

重力梯度张量解析信号的正演模拟

王 灿, 朱自强, 鲁光银, 曹书锦

(中南大学 地球科学与信息物理学院, 长沙 410083)

摘 要: 利用重力梯度张量具有高精度的特点以及解析信号在确定异常体位置上的优势, 将解析信号应用于重力场中, 研究重力梯度张量解析信号振幅及其一阶导数的极值位置空间变换规律, 为重力场解析信号边缘和位置识别提供理论基础。对模型的正演试算结果表明: 使用重力梯度张量的解析信号能准确地判断地下异常体源的位置情况, 有效规避背景场的影响。

关键词: 重力梯度张量; 解析信号; 正演模拟

中图分类号: P631.1

文献标志码: A

Forward simulation of analytic signals of gravity gradient tensor

WANG Can, ZHU Zi-qiang, LU Guang-yin, CAO Shu-jin

(School of Geosciences and Info-Physics, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: By utilizing the characteristics of high precision of gravity gradient tensor data, the advantage of using the analytic signal method to determine the position of source, and applying analytic signals to gravity field, the extreme value position and the spatial variation rules of analytic signals amplitude of gravity gradient tensor and the its first-order derivative were investigated, and a theoretical basis for identifying edge and position of gravity field analytical signal was provided. The forward trial results show that using analytic signals of gravity gradient tensor can determine the position of the underground abnormal body source accurately, and avoid background field effectively.

Key words: gravity gradient tensor; analytic signal; forward simulation

对理论模型进行正演计算是地球物理勘探中不可或缺的一种手段^[1], 是理论研究和资料解释的基础, 它反映源与场分布特征之间的联系, 对于认识问题、深化解释工作具有重要的作用^[2]。

重力梯度张量是重力位的二阶导数, 传统的重力测量和重力垂直分量的测量主要依靠密度的变化, 重力梯度张量对微小密度梯度的变化反映更加灵敏, 即重力梯度张量利用测量梯度数据, 而传统的重力测量利用重力的计算梯度值^[3], 因此重力梯度张量能够更加灵敏地反映地下密度异常体, 进而更加直接地反映场源体的边界范围^[2]。重力梯度张量作为一种前沿的重力测量方法, 其应用前景非常广阔^[2]。目前, 对重

力梯度张量的数据处理方面已经进行了一些研究, VASCO 等^[4]于 1991 年首次对重力张量对角线上的元素(V_{xx} , V_{yy} , V_{zz})进行了反演。MICKUS 等^[5]对垂向重力数据采用快速傅立叶变换(FFT), 并获得了全部的重力梯度张量数据。HINOJOSA 等^[6]对重力梯度张量进行希尔伯特转换, 在傅里叶变换域中获得了重力梯度张量数据。ZHDANOV 等^[7]采用三维正则化收敛的方法对重力梯度全张量数据进行了反演。WHILE 等^[8]将谱分析运用到重力梯度张量中, 得出二维功率和法则。DROUJININE 等^[9]对张量测量数据进行了有效地去噪。朱自强等^[10]将有限单元法应用于二维重力梯度张量的正演计算。曹书锦等^[3]、ZHANG 等^[11]对重力

梯度张量数据进行了欧拉反褶积处理等。他们都是对重力全张量梯度数据进行处理分析。

解析信号是梯度值^[12],其振幅能够反映地下异常体的位置。1972年,NABIGHIAN^[13]提出了解析信号的概念,将其应用于二维磁异常解释中。1984年,他又对三维解析信号进行了理论研究^[14]。解析信号首先是用于磁场中,RAO等^[15]、HSU等^[16]、MACLEOD等^[17]、NABIGHIAN^[18]、ROEST等^[19]、QIN^[20]、胡中栋等^[21]利用解析信号识别磁性地质体的边缘位置,并进行参数反演。在这些研究之后,解析信号的理论基础趋于完善^[12]。随后,大量学者对解析信号进行了研究。DEBGLIA等^[22]提出解析信号导数的概念。管志宁等^[23]、黄临平等^[24]对三维解析信号振幅进行研究,三维解析信号振幅受到磁异常分量和磁化方向的影响,只是没有其他方法所受到的影响大。SALEM等^[25-26]通过使用磁场数据的二阶导数对地质体的位置进行了识别,降低了噪声的干扰。KEATING等^[27]使用欧拉反褶积有效地去除了解析信号的背景场。MA等^[28]提出了直接解析信号的概念,并将其用于识别二维磁性体。LI^[29]提出了三维解析信号的应用和限制范围。随着解析信号在磁场理论中研究的深入,解析信号逐渐推广到重力场中。王万银^[12]对重力异常解析信号和重力异常垂向导数解析信号的振幅极值位置在空间的变化规律进行了研究。BEIKI^[30]使用重力张量的解析信号进行了反演计算。

本文作者利用重力梯度张量具有高精度的特点,以及解析信号在确定异常体位置上的优势,将解析信号应用于重力场中,使用重力梯度张量解析信号的方法,通过重力梯度张量解析信号振幅剖面和平面特征,研究重力梯度张量解析信号振幅的极值位置空间变换规律,为重力场解析信号边缘和位置识别提供理论基础。最后通过模型算例进一步说明本文方法可以减少背景场的影响,能准确地判断出地下异常体源的位置情况。

1 重力梯度张量及其解析信号

重力梯度张量即在笛卡尔坐标下重力位在 x 、 y 和 z 方向的二阶导数,一个体积为 V 、剩余密度为 ρ 的质量体,其重力位表示为

$$U(r) = -G \int_V \frac{\rho(r')}{|r-r'|} dV' \quad (1)$$

式中: r 为观测点到场源之间的距离; U 为重力位; G 为万有引力常量。那么,重力梯度张量表示为

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zx} & g_{zy} & g_{zz} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{F}$ 表示全重力梯度张量; $\frac{\partial^2 U}{\partial \alpha \partial \beta}$ 表示重力位 U

对 α 和 β 求导; $g_{\alpha\beta}$ 表示重力梯度张量的分量,其中 $\alpha=x, y, z$; $\beta=x, y, z$ 。

设 i 、 j 和 k 为 x 、 y 和 z 方向的单位矢量,对于一个位场 $\phi(x, y)$, 其三维解析信号的定义为

$$A(x, y) = \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y} + \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial z} \quad (3)$$

式(3)满足解析信号的基本要求。它们分别表示希尔伯特变换对应的实部和虚部。则解析信号的振幅函数为

$$|A(x, y)| = \sqrt{\left[\frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} \right]^2 + \left[\frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y} \right]^2 + \left[\frac{\partial \phi(x, y)}{\partial z} \right]^2} \quad (4)$$

对于重力梯度全张量,其解析信号可用矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} A_x(x, y, z) \\ A_y(x, y, z) \\ A_z(x, y, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zx} & g_{zy} & g_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ i \end{bmatrix} \quad (5)$$

因此,振幅可以表示为

$$|A_x(x, y, z)| = \sqrt{(g_{xx})^2 + (g_{xy})^2 + (g_{xz})^2} \quad (6)$$

$$|A_y(x, y, z)| = \sqrt{(g_{yx})^2 + (g_{yy})^2 + (g_{yz})^2} \quad (7)$$

$$|A_z(x, y, z)| = \sqrt{(g_{zx})^2 + (g_{zy})^2 + (g_{zz})^2} \quad (8)$$

DEBGLIA等^[22]提出解析信号振幅的一阶导数能更有效地分离目标异常体,对解析信号振幅求一阶导数得

$$\frac{\partial |A_\alpha(x, y, z)|}{\partial x} = \frac{\frac{\partial g_\alpha}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial g_\alpha}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial x \partial y} \right) + \frac{\partial g_\alpha}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial x \partial z} \right)}{|A_\alpha(x, y, z)|} \quad (9)$$

$$\frac{\partial |A_\alpha(x, y, z)|}{\partial y} = \frac{\frac{\partial g_\alpha}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial x \partial y} \right) + \frac{\partial g_\alpha}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial g_\alpha}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial y \partial z} \right)}{|A_\alpha(x, y, z)|} \quad (10)$$

$$\frac{\partial |A_\alpha(x, y, z)|}{\partial z} = \frac{\frac{\partial g_\alpha}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial x \partial z} \right) + \frac{\partial g_\alpha}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial y \partial z} \right) + \frac{\partial g_\alpha}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial z^2} \right)}{|A_\alpha(x, y, z)|} \quad (11)$$

其中, $\alpha = x, y, z$ 。为了方便, 以下将解析信号振幅简记为 A_α , 其一阶导数记为 $A_{\alpha\beta}$ 。

2 模型算例

以规则的球体和立方体作为研究模型, 对其重力梯度张量解析信号的振幅及其一阶导数进行正演计算和分析。取剩余密度均为 1 kg/m^3 。通过绘制重力梯度张量解析信号振幅断面等值线图来描述所研究模型在 xz 平面的变化情况, 通过绘制重力梯度张量解析信号振幅平面等值线图来描述所研究的模型在 xy 平面的变化情况。

2.1 算例 1: 球体模型

下面就球体半径及球心埋深对球体的重力梯度张量解析信号异常的影响, 进行一系列的正演计算, 选

择有代表性的数据示于图 1~8 中, 图中红色虚线圆表示球体在水平面上的投影。

从图 1 中球体重力梯度张量解析信号振幅断面等值线图可以看出: 3 幅图的极大值都非常准确地显示了球体在 x 和 z 方向上的位置; 从图 2 中球体重力梯度张量解析信号振幅平面等值线图中可以看出: 图 2(a) 和(c)的 A_x 和 A_z 的极大值点以及图 2(b)的 A_y 的极小值点准确地显示出球体在 x 和 y 方向上的位置; 从图 1 和图 2 中不能很好地识别球体的半径, 只能识别球体的球心位置。

图 3 所示为球体重力梯度张量解析信号振幅的一阶导数断面等值线图。图中 A_{xx} 有 2 个极值点, 其极值点表示球体在 x 和 z 方向上的位置; A_{xy} 的极小值点准确地描述球心在 x 和 z 方向上的位置; A_{xz} 零等值线所在位置正是球体在 z 方向上的球心位置, 两个极值点在 x 方向上的描述球心在 x 方向的位置。 A_{yx} 和 A_{xy} 具有相似的特性, 都由两个极值点描述球体在 x 和 z 方向的位置; A_{yy} 的极大值点描述球心在 x 和 z 方向上的位置; A_{yz} 和 A_{zz} 的性质都与图 A_{xz} 性质相同。 A_{zx} 出现 4 个极值点, 极值点的交点正好描述了球心在 x 和 z 方向上的位置, A_{zy} 的性质与 A_{xy} 的性质形似。

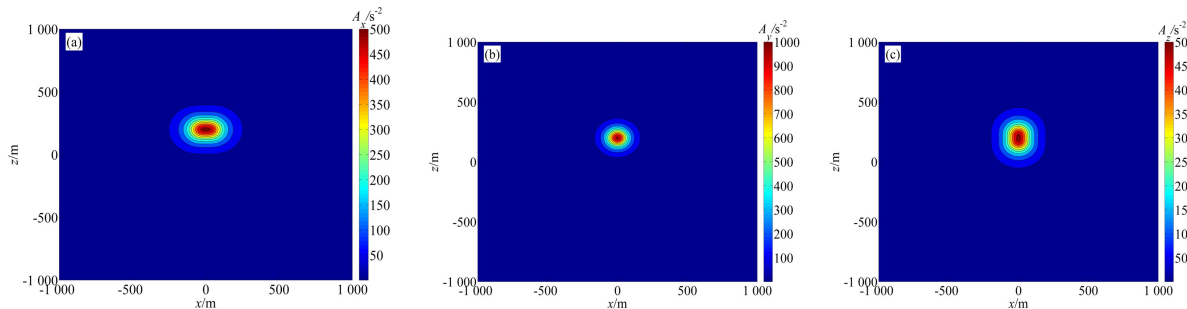


图 1 球体重力梯度张量解析信号振幅断面等值线图(球心坐标为(0 m, 100 m, 200 m), 半径为 500 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z
Fig. 1 Profile graphs of analytic signal amplitude of gravity tensor based on sphere(Centre of sphere (0 m, 100 m, 200 m), radius 500 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z

