛

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(41074085, 41174103); 教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-12-0551); 教育部博士点基金资助项目(20110162130008); 中南大学升华育英人才计划资助项目; 湖南省普通高校青年骨干教师资助项目

收稿日期: 2013-05-16; 修订日期: 2013-06-30

通信作者: 冯德山, 副教授, 博士; 电话: 0731-88836145; E-mail: fengdeshan@126.com

应用。雷达波在介质中传播时,波速会随频率的变化而变化,这种现象称为频散现象,存在这种现象的介质叫做频散介质。介质产生频散的原因非常复杂,主要有^[2-5]: 1) 各种完全弹性平行层介质产生的波叠加,由几何原因造成的面波频散; 2) 组成介质的非完全弹性和物质不均匀性等物理原因造成波的频散; 3) 在外加宏观电磁场中,因为介质的极化跟不上外场的变化而产生频散现象。频散的存在,使 GPR 波在高损耗的非均匀介质中传播时能量衰减很快,并常伴有色散与畸变,严重影响了 GPR 的探测效果及资料解释。

过去,许多学者运用不同方式开展了 GPR 正演模拟,主要有:时域有限差分法^[6-11]、错格时域伪谱法^[12]、时域多分辨算法^[13]、辛分块龙格库塔方法^[14]、交替方向隐式时域有限差分法^[15-16]、有限单元法^[17-18]、无单元法^[19]和离散 Galerkin 法^[20]。这些正演结果为异常体的判读与 GPR 数据解释提供了指导,但大都是针对无损耗介质,模拟过程中较少考虑介质对 GPR 波能量的吸收作用,考虑到雷达波在强损耗探测时的强衰减特性,其正演结果将与实测雷达剖面存在一定的偏差。为此, CARCIONE^[3]应用伪谱法开展了频率域复介电常数 GPR 正演研究; BERGMANN 等^[21]开展了与 CARCIONE 类似的研究,因为采用有限差分法,在时域进行模拟,所以概念更简单、程序移植更方便; LU 等^[22]利用离散时域 Galerkin 进行色散介质中的 GPR 正演; TSILI 等^[23]在衰减介质中开展了管状体的三维 GPR 正演模拟; BANO^[24]、CASSIDY 等^[25]和 TEIXEIRA 等^[26]开展正演模拟时都指出了频散特性的重要性; 国内底青云等^[27]和刘四新等^[11]也分别利用有限单元法与有限差分法进行了频散介质中的 GPR 正演模拟,对比了频散介质与非频散介质中 GPR 曲线的主要区别。本文作者基于 Debye 模型的复介电常数开展有限单元法 GPR 正演模拟,并将该正演结果应用到高速公路圆管涵及其周围的病害探测实验中,解答了工程实测数据解释中遇到的问题,给实测资料的合理解释提供了理论依据。

1 单色频率电磁波的衰减与频散

在不同条件下,电介质频散模型有许多种,但 FULLER 与 WARD^[28]发现用电性参数表示频散模型时,复电导率和复介电常数里都互相含有对方的信息。

所以,不管是 Kramers-Kronig 模型^[2]、幂函数模型、Jonscher 参数化模型^[29]还是 Debye 模型,它们都是等价的。本文作者采用最常见的 Debye 关系的频散介质模型。Debye 介质是一种各向同性的色散介质,当存在外电磁场影响时,电介质的极化需要一定时间才可以达到稳态,其复介电常数可以表示为^[30]

$$\varepsilon_r^*(\omega) = \varepsilon_r^\infty + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0} + \frac{\varepsilon_r^0 - \varepsilon_r^\infty}{1 + j\omega\tau} \quad (1)$$

式中: ε_r^∞ 为媒质的光频介电常数,即在电磁波频率接近无穷大($f \gg 2\pi\tau$)时的介电常数; σ 是电导率; j 是虚数单位; ω 是电磁波的角频率; ε_r^0 是媒质在电磁波频率极低时的介电常数,即为做静态介电常数($f \gg 1/2\pi\tau$); τ 是偶极子的驰豫时间。

雷达波的传播过程确切地说是一种球面波扩散过程,但实际应用时可近似于平面电磁波^[11]。对单色频率电磁波的衰减与频散的研究,可从在平面波理论出发,分析吸收系数和频率(f)之间的关系,加深对衰减系数(α)和 f 、 ρ 与 ε_r 之间关系的理解,加强对 GPR 波衰减与频散的认识。在常见媒质中,磁导率的变化很小,可以将它近似视为一个常数,大都将衰减系数 α 作为衡量雷达波在有耗媒质传播过程中衰减量的主要指标。在有耗色散介质中,平面波衰减系数的表达式如下:

$$\alpha = \omega \sqrt{(\varepsilon\mu/2) [\sqrt{1 + (\sigma/(\omega\varepsilon))^2} - 1]} \quad (2)$$

式中: $\omega = 2\pi f$, $\sigma = 1/\rho$, $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$, $\mu \approx \mu_0$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m, $\varepsilon_0 \approx 8.85 \times 10^{-12}$ F/m。

为了更清楚直观地表达衰减系数与频率、电阻率、相对介电常数之间的关系选用双对数坐标系统成图。图 1 所示为当 ε_r 分别为 1 和 20 时,电阻率 ρ 分别为 10、50、100、500、1 000、5 000 和 10 000 $\Omega \cdot m$ 时,衰减系数(α)和雷达波频率(f)的关系。分析图 1(a)可知,在同一介电常数与电磁波频率时,电阻率越大,衰减系数越小;当雷达波频率为低频时,衰减系数会随着雷达波频率的上升而增大;当雷达波频率上升到一定值时,衰减系数会接近于一个常数。但是这种变化趋势在不同的电阻率下是不一样的,地下介质的电阻率越大,随着雷达波频率的上升,衰减系数越容易趋近于一个常数。如在电阻率 $\rho = 10\ 000 \Omega \cdot m$, 雷达波频率达到 1.1 MHz 后,雷达波的衰减系数趋近于常数,其衰减系数不再发生变化。图 1(b)与图 1(a)有类似的规律,主要区别为衰减系数的值有所降低。

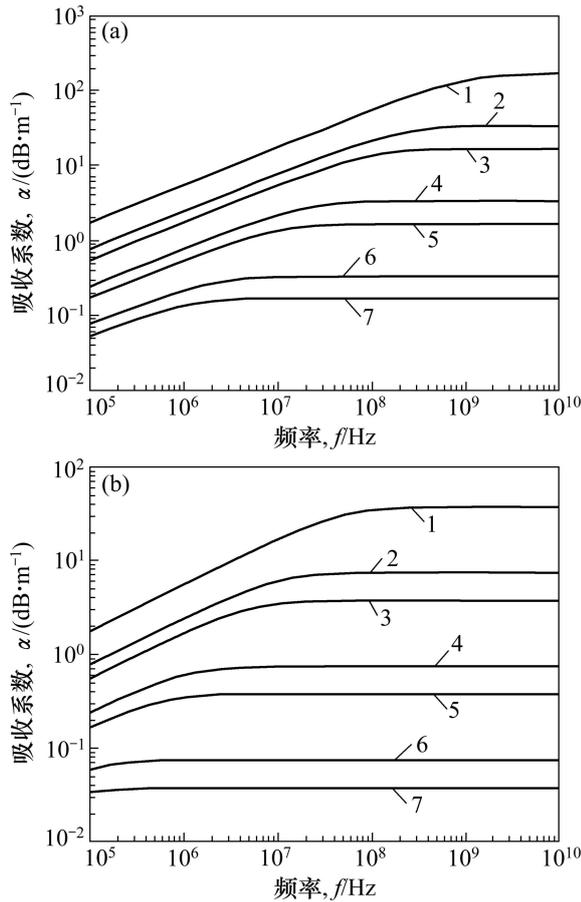


图 1 不同相对介电常数下衰减系数与频率及电阻率的关系: (a) $\varepsilon_r=1$; (b) $\varepsilon_r=20$

Fig. 1 Relationship among attenuation coefficient, frequency and resistivity at different ε_r values: (a) $\varepsilon_r=1$; (b) $\varepsilon_r=20$; 1— $\rho_1=10 \Omega\cdot\text{m}$; 2— $\rho_1=50 \Omega\cdot\text{m}$; 3— $\rho_1=100 \Omega\cdot\text{m}$; 4— $\rho_1=500 \Omega\cdot\text{m}$; 5— $\rho_1=1\,000 \Omega\cdot\text{m}$; 6— $\rho_1=5\,000 \Omega\cdot\text{m}$; 7— $\rho_1=10\,000 \Omega\cdot\text{m}$

2 频散介质 GPR 正演波动方程

根据电磁场理论, 雷达波在介质中传播满足 Maxwell 方程组, 结合介质的本构关系式^[1]:

$$\begin{cases} \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \\ \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \end{cases} \quad (3)$$