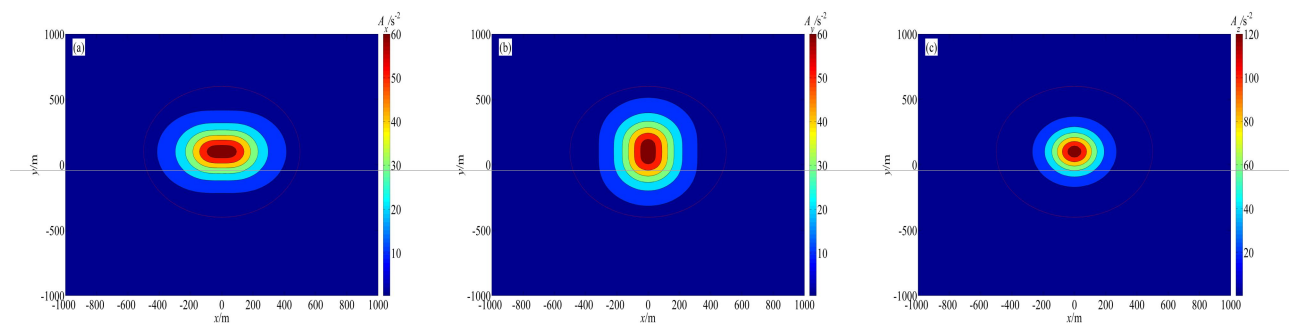


图 2 球体重力梯度张量解析信号振幅平面等值线图(球心坐标为(0 m, 100 m, 200 m), 半径为 500 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z
Fig. 2 Planar graphs of analytic signal amplitude of gravity tensor based on sphere(Centre of sphere (0 m, 100 m, 200 m), radius 500 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z

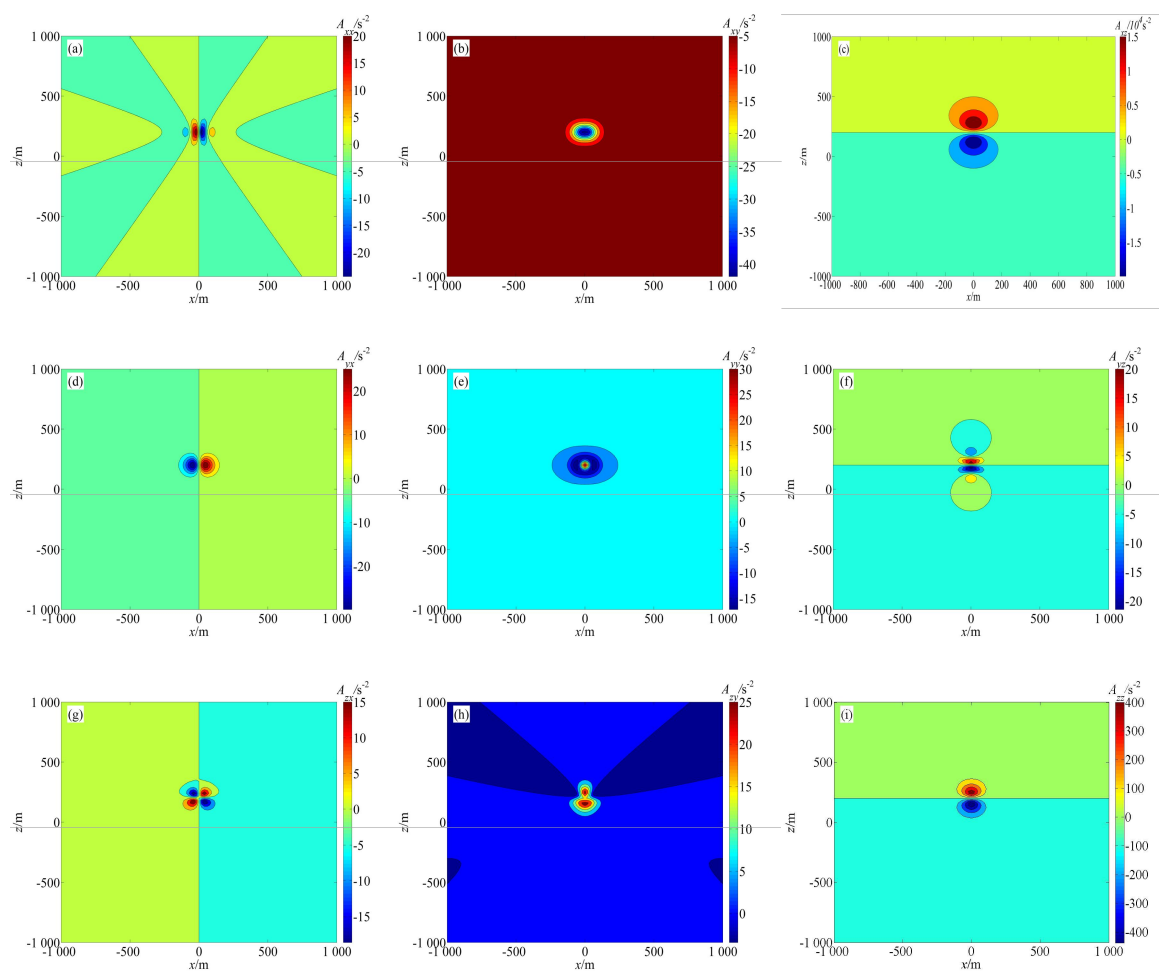


图 3 球体重力梯度张量解析信号振幅一阶导数断面等值线图(球心坐标为(0 m, 100 m, 200 m), 半径为 500 m): (a) A_{xx} ; (b) A_{xy} ; (c) A_{xz} ; (d) A_{yx} ; (e) A_{yy} ; (f) A_{yz} ; (g) A_{zx} ; (h) A_{zy} ; (i) A_{zz}

Fig. 3 Profile graphs of analytic signal amplitude of gravity tensor of first-order derivative based on sphere (Centre of sphere (0 m, 100 m, 200 m), radius 500 m): (a) A_{xx} ; (b) A_{xy} ; (c) A_{xz} ; (d) A_{yx} ; (e) A_{yy} ; (f) A_{yz} ; (g) A_{zx} ; (h) A_{zy} ; (i) A_{zz}

图 4 所示为球体重力梯度张量解析信号振幅的一阶导数平面图。图 4 中 A_{xx} 有两个极值点和两个次极小值点, 其极小值点表示球体在 x 和 z 方向上的位置; A_{xy} 的零等值线与球体在 y 方向上的球心位置吻合得非常完美, 两个极值点在 x 方向上描述球心在 x 方向的位置; A_{xz} 的极小值点描述球心在 x 和 y 方向上的位置。 A_{yx} 与 A_{xy} 具有相似的特性, 都由两个极值点描述球体在 x 和 y 方向的位置; A_{yy} 的性质与 A_{xy} 的性质相同; A_{yz} 和 A_{xz} 的性质均与图 A_{xz} 性质相同; A_{zx} 的性质与 A_{yx} 的性质相似; A_{zy} 与 A_{xy} 的性质相似。

联立图 3 断面图和图 4 平面图可知, 重力梯度张量的解析信号可以将球体的球心坐标准确地识别出来, 即重力梯度张量的解析信号能准确地识别球体的场源位置。从图 4 平面图中可以观察到, 解析信号难

以识别球体的大小。

图 5 和图 6 所示分别为球体半径减小后的重力梯度张量解析信号的断面图和平面图, 从图 5 可以观察到, 图 5 与图 1 和图 3 中各个分量对应分别相似, 仅图形大小不同; 同样, 图 6 与图 2 和图 4 中各个分量图对应相似, 仅大小不同。由此可以推断, 球体半径的大小不影响重力梯度张量解析信号对球体球心位置的识别。

图 7 和图 8 所示分别为球体在图 5 和图 6 的基础上埋深往下延伸后的断面图和平面图, 对比图 5 和图 7 以及图 6 和图 8 可以发现, 各个分量的图形极值个数、极值形状和大小等除了在 z 方向有下移, 其余要素都相同。由此可知, 球体的埋深对重力梯度张量解析信号影响很小。

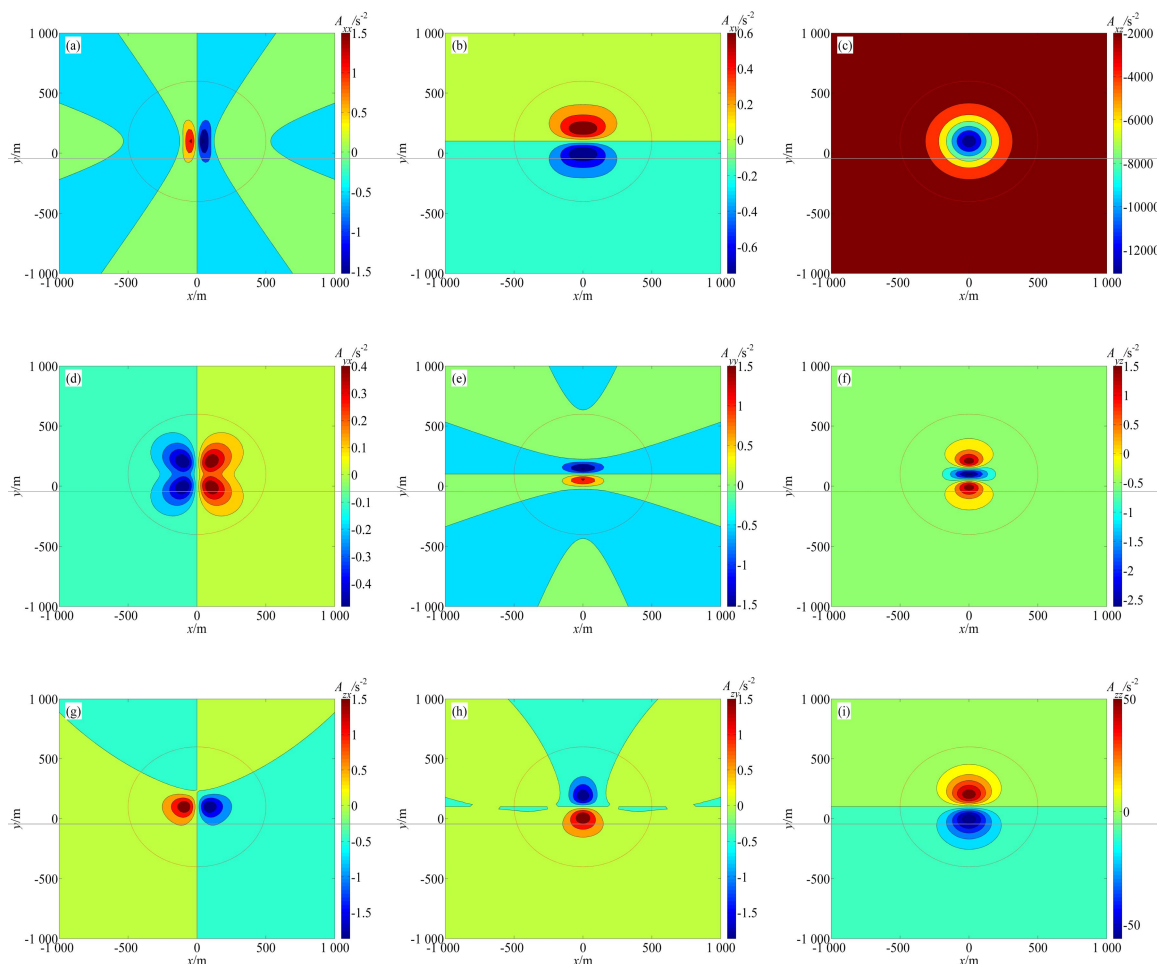


图 4 球体重力梯度张量解析信号振幅一阶导数平面等值线图(球心坐标为(0 m, 100 m, 200 m), 半径为 500 m): (a) A_{xx} ; (b) A_{xy} ; (c) A_{xz} ; (d) A_{yx} ; (e) A_{yy} ; (f) A_{yz} ; (g) A_{zx} ; (h) A_{zy} ; (i) A_{zz}

Fig. 4 Planar graphs of analytic signal amplitude of gravity tensor of first-order derivative based on sphere (Centre of sphere (0 m, 100 m, 200 m), radius 500 m): (a) A_{xx} ; (b) A_{xy} ; (c) A_{xz} ; (d) A_{yx} ; (e) A_{yy} ; (f) A_{yz} ; (g) A_{zx} ; (h) A_{zy} ; (i) A_{zz}

2.2 算例 2: 立方体模型

就立方体埋深及大小对立方体的重力梯度张量解析信号异常的影响, 进行一系列的正演计算, 选择具有代表性的数据示于图 9~16 中, 图中红色虚线表示立方体在水平面上的投影。

图 9 所示为立方体重力梯度张量解析信号的振幅断面等值线图。图 9 中 A_x 和 A_y 的最大值所在位置分别描述立方体在 x 和 z 方向的投影的大小; A_z 中最大值与最小值的边界出现的零等值线非常准确地描述立方体在 x 方向的位置和在 z 方向的大小, 将图中 4 个极值点连线所形成的图形即立方体在 xz 平面的投影。

图 10 所示为立方体重力梯度张量解析信号振幅平面等值线图。图 10 中 A_x 的极大值所在 4 个角点描述立方体在 x 和 y 方向的位置, 其连线即为立方体在

xy 面内的大小; A_y 的最大值与最小值的边界所在 4 个点描述立方体在 x 和 y 方向的位置, 其连线即为立方体在 xy 面内的大小; A_z 中最大值准确地描述立方体在 xy 面内的轮廓。

图 11 所示为立方体重力梯度张量解析信号振幅一阶导数断面等值线图。图 11 中 A_{xx} 在 z 方向的上下位置通过图中的两条白色带状线非常清晰和准确地得到反映, 在白色线上的 4 个极值大致描述立方体在 x 方向的位置; A_{xy} 和 A_{xz} 图像相似, 图中最明显的白色带状准确描述立方体在 z 方向的位置, 白色带状上下的极值准确地描述立方体在 x 方向的位置和大小。 A_{yx} 和 A_{zy} 的最值反映立方体在 z 轴方向的长度和位置, 最值的角点即为立方体在 xz 面的位置; A_{yy} 和 A_{yz} 都由 4 条白色带状相交, 相交处即立方体在 xz 面的准确位置, 4 个角点所围成的部分即立方体在 xz 面的投影。

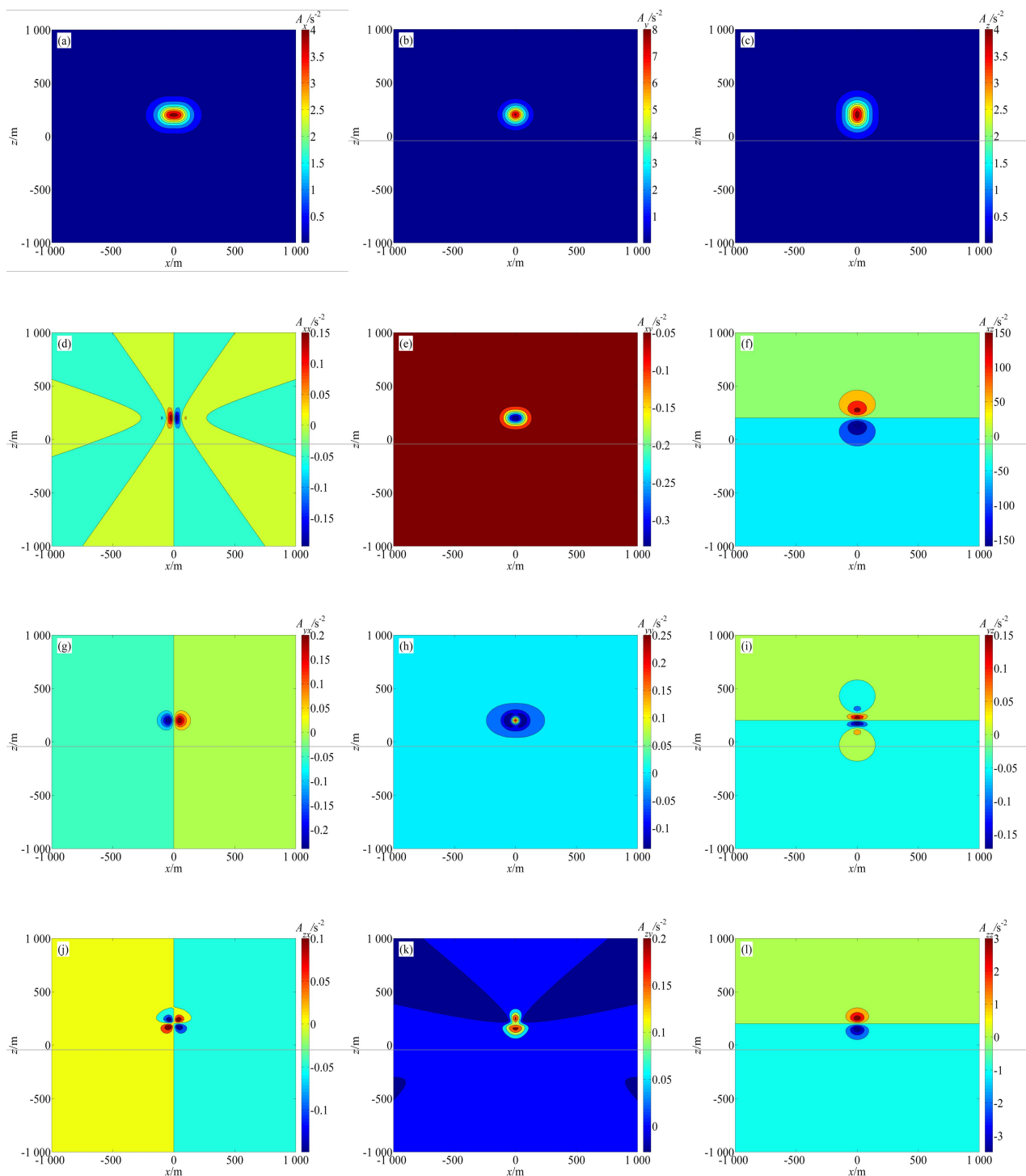


图 5 球体重力梯度张量解析信号断面等值线图(球心坐标为(0 m, 100 m, 200 m), 半径为 100 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

Fig. 5 Profile graphs of analytic signal of gravity tensor based on sphere (Centre of sphere (0 m, 100 m, 200 m), radius 100 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

A_{xx} 和 A_{zz} 都有 4 个角点, 4 个角点准确地呈现立方体在 x 轴和 z 轴的位置, 其连线即为立方体在 xz 面内的投影。

图 12 所示为立方体重力梯度张量解析信号振幅一阶导数平面等值线图。图 12 中 A_{xx} 在 y 方向的位置

通过图中的两条白色带状线非常清晰和准确地得到反映, 在白色线上的 4 个极值大致描述立方体在 x 方向的位置; A_{xy} 和 A_{xz} 图像相似, 图中最明显的白色带状准确描述立方体在 y 方向的位置, 白色带状上的极值准确地描述立方体在 x 方向的位置和大小。 A_{yx} 的 4 个

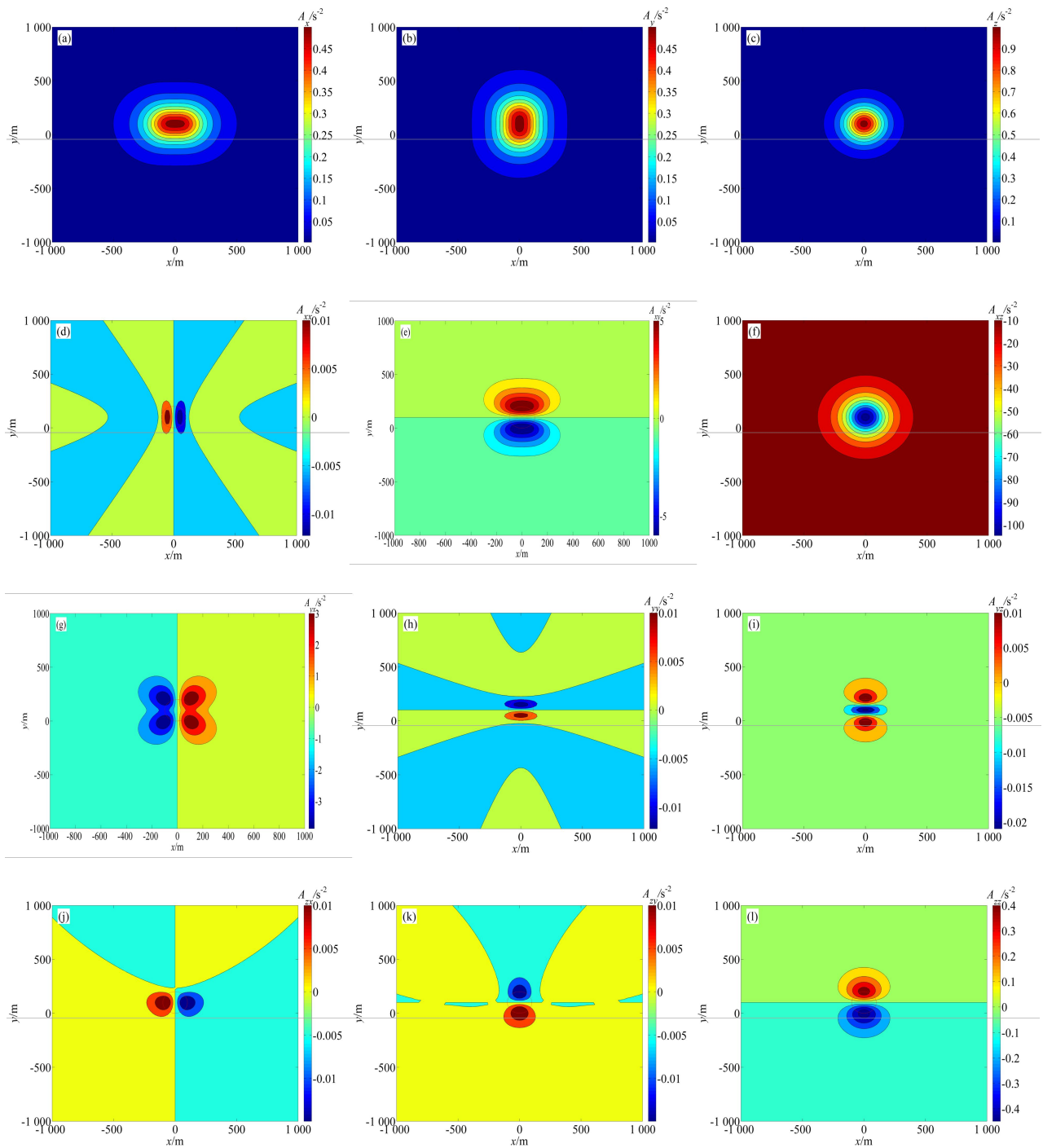


图 6 球体重力梯度张量解析信号平面等值线图(球心坐标为(0 m, 100 m, 200 m), 半径为 100 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

Fig. 6 Planar graphs of analytic signal of gravity tensor based on sphere (Centre of sphere (0 m, 100 m, 200 m), radius 100 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

角点即为立方体在 xz 面的位置, 角点的连线即为立方体在 xz 面的投影; A_{yy} 在 x 方向的位置通过图中的两条白色带状线非常清晰和准确地得到反映, 在白色线上的 4 个极值大致描述立方体在 y 方向的位置; A_{yz} 的白色带状准确地描述立方体在 x 轴上的位置和长

度, 极值描述立方体在 y 轴上的位置和大小。 A_{zx} 和 A_{zy} 的最值分别描述立方体在 y 轴和 x 轴的位置和大小; A_{zz} 的最小值轮廓准确地描述立方体在 xy 面的投影。