可将频散介质中 Maxwell 方程组的微分形式表示为

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad (4a)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = (\sigma + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r^*)\mathbf{E} \quad (4b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho/\varepsilon \quad (4c)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (4d)$$

式中: \mathbf{H} 表示磁场强度(A/m); \mathbf{E} 表示电场强度(V/m); ρ 为电荷密度(C/m³); ω 为角频率(Hz); ε_0 为真空中的介电常数(F/m); ε_r^* 为相对介电常数(F/m), 它是频率 ω 的函数; σ 表示电导率(S/m); ε 表示介电常数(F/m); μ 表示磁导率(H/m)。满足 Debye 关系的相对介电常数 ε_r^* 如式(1)所示。

对式(4a)两边求旋度, 并应用矢量乘法法则得:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = -\nabla^2 \mathbf{A} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) \quad (5)$$

假设 ε 、 μ 和 σ 为坐标缓变函数, 其空间导数可以忽略不计, 可得:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \left[j\omega\mu\sigma - \omega^2\mu\varepsilon_0(\varepsilon_r^\infty + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0} + \frac{\varepsilon_r^0 - \varepsilon_r^\infty}{1 + j\omega\tau}) \right] \mathbf{E} \quad (6)$$

将式(6)两边先后同乘 $j\omega\varepsilon_0(1 + j\omega\tau)$ 与 $-\omega^2\varepsilon_0$, 整理可得:

$$(1/j\omega + \tau)\nabla^2 \mathbf{E} = [\mu\varepsilon_0\varepsilon_r^0 + 2\mu\sigma\tau]j\omega\mathbf{E} - \varepsilon_0\varepsilon_r^\infty\mu\tau\omega^2\mathbf{E} + 2\mu\sigma\mathbf{E} \quad (7)$$

采用 Fourier 时频变换将式(7)转换到时间域, 可得频散介质中 GPR 波动方程电场表达式为

$$\int_0^t \nabla^2 \mathbf{E}(t) dt + \tau \nabla^2 \mathbf{E}(t) = (\mu\varepsilon_0\varepsilon_r^0 + 2\mu\sigma\tau) \frac{\partial \mathbf{E}(t)}{\partial t} + \varepsilon_0\varepsilon_r^\infty\mu\tau \frac{\partial^2 \mathbf{E}(t)}{\partial t^2} + 2\mu\sigma\mathbf{E}(t) \quad (8)$$

考虑源 \mathbf{S}_E 后, 整理式(8)可得:

$$\varepsilon_0\varepsilon_r^\infty\mu\tau \frac{\partial^2 \mathbf{E}(t)}{\partial t^2} + (\mu\varepsilon_0\varepsilon_r^0 + 2\mu\sigma\tau) \frac{\partial \mathbf{E}(t)}{\partial t} + 2\mu\sigma\mathbf{E}(t) - \int_0^t \nabla^2 \mathbf{E}(t) dt - \tau \nabla^2 \mathbf{E}(t) = \mathbf{S}_E \quad (9)$$

对比式(9)可将频散介质中 GPR 二维有限元方程改写为

$$\mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{E}} + \mathbf{K}' \dot{\mathbf{E}} + \mathbf{M}_2 \mathbf{E} - \mathbf{K}_1 \int_0^t \mathbf{E} dt - \mathbf{K}_2 \mathbf{E} = \mathbf{S}_E \quad (10)$$

式中: \mathbf{M}_1 和 \mathbf{M}_2 为质量矩阵; \mathbf{K}' 为阻尼矩阵; \mathbf{K}_1 和 \mathbf{K}_2 为刚度矩阵; $\dot{\mathbf{E}}$ 为 \mathbf{E} 对时间的一次导数; $\ddot{\mathbf{E}}$ 为 \mathbf{E} 对时间的二次导数。将求解区域划分成一系列的有限元单元, 求取质量矩阵 \mathbf{M}_1 和 \mathbf{M}_2 、阻尼矩阵 \mathbf{K}' 、刚度矩阵 \mathbf{K}_1 和 \mathbf{K}_2 , 并加载边界条件, 则可实现对频散介质中雷达波场的模拟。

3 正演模拟实例与分析

设 7.0 m × 5.0 m 的矩形模型如图 2 所示, 模型的

背景介质的相对介电常数为 $\epsilon_r^\infty = 5.0$, $\epsilon_r^0 = 5.5$, 电导率 $\sigma_1 = 0.001 \text{ S/m}$, 驰豫时间 τ 为 3 ns; 在背景介质中埋有一个圆形异常体, 圆形异常体位于背景介质中心, 半径 $r = 0.4 \text{ m}$, 异常体的介电常数 $\epsilon_r^\infty = 30.0$, $\epsilon_r^0 = 35.0$, 电导率 $\sigma_2 = 0.01 \text{ S/m}$, 驰豫时间 τ 为 5 ns, 网格步长为 $\Delta x = \Delta z = 0.1$, 脉冲激励源的频率分别为 100、150 和 200 MHz, 采样时间间隔为 0.2 ns。