图 13 所示为将立方体的大小缩小一半后的重力

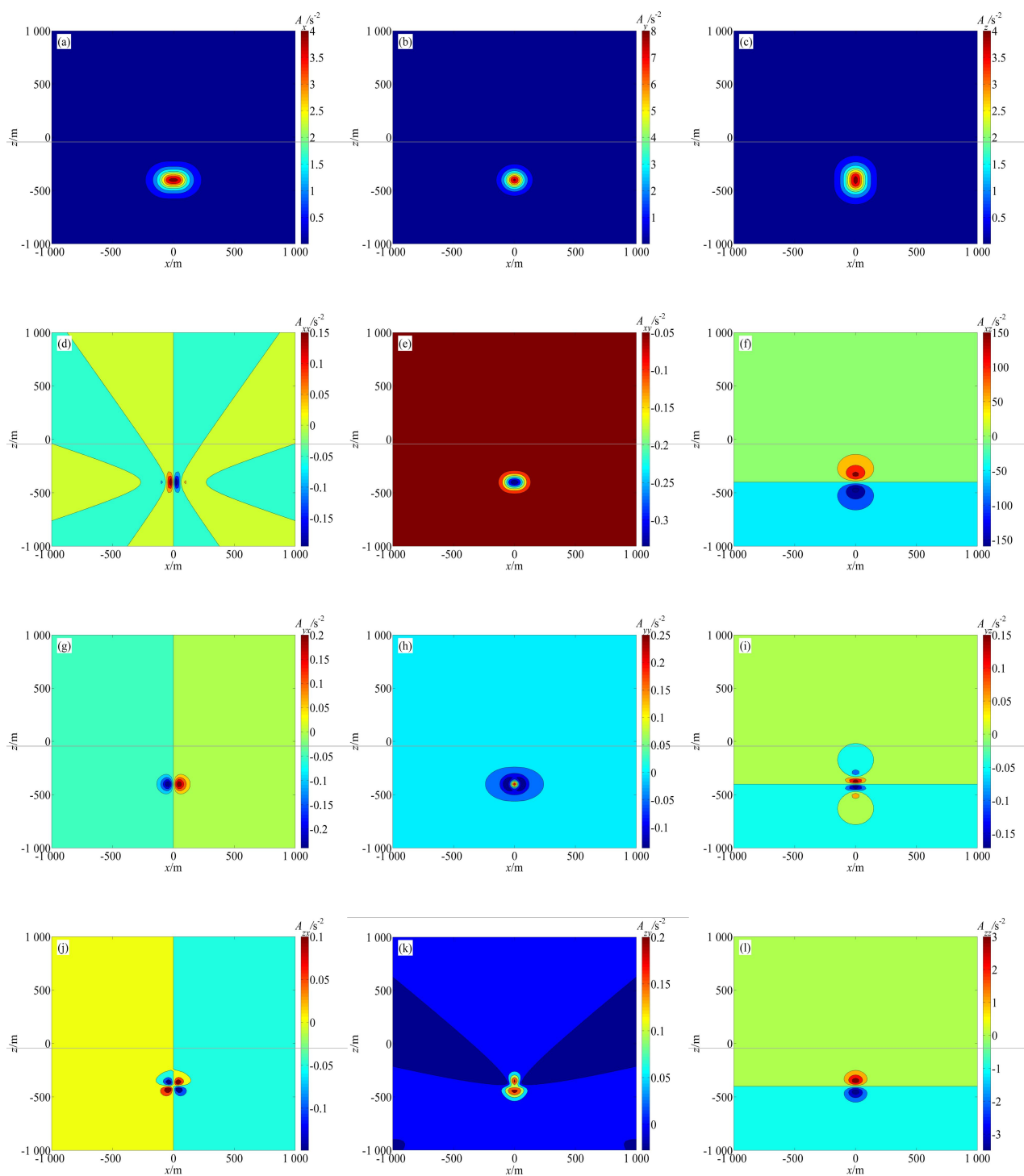


图 7 球体重力梯度张量解析信号断面等值线图(球心坐标为(0 m, 100 m, -400 m), 半径为 100 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

Fig. 7 Profile graphs of analytic signal of gravity tensor based on sphere (Centre of sphere (0 m, 100 m, -400 m), radius 100 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

梯度张量解析信号断面等值线图; 图 14 所示为将立方体的大小缩小一半后的重力梯度张量解析信号平面等值线图, 观察图 9~14 可以发现, 图 13 与图 9 和图 11 各个分量、图 14 与图 10 和图 12 各个分量的图像

对应相同, 仅在坐标轴上大小不同, 而且都同样准确地描立方体所在 x 、 y 和 z 轴上的位置和大小。由此可知, 重力梯度张量解析信号能准确地识别立方体的位置和大小, 不受立方体体积的影响。

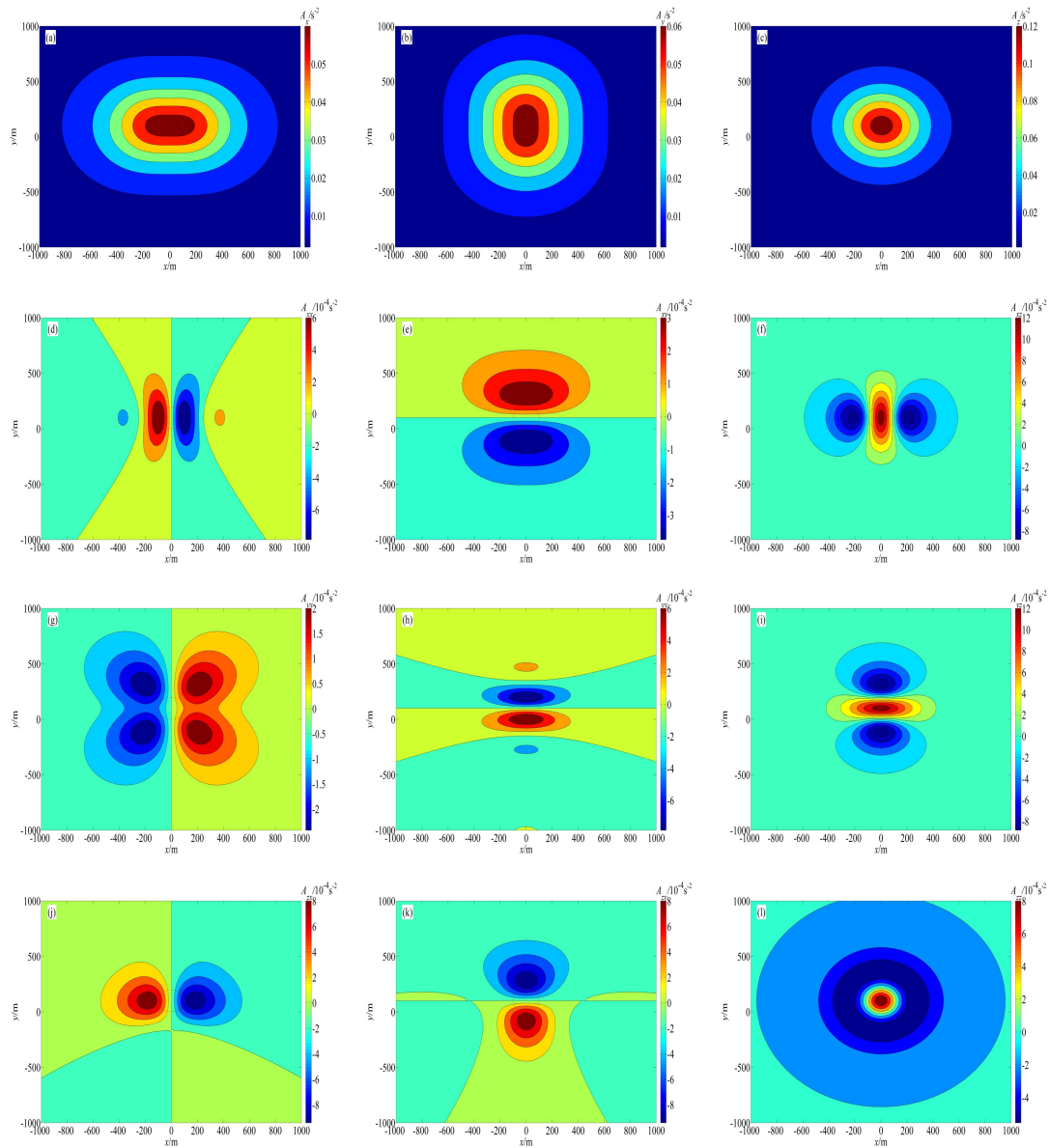


图 8 球体重力梯度张量解析信号平面等值线图(球心坐标为(0 m, 100 m, -400 m), 半径为 100 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

Fig. 8 Planar graphs of analytic signal of gravity tensor based on sphere(Centre of sphere (0 m, 100 m, -400 m), radius 100 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

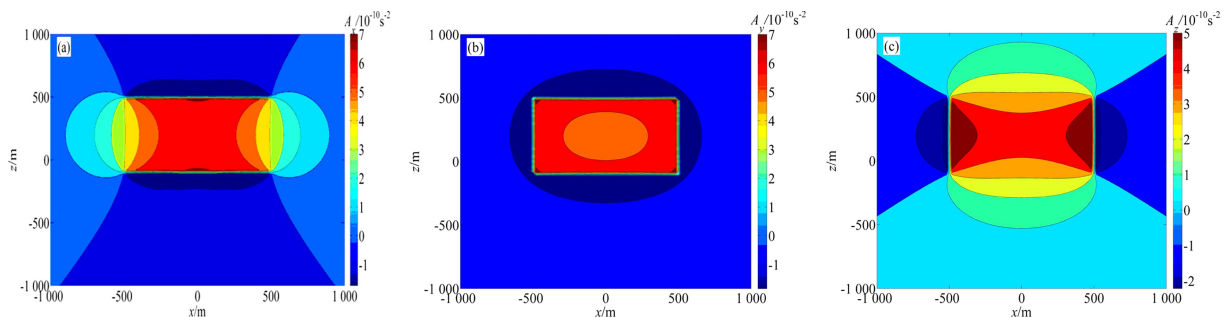


图 9 立方体重力梯度张量解析信号振幅断面等值线图(立方体中心坐标为(0 m, 100 m, 200 m), 大小为 1 000 m×800 m×600 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z

Fig. 9 Profile graphs of analytic signal amplitude of gravity tensor based on cube (Centre of cube (0 m, 100 m, 200 m), size of cube 1 000 m×800 m×600 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z

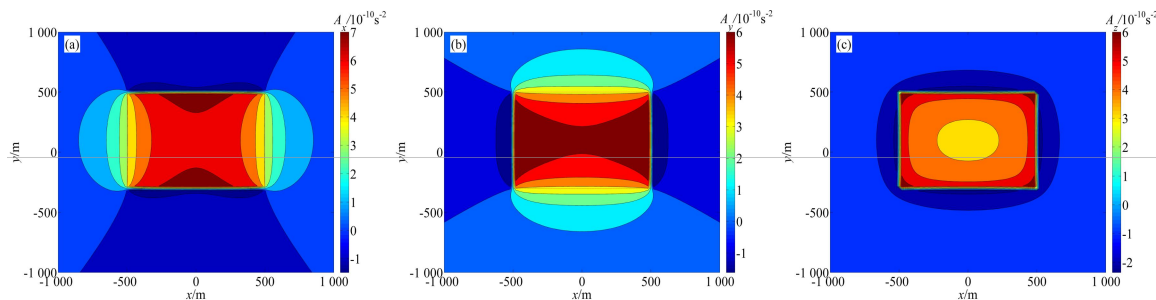


图 10 立方体重力梯度张量解析信号振幅平面等值线图(立方体中心坐标为(0 m, 100 m, 200 m), 大小为 1 000 m×800 m×600 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z

Fig. 10 Planar graphs of analytic signal amplitude of gravity tensor based on cube (Centre of cube (0 m, 100 m, 200 m), size of cube 1 000 m×800 m×600 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z

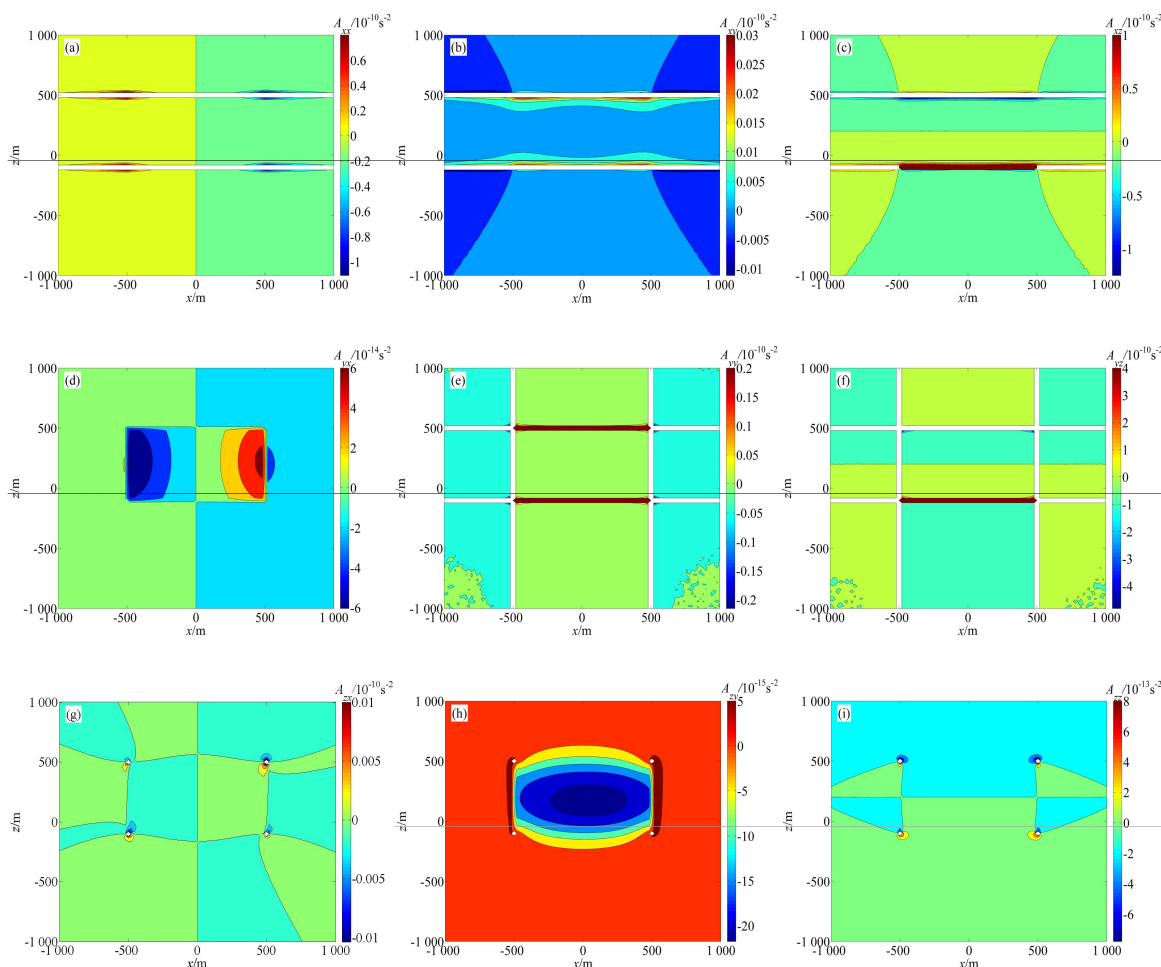


图 11 立方体重力梯度张量解析信号振幅一阶导数断面等值线图(立方体中心坐标为(0 m, 100 m, 200 m), 大小为 1 000 m×800 m×600 m): (a) A_{xx} ; (b) A_{xy} ; (c) A_{xz} ; (d) A_{yx} ; (e) A_{yy} ; (f) A_{yz} ; (g) A_{zx} ; (h) A_{zy} ; (i) A_{zz}

Fig. 11 Profile graphs of analytic signal amplitude of gravity tensor of first-order derivative based on cube (Centre of cube (0 m, 100 m, 200 m), size of cube 1 000 m, 800 m, 600 m): (a) A_{xx} ; (b) A_{xy} ; (c) A_{xz} ; (d) A_{yx} ; (e) A_{yy} ; (f) A_{yz} ; (g) A_{zx} ; (h) A_{zy} ; (i) A_{zz}

图 15 和 16 所示分别为将立方体的大小不变, 埋深往下延伸后重力梯度张量解析信号断面图和平面图。观察图 9~12 以及图 15~16 可以发现, 图 15 与图

9 和 11 各个分量在图像对应相同, 仅在 z 轴上有向下移动, 而且都同样准确地描述了立方体所在位置和大小, 图 16 与图 10 和 12 各个分量几乎完全相同。由此

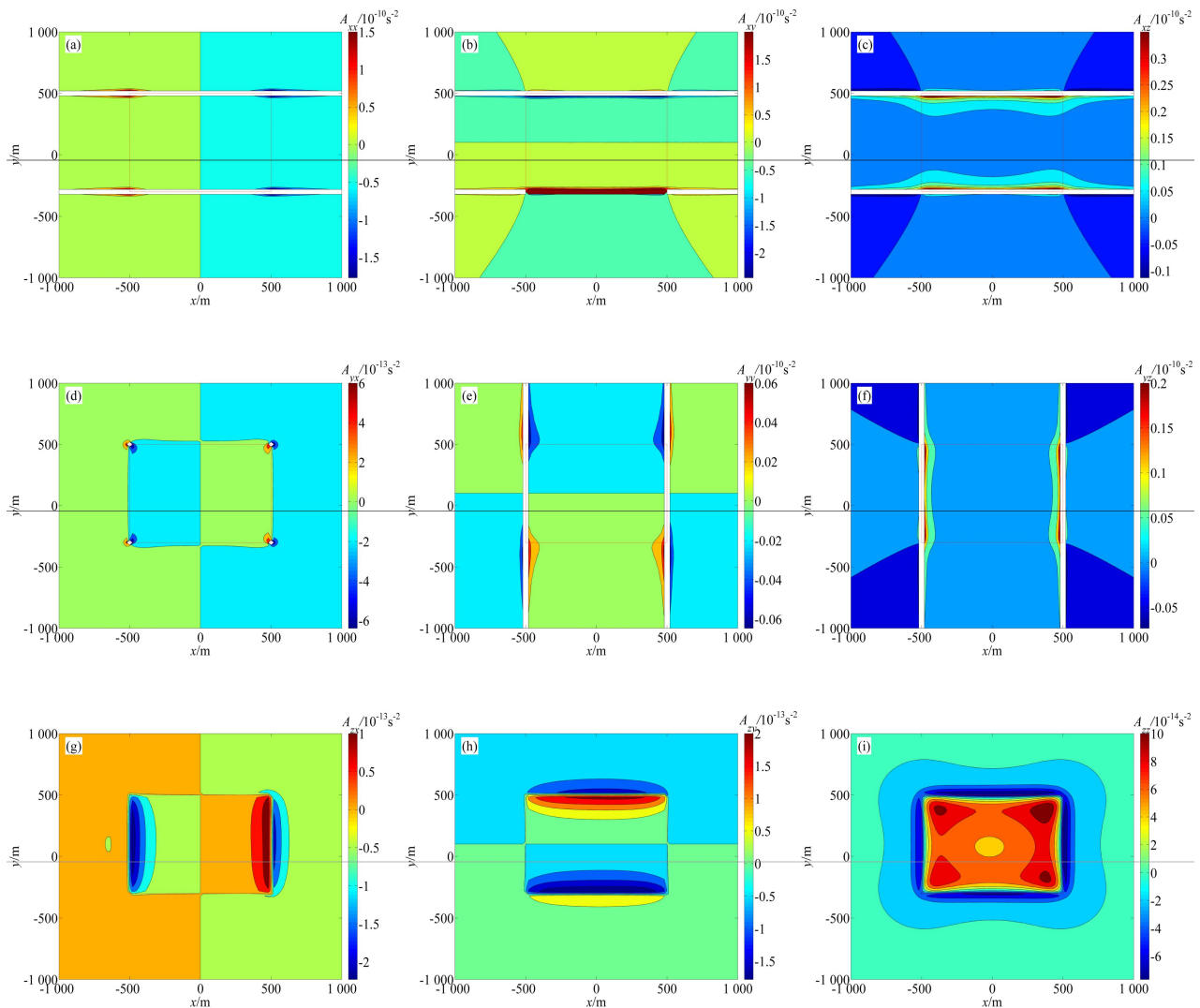


图 12 立方体重力梯度张量解析信号振幅一阶导数断面等值线图(立方体中心坐标为(0 m, 100 m, 200 m), 大小为 1 000 m×800 m×600 m): (a) A_{xx} ; (b) A_{xy} ; (c) A_{xz} ; (d) A_{yx} ; (e) A_{yy} ; (f) A_{yz} ; (g) A_{zx} ; (h) A_{zy} ; (i) A_{zz}

Fig. 12 Planar graphs of analytic signal amplitude of gravity tensor of first-order derivative based on cube (Centre of cube (0 m, 100 m, 200 m), size of cube 1 000 m×800 m×600 m): (a) A_{xx} ; (b) A_{xy} ; (c) A_{xz} ; (d) A_{yx} ; (e) A_{yy} ; (f) A_{yz} ; (g) A_{zx} ; (h) A_{zy} ; (i) A_{zz}

可知, 重力梯度张量解析信号能准确地识别立方体的位置和大小, 受立方体埋深的影响很小。

2.3 算例 3: 球体叠加模型

设置 3 个球体的叠加, 模型为球心坐标(x_0 , y_0 , z_0)表示, 球体半径用 R 表示。剩余密度都设为 1 kg/m^3 , 模型几何参数设置如表 1 所列。

图 17 所示为将 3 个大小不同的球体叠加后重力梯度张量解析信号断面等值线图。 A_x 、 A_y 和 A_z 的最小值描述最大球体的球心位置, 球体的半径和其余两个球体的位置坐标以及半径均不能显示。 A_{xx} 的最小值表示最大球体的球心坐标, 最小值与极小值围绕的极小值

点大致描述最小球体的球心坐标, 次大球体的球心和 3 个球体的半径不能体现; A_{xy} 的最小值描述最大球体的球心坐标, 其余球体信息不能显示; A_{xz} 的图像性质与 A_{xx} 相似。 A_{yx} 的最小值与最大值的界面形成的等值线准确地描述最大球体的球心坐标, 不描述其余球体特征; A_{yy} 的最小值描述最大球体的球心坐标, 最大值部分的极大值分别描述次大球体和最小球体, 中心表示球心, 极大值部分大致表示球体的大小; A_{yz} 的最小值描述最大球体的球心位置, 零等值线部分大致描述最小球体的球心位置, 次大球体以及球体半径不能从图 17(i)中得到展示。 A_{zx} 的最小值准确地描述最大球体的球心位置, 另外两个封闭的零等值线区域分别大

致描述次大球体和最小球体的球心位置, 不描述球体半径; A_{zy} 的最大值描述最大球体的球心位置, 最大值与极大值围绕的区域大致描述最小球体的位置, 3 个球体的半径均不能得到描述; A_{zz} 的图形性质与 A_{xx} 和 A_{xz} 相似。

图 18 所示为将 3 个大小不同的球体叠加后重力梯度张量解析信号平面等值线图。 A_x 的最大值中心准确地描述最大球体的球心位置, 最大值等值线周围的极小值等值线大致描述球体的半径, 但比实际球体半径稍小, 极大值中心准确地描述次大球体的球心位置,