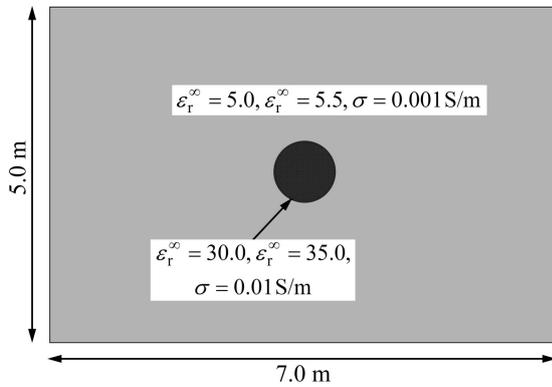


图 2 圆形地电模型示意图

Fig. 2 Sketch map of circle geoelectric model

图 3 所示为非频散介质中 100 MHz 天线模拟所得的雷达 Wiggle 图; 图 4~6 所示分别为频散介质中 100、150 和 200 MHz 时正演模拟所得的 Wiggle 图。对比图 3 和 4 可知: 两图中圆形异常体所处位置都存在明显的双曲线绕射波, 双曲线的弧顶准确地对应于圆形异常体的顶点, 但频散介质中雷达子波和异常体双曲线绕射波的宽度比在非频散介质中雷达子波和异常体双曲线绕射波的宽度大。其中, 图 4 中双曲线绕射波最为明显、能量最强, 图 5 次之, 图 6 中仅上界面的双