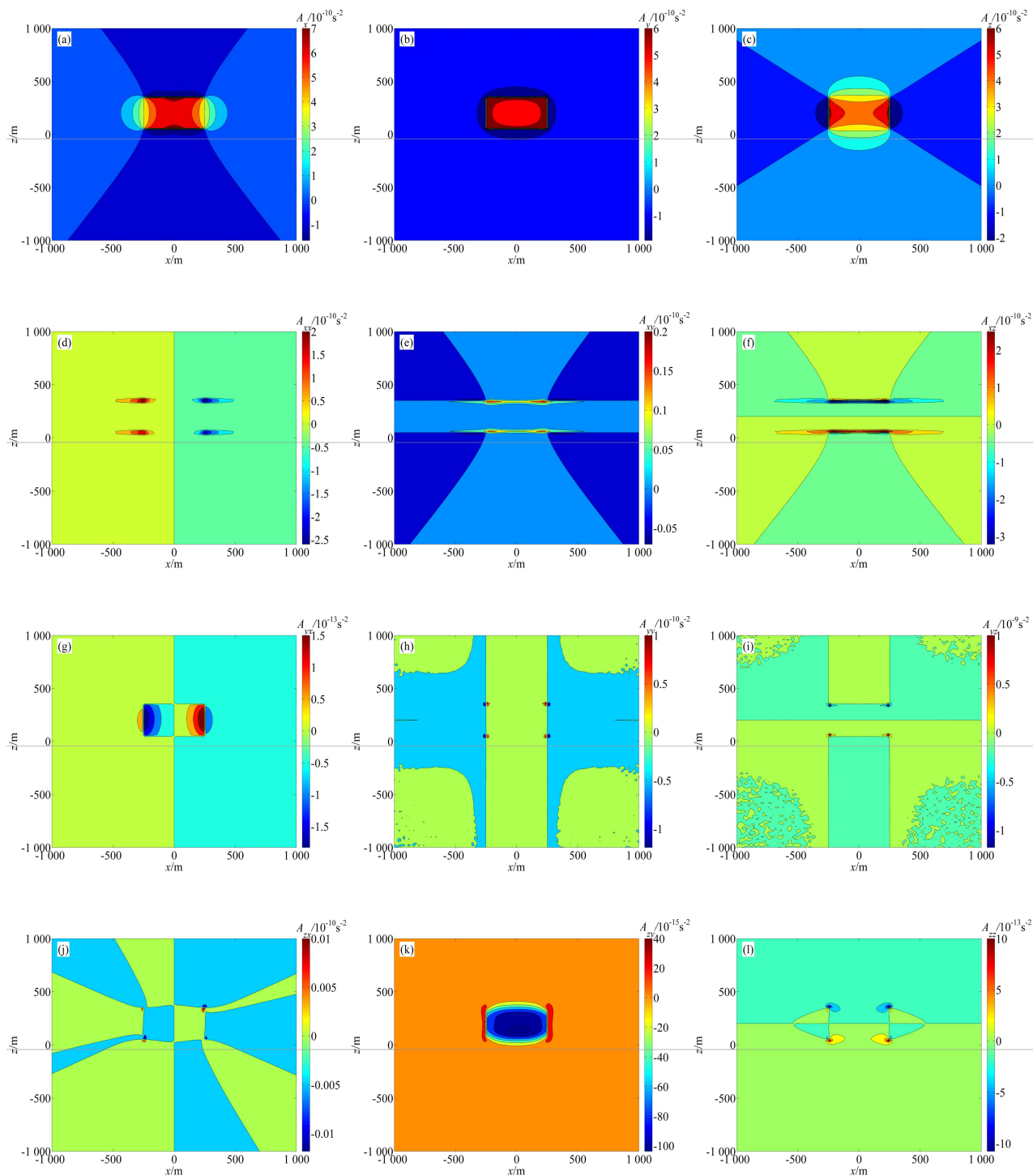


图 13 立方体重力梯度张量解析信号断面等值线图(立方体中心坐标为(0 m, 100 m, 200 m), 大小为 500 m×400 m×300 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

Fig. 13 Profile graphs of analytic signal of gravity tensor based on cube (Centre of cube (0 m, 100 m, 200 m), size of cube 500 m×400 m×300 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

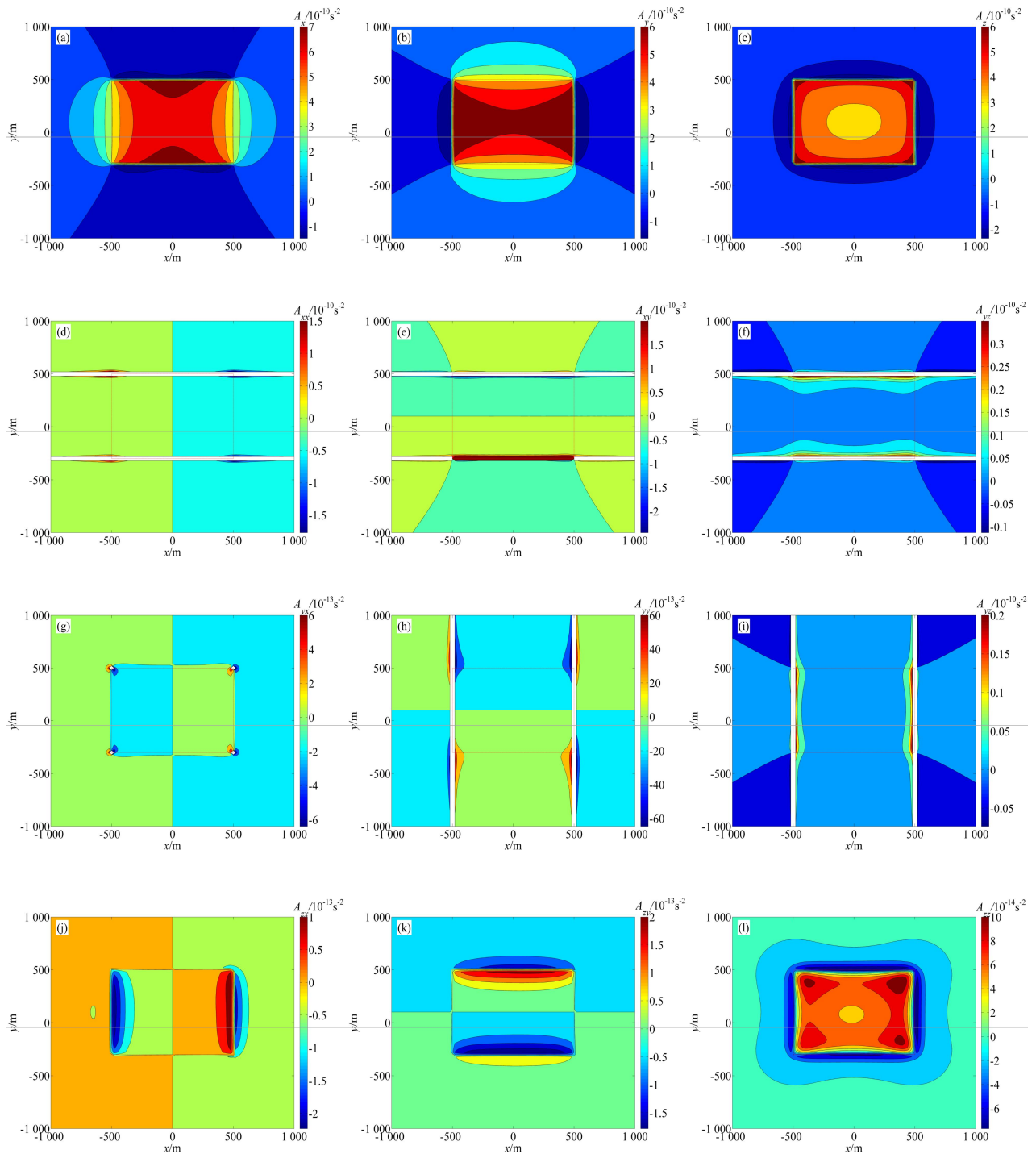


图 14 立方体重力梯度张量解析信号平面等值线图(立方体中心坐标为(0 m, 100 m, 200 m), 大小为 500 m×400 m×300 m):

(a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

Fig. 14 Planar graphs of analytic signal of gravity tensor based on cube (centre of cube (0 m, 100 m, 200 m), size of cube 500 m×400 m×300 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

极大值周围的极小值等值线大致描述次大球体的半径, 该半径与球体实际半径几乎吻合, 最大球体的极小等值线有向外的小小凸起, 该凸起大致描述最小球体的位置和大小, 由此可知, 最小球体受最大球体的影响, 但依然能大致分辨出最小球体的位置和大小;

A_y 的最大值的中心准确地描述最大球体的球心位置, 该极大值周围的极小等值线描述最大球体的半径, 该半径在 x 方向上略小于球体的实际半径, 在 y 方向较准确地描述球体的半径, 图 18(b) 中的极小值中心描述次大球体的球心位置, 该极值周围的极小等值线大致

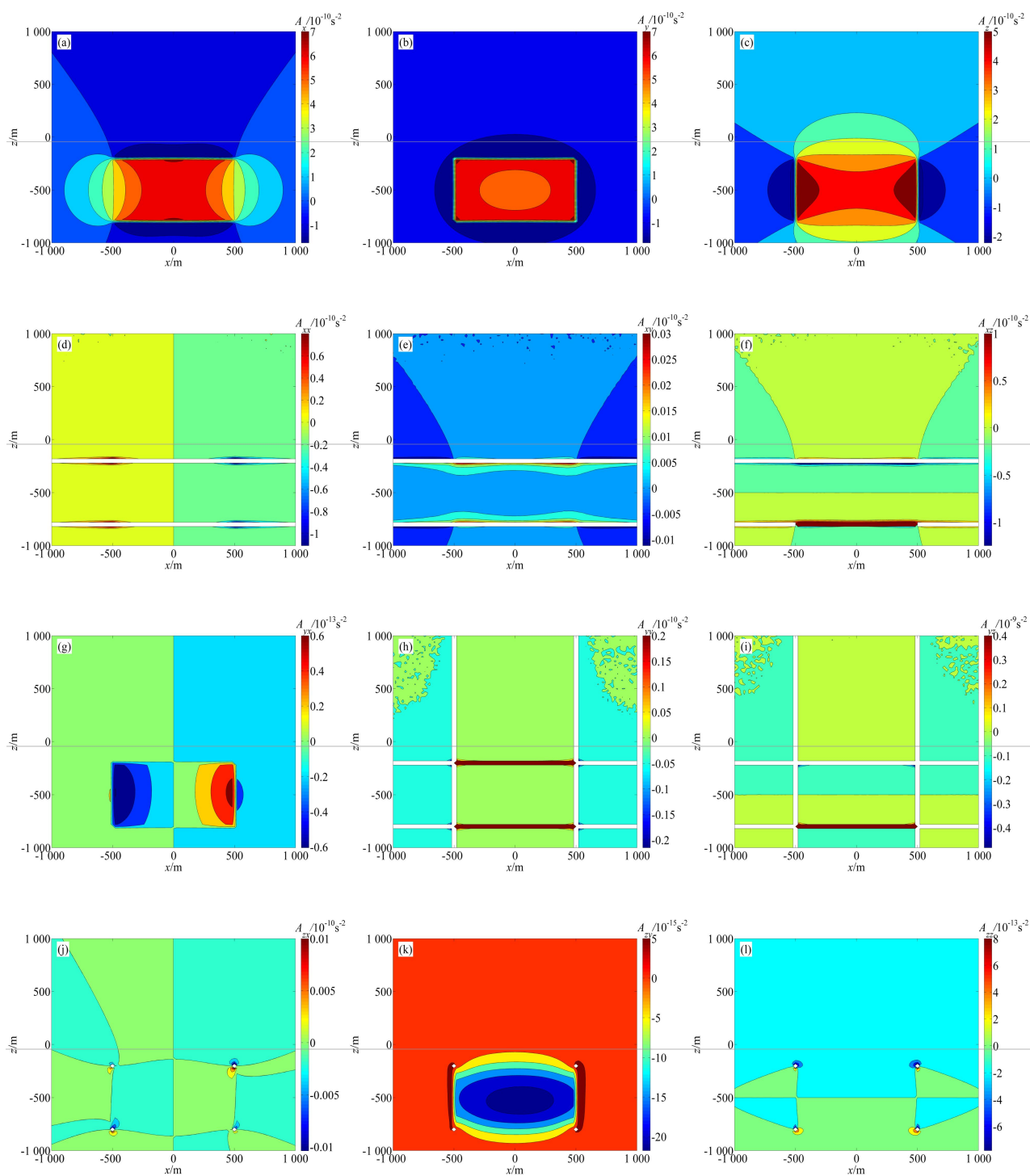


图 15 立方体重力梯度张量解析信号断面等值线图(立方体中心坐标为(0 m, 100 m, -500 m), 大小为 1 000 m×800 m×600 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

Fig. 15 Profile graphs of analytic signal of gravity tensor based on cube (Centre of cube (0 m, 100 m, -500 m), size of cube 1 000 m×800 m×600 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

描述次大球体的半径, 该半径在 x 方向上略小于球体的实际半径, 在 y 方向较准确地描述球体的半径, 在最大球体与次大球体中间有一个极小值区域, 该区域大致描述最小球体的位置和大小, 其半径比球体实际

半径偏小; A_z 的最大值中心和极大值中心分别准确地描述最大球体和次大球体的球心位置, 在最大值中心周围的极小值等值线和极大值中心周围的极小值等值线分别描述最大球体和次大球体的半径, 该半径均

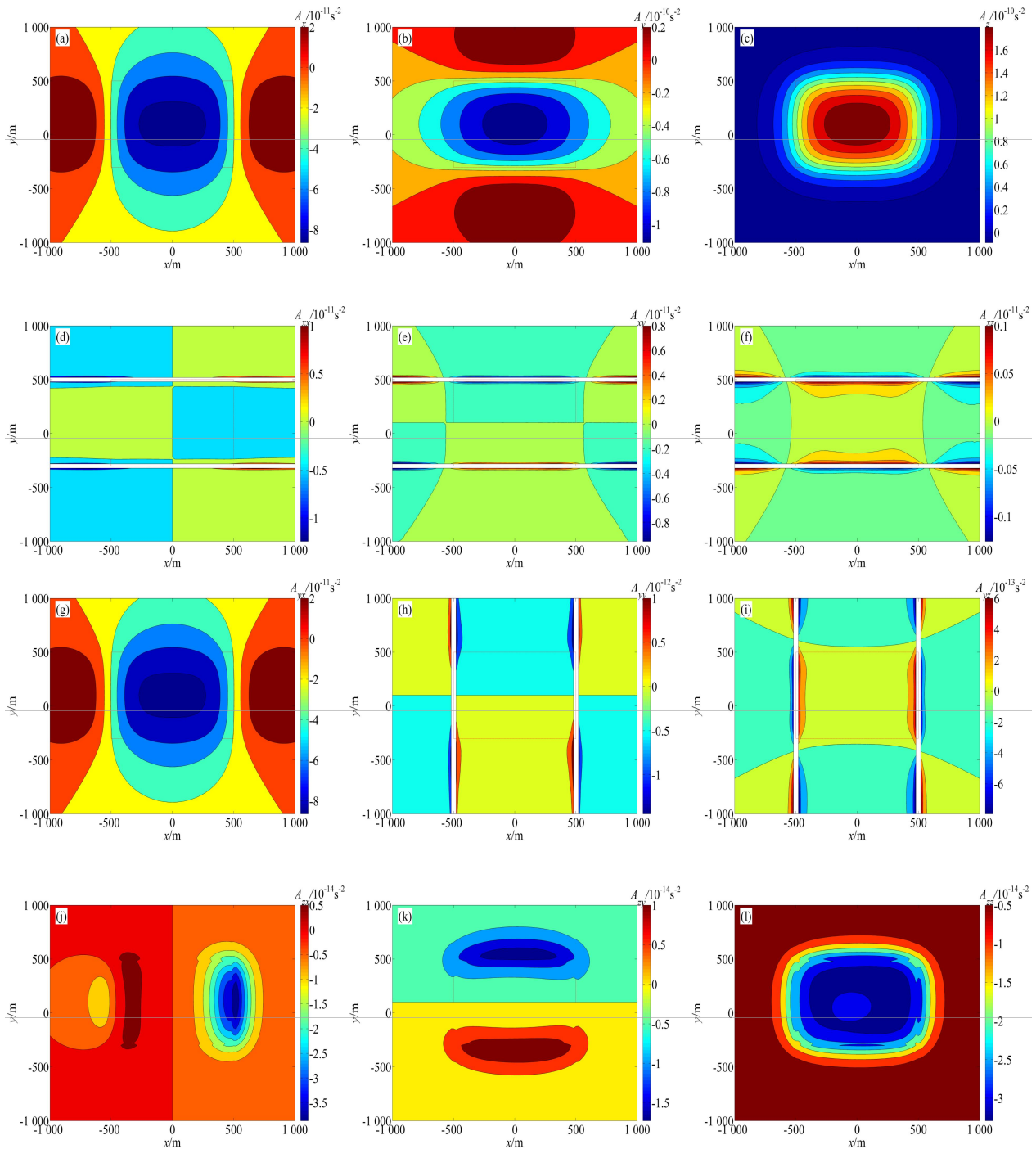


图 16 立方体重力梯度张量解析信号平面等值线图(立方体中心坐标为(0 m, 100 m, -500 m), 大小为 1 000 m×800 m×600 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

Fig. 16 Planar graphs of analytic signal of gravity tensor based on cube (Centre of cube (0 m, 100 m, -500 m), size of cube 1 000 m×800 m×600 m): (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

比实际球体半径略小, 在最大球体和次大球体中间的极小值区域较准确地描述最小球体的位置和大小, 该最小球体的半径略小于实际球体的半径, 比 A_y 所确定的球体半径更接近球体的真实值, 且 3 个球体分别独立, 不受其余球体的影响, 最小球体也不受最大球体

的影响。 A_{xx} 的最大值与最小值的中心连线准确地描述最大球体的球心位置, 最大值附近出现两个极值, 极值大体描述球体的半径, 但比球体实际半径偏小, 与此同时, 图 18(d)中有两个零值区域, 该区域中心连线较准确地描述次大球体的球心位置, 但该区域不能较

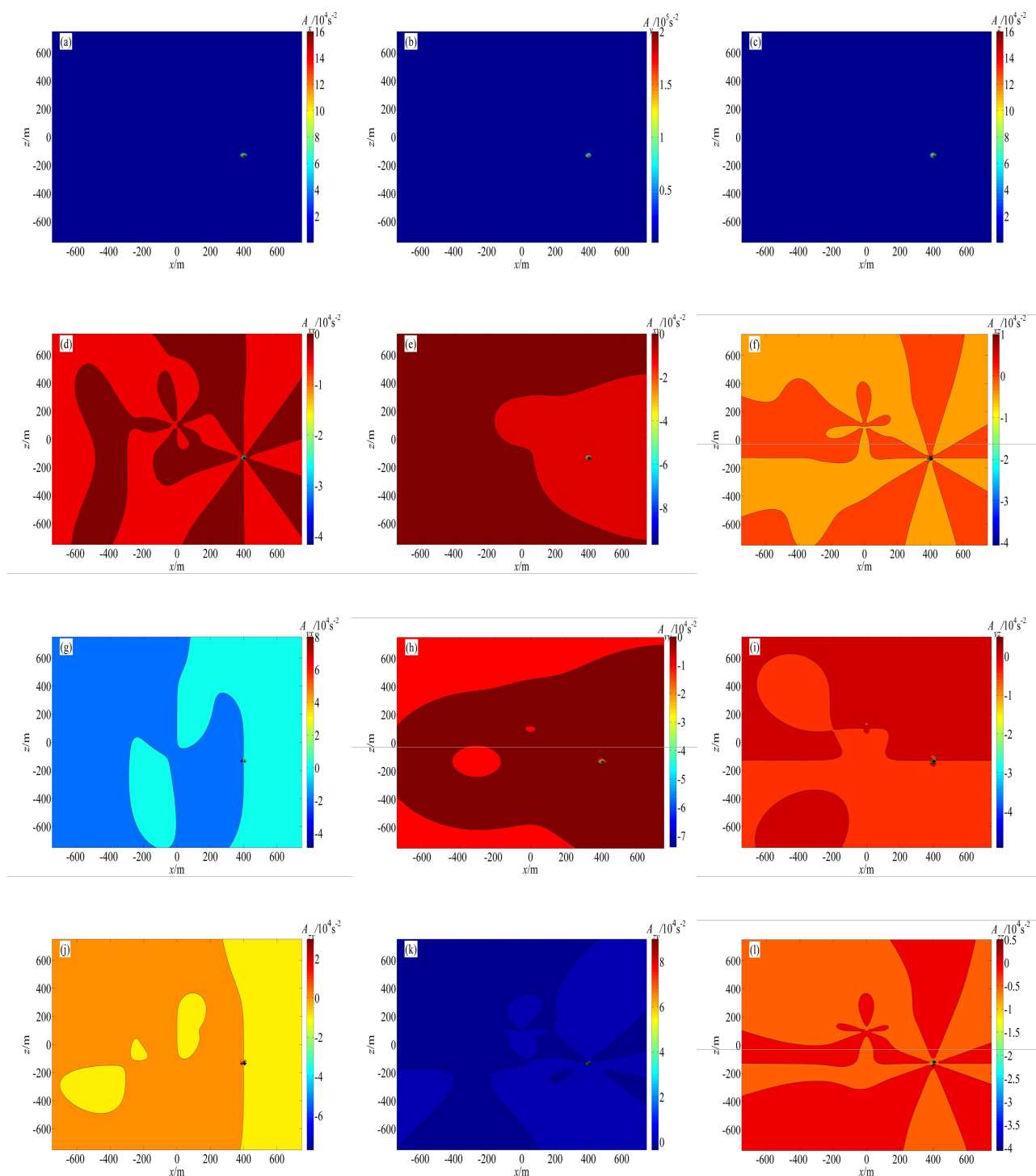


图 17 球体叠加重力梯度张量解析信号断面等值线图: (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

Fig. 17 Profile graphs of analytic signal of gravity tensor based on spheres: (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

好地描述球体的半径, 从图 18(d)中不能获得最小球体的位置和大小信息, A_{xy} 与 A_{xx} 相似, A_{xz} 的最大值中心准确地描述最大球体的球心位置, 周围两个极小值的所描述的球体半径比实际球体半径偏小,

图 18(f)中两个最小值中心描述次大球体的球心位置, 周围极小值所描述的球体半径在 x 方向比实际球体半径偏大, 在 y 方向比实际球体半径偏小, 在最大球体和次大球体中有一个极小值区域, 该区域