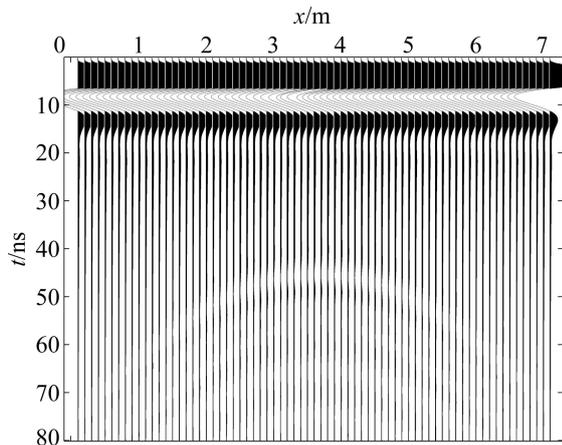


图 3 非频散介质 100 MHz 天线正演模拟图

Fig. 3 Simulated diagram of 100 MHz GPR in nondispersive medium

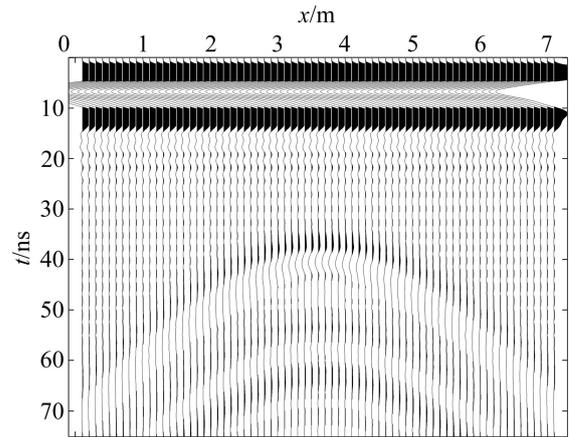


图 4 频散介质 100 MHz 天线正演模拟图

Fig. 4 Simulated diagram of 100 MHz GPR in dispersive medium

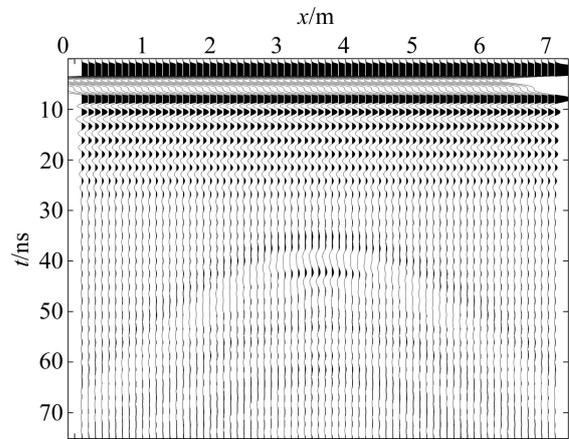


图 5 频散介质 150 MHz 天线正演模拟图

Fig. 5 Simulated diagram of 150 MHz GPR in dispersive medium

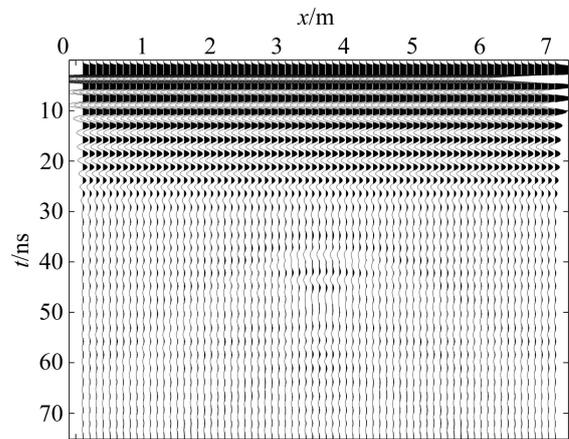


图 6 频散介质 200 MHz 天线正演模拟图

Fig. 6 Simulated diagram of 200 MHz GPR in dispersive medium

曲线绕射波依稀可辨, 异常体下界面完全模糊。这说明雷达波频率越高, 则波长越短, 波能量衰减越快, 在目标体可探测且可分辨的情况下, 以相对低频天线探测时异常体反射信号能量更强。

4 工程应用实例与分析

以广东省某营运多年的高速公路为实验场地, 该高速公路为双向隔离、单幅3车道, 高速公路路基下埋有过水圆管涵, 管涵顶及两侧易引起脱空。本文作

者选取 AK3417+830 处直径为 3 m、埋深为 3 m 的圆管涵进行雷达检测与资料分析。实测中综合了介质特性及探测目标的尺寸与埋深等因素。检测过程中选用 400 和 100 MHz 天线结合, 采用点测、自激自收、天线与测线同步平移, 每道采样点为 1 024, 采样间隔为 0.1 m, 利用皮尺加测距轮控制精度。图 7 中测线 84、85 和 86 分别平行置于超车道、行车道及路肩的中心。图 7(a)、(c)和(e)与(b)、(d)、(f)所示分别为 100 MHz 天线与 400 MHz 天线探测剖面图。图中可见: 图 7(a)~(d)的雷达剖面图中都有清楚可辨($x=7.5$ m, $z=3.0$ m)的双曲线绕射波, 该双曲线的弧顶对应于实际管涵