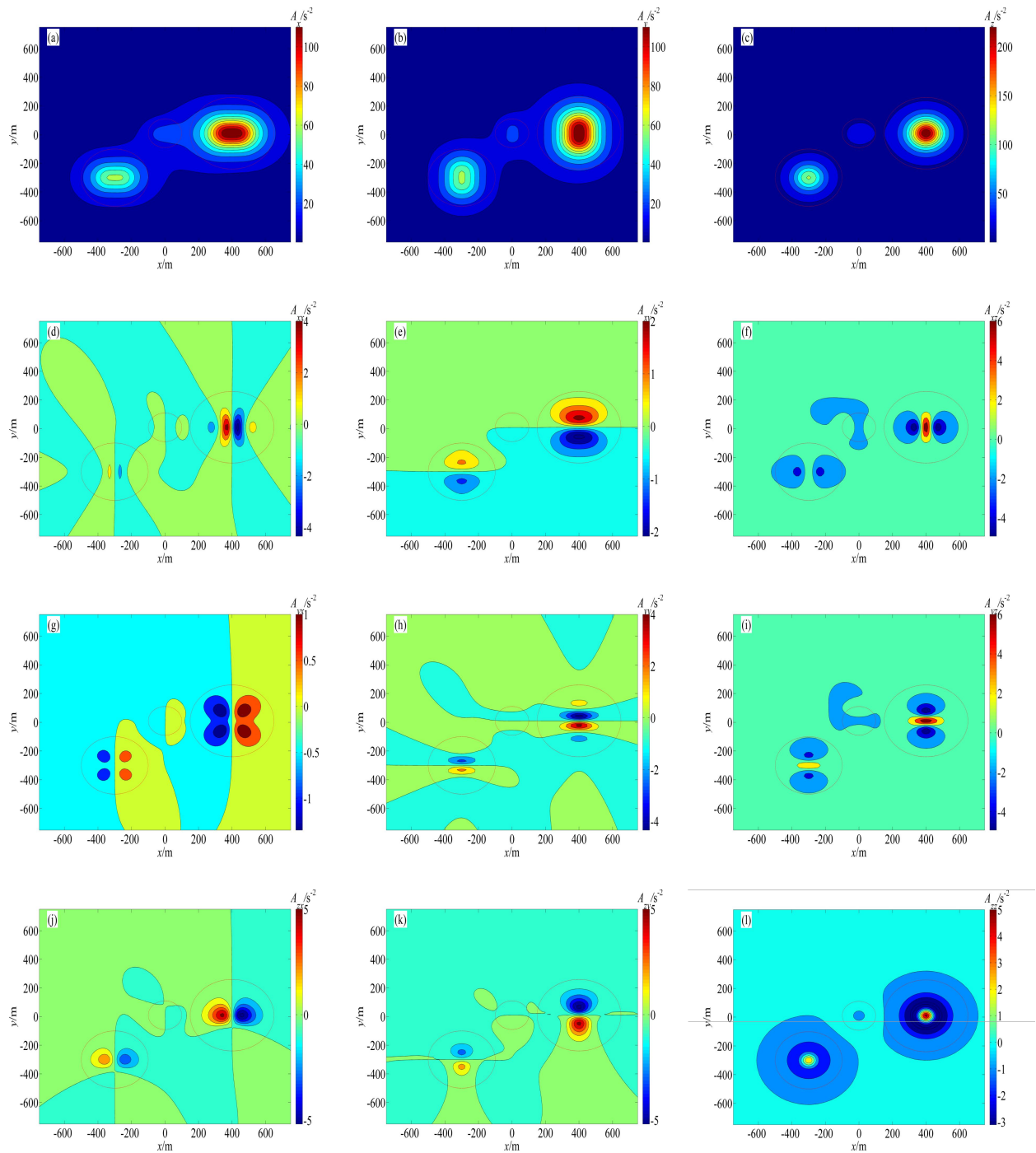


图 18 球体叠加重力梯度张量解析信号平面等值线图: (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

Fig. 18 Profile graphs of analytic signal of gravity tensor based on spheres: (a) A_x ; (b) A_y ; (c) A_z ; (d) A_{xx} ; (e) A_{xy} ; (f) A_{xz} ; (g) A_{yx} ; (h) A_{yy} ; (i) A_{yz} ; (j) A_{zx} ; (k) A_{zy} ; (l) A_{zz}

大致描述最小球体的球心位置, 不能准确地描述球体的半径。 A_{yx} 的 4 个极值的中心连线准确地描述最大球体的球心位置, 极大值边界大致描述该球体的半径, 但比实际球体半径略小, 另外 4 个极值角点的连线描述次大球体中心, 另外有 1 个独立的零值区域, 该区

域大致描述最小球体的位置, 球体半径不能描述; A_{yy} 和 A_{xx} 以及 A_{yz} 和 A_{xz} 性质分别相似, 仅有一个 90° 的旋转。 A_{zx} 的两个极值和两个极值中心连线分别描述最大球体和次大球体的球心位置, 零等值线区域大致描述最小球体的位置, 球体半径均不能描述; A_{zy} 与 A_{zx} 性

质相似, 仅有一个 90° 的旋转。 A_{zz} 的最大值准确地描述最大球体的球心位置, 极小值区域大致描述该球体的半径, 比实际球体半径偏大, 次极大值中心准确地描述次大球体的中心位置, 极小值大致描述次大球体的半径, 比实际球体半径偏大, 在最大球体和次大球体中间的极小值准确地描述最小球体的位置, 但比实际球体偏小。从图 17~18 可知, 重力梯度张量解析信号能准确地识别地下目标体的位置, 受背景场的影响极小。

表 1 模型几何参数

Table 1 Model geometrical parameters

球体	x_0/m	y_0/m	z_0/m	R/m
1	-300	-300	-130	200
2	0	10	100	100
3	400	10	-130	250

3 结论

1) 重力梯度张量的解析信号能够准确地识别球体场源的中心位置及立方体场源的边界和大小。这是由于本文方法中使用了重力位的三阶导数, 而传统的重力张量只用到重力位的二阶导数。

2) 使用重力梯度张量解析信号能减小异常源的相互影响和干扰, 由此可知, 使用重力梯度张量的解析信号能有效规避背景场的影响。

3) 目前我国很难得到实测的梯度数据, 解析信号数据需要经过计算得到, 若能获得直接的实测梯度数据和解析信号数据, 或者使用某些技术手段来求得梯度和解析信号数据, 压制其误差, 研究效果还会有更大的改善。同时, 重力梯度张量解析信号的研究还处于初步阶段, 需要对其进行进一步的研究和探索, 使我国在本领域处于领先地位。

REFERENCES

[1] 杨 辉, 王宜昌. 复杂形体重力异常高阶导数的正演计算[J]. 石油地球物理勘探, 1998, 33(2): 278-283.
YANG Hui, WANG Yi-chang. Forward computation of high order derivative of gravity anomaly relating to complex geologic body[J]. Oil Geophysical Prospecting, 1998, 33(2): 278-283.

[2] 曾思红. 重力梯度张量正演研究及边界提取[D]. 长沙: 中南大学, 2010.
ZENG Si-hong. Gravity gradient tensor forward research and

edge extraction[D]. Changsha: Central South University, 2010.

[3] 曹书锦, 朱自强, 鲁光银. 基于自适应模糊聚类分析的重力张量欧拉反褶积解[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2012(3): 1033-1039.
CAO Shu-jin, ZHU Zi-qiang, LU Guang-yin. Gravity tensor euler deconvolution solutions based adaptive fuzzy cluster analysis[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2012(3): 1033-1039.

[4] VASCO D W, TAYLOR C. Inversion of airborne gravity gradient data, southwestern Oklahoma[J]. Geophysics, 1991, 156(1): 90-101.

[5] MICKUS K L, HINOJOSA J H. The complete gravity gradient tensor derived from the vertical component of gravity: A Fourier transform technique[J]. Journal of Applied Geophysics, 2001, 46(2): 159-174.

[6] HINOJOSA J H, MICKUS K L. Hilbert transform of gravity gradient profiles: Special cases of the general gravity-gradient tensor in the Fourier transform domain[J]. Geophysics, 2002, 67(1): 766-769.

[7] ZHDANOV M S, ELLIS R, MUKHERJEE S. Three-dimensional regularized focusing inversion of gravity gradient tensor component data[J]. Geophysics, 2004, 169(4): 925-937.

[8] WHILE J, JACKSON A, SMIT D, BIEGERT E. Spectral analysis of gravity gradiometry profiles[J]. Geophysics, 2006, 171(1): 11-22.

[9] DROUJININE A, VASILEVSKY A, EVANCS R. Feasibility of using full tensor gradient FTG data for detection of local lateral density contrasts during reservoir monitoring[J]. Geophysical Journal International, 2007, 169(3): 795-820.

[10] 朱自强, 曾思红, 鲁光银, 严文婕. 二度体的重力张量有限元正演模拟[J]. 物探与化探, 2010, 34(5): 668-671, 685.
ZHU Zi-qiang, ZENG Si-hong, LU Guang-yin, YAN Wen-jie. Finite element forward simulation of the two-dimensional gravity gradient tensor[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2010, 34(5): 668-671, 685.

[11] ZHANG Chang-you, MUSHAYANDEBVU M F, REID A B. Euler deconvolution of gravity tensor gradient data[J]. Geophysics, 2000, 165(2): 512-520.

[12] 王万银. 位场解析信号振幅极值位置空间变化规律研究[J]. 地球物理学报, 2012(4): 1288-1299.
WANG Wan-yin. Spatial variation law of the extreme value position of analytical signal amplitude for potential field data[J]. Chinese J Geophys, 2012, 55(4): 1288-1299.

[13] NABIGHIAN M N. The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: Its properties and use for automated anomaly interpretation[J]. Geophysics, 1972, 37(3): 507-517.

[14] NABIGHIAN M N. Toward a three-dimensional automatic interpretation of potential field data via generalized Hilbert

- transforms: Fundamental relations[J]. *Geophysics*, 1984, 49(6): 780–786.
- [15] RAO D A, BABU H V R, NARAYAN P V S. Interpretation of magnetic anomalies due to dikes: The complex gradient method[J]. *Geophysics*, 1981, 46(4): 1572–1578.
- [16] HSU S K, SIBUET J C, SHYU C T. High-resolution detection of geologic boundaries from potential anomalies: An enhanced analytic signal technique[J]. *Geophysics*, 1996, 61(2): 373–386.
- [17] MACLEOD I N, JONES K, DAI T F. 3-D analytic signal in the interpretation of total magnetic field data at low magnetic latitudes[J]. *Exploration Geophysics*, 1993, 24: 679–688.
- [18] NABIGHIAN M N. Additional comments on the analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section[J]. *Geophysics*, 1974, 39: 85–92.
- [19] ROEST W R, VERHOEF J, PILKINGTON M. Magnetic interpretation using 3-D analytic signal[J]. *Geophysics*, 1992, 57: 116–125.
- [20] QIN S. An analytic signal approach to the interpretation of total field magnetic anomalies[J]. *Geophysical Prospecting*, 1994, 42(6): 665–675.
- [21] 胡中栋, 余钦范, 楼 海. 三维解析信号法[J]. *物探化探计算技术*, 1995, 17(3): 36–42.
- HU Zhong-dong, YU Qin-fan, LOU Hai. 3-D analytic signal method[J]. *Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration*, 1995, 17(3): 36–42.
- [22] DEBEGLIA N, CORPEL J. Automatic 3-D interpretation of potential field data using analytic signal derivatives[J]. *Geophysics*, 1997, 62: 87–96.
- [23] 管志宁, 姚长利. 倾斜板体磁异常总梯度模反演方法[J]. *地球科学: 中国地质大学学报*, 1997, 22(1): 81–85.
- GUAN Zhi-ning, YAO Chang-li. Inversion of the total gradient modulus of magnetic anomaly due to dipping dike[J]. *Earth Science: Journal of China University of Geosciences*, 1997, 22(1): 81–85.
- [24] 黄临平, 管志宁. 利用磁异常总梯度模确定磁源边界位置[J]. *华东地质学院学报*, 1998, 21(2): 143–150.
- HUANG Lin-ping, GUAN Zhi-ning. The determination of magnetic causative boundaries using total gradient modules of magnetic anomalies[J]. *Journal of East China Geological Institute*, 1998, 21(2): 143–150.
- [25] SALEM A, RAVAT D, MUSHYANDEBVU M F, USHIJIMA K. Linearized least-squares method for interpretation of potential-field data from sources of simple geometry[J]. *Geophysics*, 2004, 69: 783–788.
- [26] SALEM A. Interpretation of magnetic data using analytic signal derivatives[J]. *Geophysical Prospecting*, 2005, 53: 75–82.
- [27] KEATING P, PILKINGTON M. Euler deconvolution of the analytic signal and its application to magnetic interpretation[J]. *Geophysical Prospecting*, 2004, 52: 165–182.
- [28] MA G Q, LI L L. Direct analytic signal (DAS) method in the interpretation of magnetic data[J]. *Journal of Applied Geophysics*, 2013, 88: 101–104.
- [29] LI X. Understanding 3D analytic signal amplitude[J]. *Geophysics*, 2006, 71(2): L13–L16.
- [30] BEIKI M. Analytic signals of gravity gradient tensor and their application to estimate source location[J]. *Geophysics*, 2010, 75(6): 59–74.

(编辑 陈卫萍)