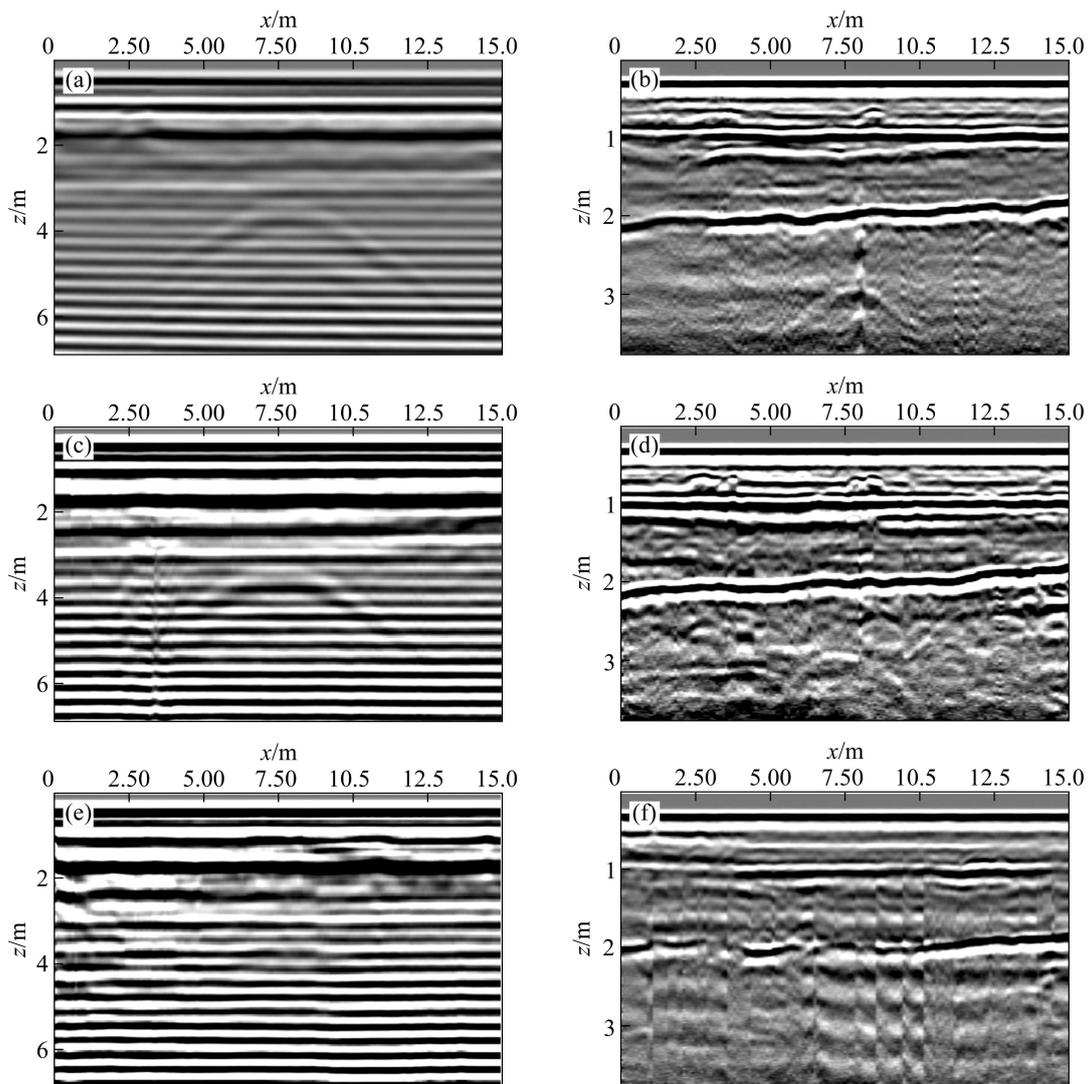


图 7 AK3417+830 处圆管涵探测 100、400 MHz 雷达天线探测图像: (a) 测线 84 剖面图(100 MHz); (b) 测线 84 剖面图(400 MHz); (c) 测线 85 剖面图(100 MHz); (d) 测线 85 剖面图(400 MHz); (e) 测线 86 剖面图(100 MHz); (f) 测线 86 剖面图(400 MHz)

Fig. 7 Circular pipe detecting sections with 100 and 400 MHz radar antenna at AK3417+830 position: (a) Profile map of No.84 survey line (100 MHz); (b) Profile map of No.84 survey line (400 MHz); (c) Profile map of No.85 survey line (100 MHz); (d) Profile map of No.85 survey line (400 MHz); (e) Profile map of No.86 survey line (100 MHz); (f) Profile map of No.86 survey line (400 MHz)

的埋深;由图7(b)与(d)的400 MHz雷达剖面图中可见,该双曲线弧形的两翼跨度约为5 m;而图7(b)与(d)的100 MHz雷达剖面图中显示双曲线弧形的两翼跨度约为10 m,位于路肩的2条雷达测线图7(e)与(f)都无法分辨出圆管涵的所在位置。

通过前面对频散介质GPR正演结果分析可知,介质的非完全弹性和不均匀性会造成波的频散,频散的存在导致雷达波的衰减与畸变,严重影响解释效果。结合该高速公路的实际情况,路肩处由于介质相比行车道与超车道介质更为杂乱,雷达波的反射回波能量大部分已被散射,导致雷达波散射较多,绕射波不明显。由频散与频率的关系可知,频率越高雷达波衰减越快,显然,100 MHz的天线相比较400 MHz天线频率更低、波长更长,圆管涵的反射回波因为衰减更少,所以能够在距管涵更远的地方被接受到,这导致100 MHz的雷达剖面中,可以有更宽的双曲线两翼。显然无论是100 MHz天线还是400 MHz天线,图7中显示的双曲线弧形的两翼宽度都较圆管涵实际管径大很多,为了能够得到管涵的大小,宜选用准确的介质速度,进行偏移后处理。整体分析100 MHz雷达剖面与400 MHz雷达剖面可知,100 MHz雷达剖面中,尽管圆管涵的异常波形得到了很好的体现,但是混凝土路面的面层、基层等分界面及路面、路基中小异常体、空洞等并不能得到充分反映,这显然是频率和分辨率较低所致,分析图2(b)和(d)中400 MHz雷达天线可知,剖面图中路基各层分界面清楚,面层与基层分界面、基层的下界面都得到了很好的反映,浅部($x=3.0\text{ m}$, $z=0.5\text{ m}$)与($x=8.0\text{ m}$, $z=0.4\text{ m}$)的两个小的面层局部异常体也得到了体现,管涵顶部及两侧未见明显反射异常。故在有效探测深度能达到圆管涵所在位置的情况下,为了探测小的异常体,应将具有更高频率的400 MHz的天线作为最优选择,仅仅为了探测圆管涵的存在,则选用100 MHz天线,其异常反映更宽、能量更强。

5 结论

1) 给出了衰减系数的表达式,并选用双对数坐标系成图,清楚、直观地表示了衰减系数与频率、电阻率和相对介电常数之间的关系:当介电常数与电磁波频率一定,电阻率越大,衰减系数越小;当雷达波为低频时,衰减系数随着频率的上升而增大,当雷达波频率上升到一定值时,衰减系数近似于一个常数。

2) GPR正演结果及实测资料表明:频散介质中雷

达子波和异常体双曲线绕射波的宽度比在非频散介质中雷达子波和异常体双曲线绕射波的宽度大,其波形畸变更严重,能量衰减更快,地面接收回波能量更弱。故在强损耗介质中开展GPR探测时,采用考虑介质频散的GPR正演与实际情况更相符,能更有效地指导地质资料的解释。

REFERENCES

- [1] 曾昭发,刘四新,冯 晖. 探地雷达原理与应用[M]. 北京:电子工业出版社,2010.
ZENG Zhao-fa, LIU Si-xin, FENG Xuan. Theory and application of ground penetrating radar[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2010.
- [2] 苏庆新. 低频下岩石的电学模型和介电频散的关系[J]. 测井技术, 1999, 23(2): 127-132.
SU Qing-xin. Relation between the electrical model and dielectric frequency dispersion of rock at low frequency[J]. Logging Technology, 1999, 23(2): 127-132.
- [3] CARCIONE J M. Ground-penetrating radar wave theory and numerical simulation in lossy anisotropic media[J]. Geophysics, 1996, 61(6): 1664-1677.
- [4] XU Tong, MCMECHAN G A. GPR attenuation and its numerical simulation in 2.5 dimensions[J]. Geophysics, 1997, 62: 403-414.
- [5] VARELA C L, ROSA A L R, ULRYCH T J. Modeling of attenuation and dispersion[J]. Geophysics, 1993, 58(8): 1167-1173.
- [6] GIANNPOULOS A. Modelling ground penetrating radar by GprMax[J]. Construction and Building Materials, 2005, 19(10): 755-762.
- [7] IRVING J, KNIGHT R. Numerical modeling of ground-penetrating radar in 2-D using MATLAB[J]. Computers & Geosciences, 2006, 32(9): 1247-1258.
- [8] SHAARI A, AHMAD R S, CHEW T H. Effects of antenna-target polarization and target-medium dielectric contrast on GPR signal from non-metal pipes using FDTD simulation[J]. NDT & E International, 2010, 43(5): 403-408.
- [9] ZHU Zi-qiang, PENG Ling-xing, LU guang-yin, MI Shi-wen. Borehole GPR numerical simulation of full wave field based on convolutional perfect matched layer boundary[J]. J Cent South Univ, 2013, 20(3): 764-769.
- [10] 李 静, 曾昭发, 吴丰收, 黄 玲. 探地雷达三维高阶时域有限差分法模拟研究[J]. 地球物理学报, 2010, 53(4): 974-981.
LI Jing, ZENG Zhao-fa, WU Feng-shou, HUANG Ling. Study of three dimension high order FDTD simulation for GPR[J]. Chinese J Geophys, 2010, 53(4): 974-981.
- [11] 刘四新, 曾昭发, 徐 波. 三维频散介质中地质雷达信号的FDTD数值模拟[J]. 吉林大学学报: 地球科学版, 2006, 36(1):

- 123-127.
LIU Si-xin, ZENG Zhao-fa, XU Bo. FDTD simulation of ground penetrating radar signal in 3-dimensional dispersive medium[J]. Journal of Jilin University: Earth Science Edition, 2006, 36(1): 123-127.
- [12] 李展辉, 黄清华, 王彦宾. 三维错格时域伪谱法在频散介质井中雷达模拟中的应用[J]. 地球物理学报, 2009, 52(7): 1915-1922.
LI Zhan-hui, HUANG Qing-hua, WANG Yan-bin. A 3-D staggered grid PSTD method for borehole radar simulations in dispersive media[J]. Chinese J Geophys, 2009, 52(7): 1915-1922.
- [13] 冯德山, 戴前伟, 瓮晶波. 时域多分辨率法在探地雷达三维正演模拟中的应用[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2007, 38(5): 901-906.
FENG De-shan, DAI Qian-wei, WENG Jing-bo. Application of multi-resolution time domain method in three dimensions forward simulation of ground penetrating radar[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2007, 38(5): 901-906.
- [14] FANG Hong-yuan, LIN Gao. Symplectic partitioned Runge-Kutta methods for two-dimensional numerical model of ground penetrating radar[J]. Computers & Geosciences, 2012, 49: 323-329.
- [15] DIAMANTI N, GIANNOPOULOS A. Implementation of ADI-FDTD subgrids in ground penetrating radar FDTD models[J]. Journal of Applied Geophysics, 2009, 67(4): 309-317.
- [16] FENG De-shan, DAI Qian-wei. GPR numerical simulation of full wave field based on UPML boundary condition of ADI-FDTD[J]. NDT & E International, 2011, 44(6): 495-504.
- [17] 戴前伟, 王洪华, 冯德山, 陈德鹏. 基于三角形剖分的复杂GPR模型有限元法正演模拟[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2012, 43(7): 2668-2673.
DAI Qian-wei, WANG Hong-hua, FENG De-shan, CHEN De-peng. Finite element method forward simulation for complex geoelectricity GPR model based on triangle mesh dissection [J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2012, 43(7): 2668-2673.
- [18] 冯德山, 陈承申, 王洪华. 基于混合边界条件的有限单元法正演模拟[J]. 地球物理学报, 2012, 55(11): 3774-3785.
FENG De-shan, CHEN Cheng-shen, WANG Hong-hua. Finite element method GPR forward simulation based on mixed boundary condition[J]. Chinese J Geophys, 2012, 55(11): 3774-3785.
- [19] 冯德山, 王洪华, 戴前伟. 基于无单元 Galerkin 法探地雷达正演模拟[J]. 地球物理学报, 2013, 56(1): 298-308.
FENG De-shan, WANG Hong-hua, DAI Qian-Wei. Forward simulation of ground penetrating radar based on the element-free Galerkin method[J]. Chinese J Geophys, 2013, 56(1): 298-308.
- [20] COCKBURN B, LI Feng-yan, SHU Chi-wang. Locally divergence-free discontinuous Galerkin methods for the Maxwell equations[J]. J Comput Phys, 2004, 194: 588-610.
- [21] BERGMANN T, ROBERTSSON J O A, HOLLIGER K. Finite-difference modeling of electromagnetic wave propagation in dispersive and attenuating media[J]. Geophysics, 1998, 63(3): 856-867.
- [22] LU Tiao, CAI Wei, ZHANG Ping-wen. Discontinuous Galerkin time-domain method for GPR simulation in dispersive media[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2005, 43(1): 72-80.
- [23] TSILI W, ORISTAGLIO M L. 3-D simulation of GPR surveys over pipes in dispersive soils[J]. Geophysics, 2000, 65(5): 1560-1568.
- [24] BANO M. Modeling of GPR waves for lossy media obeying a complex power law of frequency for dielectric permittivity[J]. Geophysical Prospecting, 2004, 52(1): 11-26.
- [25] CASSIDY N J, MILLINGTON T M. The application of finite-difference time-domain modelling for the assessment of GPR in magnetically lossy materials[J]. Journal of Applied Geophysics, 2009, 67(4): 296-308.
- [26] TEIXEIRA F L. Time-domain finite-difference and finite-element methods for Maxwell equations in complex media[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2008, 56(8): 2150-2166.
- [27] 底青云, 王妙月. 雷达波有限元仿真模拟[J]. 地球物理学报, 1999, 42(6): 818-825.
DI Qing-yun, WANG Miao-yue. 2D finite element modeling for radar wave[J]. Chinese J Geophys, 1999, 42(6): 818-825.
- [28] FULLER B D, WARD S H. Linear system description of the electrical parameters of rocks[J]. IEEE Transactions on Geoscience Electronics, 1970, 8(1): 7-18.
- [29] JONSCHER A K. The universal response[J]. Nature, 1977, 267: 673-679.
- [30] 刘少斌, 刘崧, 洪伟. 色散介质时域有限差分方法[M]. 北京: 科学出版社, 2010.
LIU Shao-bin, LIU Song, HONG Wei. Dispersive medium FDTD method[M]. Beijing: Science Press, 2010.

(编辑 陈卫萍)