文章编号: 1004-0609(2013)09-2444-06

大地电磁法小极值有用信息提取及数值模拟

杨立功1,谢 维1,2,童孝忠1

(1. 中南大学 地球科学与信息物理学院,长沙 410083;2. 北京矿产地质研究院,北京 100012)

摘 要:以大地电磁测深理论公式为基础,给出了提取小极值信息的具体方法。然后以第二层断面为例,编程计 算小极值在不同断面类型、不同地电参数条件下的视电阻率曲线。通过数值模拟分析小极值出现频率、曲线特征、 幅度大小与断面参数的关系,发现这些小极值的特征含有关于地电断面参数的丰富信息,而且只需要观测较窄的 频段,与观测包括全部渐近线的完整视电阻率曲线相比,其观测频点可减少很多;对于其他地电构造,根据视电 阻率曲线的左支渐近线和小极值特征也能够提取到关于断面参数信息。只要测准小极值幅值和频率,就能提取断 面信息。结果表明:该方法能极大地提高物探结果的准确性和稳定性,节省野外观测时间,提高野外工作效率, 降低成本。

关键词:大地电磁;小极值;有用信息;数值模拟中图分类号 P319文献标志码:A

Extraction of useful information from small extremum and numerical simulation on magnetotelluric method

YANG Li-gong¹, XIE Wei^{1, 2}, TONG Xiao-zhong¹

(1. School of Geosciences and Info-physics Central South University, Changsha 410083, China;

2. Beijing Institute of Geology for Mineral Resources, Beijing 100012, China)

Abstract: Based on magnetotelluric sounding theoretical formula, the specific method for extracting small extremum information was proposed. Then for example, the apparent resistivity curve of the second floor section was calculated on small extremum under the conditions of different section types and different electrical parameters. Through numerical simulation, the relationships among frequency, curve characteristics, magnitude and profile parameters of the small extremum were analyzed. It was found that the wealth information on the geoelectric section parameters was contained in the characteristics of small extremum. Comparing with the observation including all asymptote complete apparent resistivity curves, the observation of small extremum only needs to observe a narrow band, and the observation frequency can be reduced. For other ground structures, according to the apparent resistivity characteristics of left branch curve asymptotes and small extremum, the cross-section parameters information can be extracted. The results show that this method can greatly improve the accuracy and stability of geophysical field observation, save the field observation time, increase the field efficiency and reduce the costs.

Key words: magnetotelluric; small extreme; useful information; numerical simulation

大地电磁测深是近几十年发展起来的电磁勘查方 法,以其探测深度大而受到青睐。当其视电阻率曲线 左支振荡地趋近于上部层电阻率,振荡的右端有一个 振幅最大的振荡峰值(但比非均匀大地视电阻率曲线

收稿日期: 2013-05-16; 修订日期: 2013-06-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40827002)

通信作者:杨立功,高级工程师;电话:0731-88877075; E-mail: ylgqh-gx@139.com

的最大绝对值小很多),人们习惯称之为假极值。假极 值含有丰富的地电信息可以为人们所用。本文作者将 这一振幅最大峰值称为小极值,下面将重点研究其关 于地下电性的有用信息,并进行数值模拟。

在国内假极值一词最早见于曹昌祺等^[1]发表的论 文,认为如果求得第一层电阻率,则利用假极值可以 推算第一层的厚度,这说明该文作者当时已经意识到 假极值隐含了有用信息,不过论文提出的几种定义视 电阻率的方法主要目的是克服假极值的影响,而不是 发掘、提取其中的有用信息。黄皓平等^[2]也是把小极 值作为假极值来对待,通过不同的视电阻率定义方式, 以压低小极值(假极值)的影响。苏朱刘等^[3]、赵福元 等^[4]也提到过假极值一词,他们都将此极值当作一种 干扰。

在均匀大地上,MT 测深获得的视电阻率是一条 水平直线,任何偏离水平直线的变化,都隐含着地下 电性不均匀的信息,其他电磁测深方法也不例外(见图 1)。电磁测深数据解释的任务就是要从视电阻率曲线 偏离水平直线的程度,破译出其中隐含的地下电性不 均匀的信息。本文作者将从大地电磁基本理论出发, 研究提取小极值中的有用信息并进行数值模拟,分析 揭示小极值研究意义^[5-15]。

1 大地电磁中小极值有用信息提取

众所周知,大地电磁测深曲线的左支(即前支)都 是以震荡的方式趋近于 ρ_1 ,这一特性是由含有地下各 层的电性和厚度参数构成的双曲函数 R_n 的性质决定 的:

$$\{\frac{k_1}{k_2} \operatorname{coth}[-ik_2h_2 + \dots + \operatorname{coth}^{-1}(\frac{k_{n-1}}{k_n})]\}|$$
(1)

 $R = \operatorname{coth} |-ik_1h_1 + \operatorname{coth}^{-1}$

式中: h_i 是第 *i* 层的厚度, $k_i(k_i^2 = -i\omega\mu\sigma_i)$ 是第 *i* 层中 电磁波的波数。

将这一双曲函数简记为*R_n*,命名为"层状因数",因为它含有地下各层的电性和厚度参数。以第二层 MT 曲线为例,

$$R_{2} = \operatorname{coth}[-ik_{1}h_{1} + \operatorname{coth}^{-1}(\sqrt{\frac{\rho_{1}}{\rho_{2}}})]$$
(2)

$$\rho_{\rm a} = \rho_1 R_2^2 = \rho_1 \{ \coth[-ik_1h_1 + \coth^{-1}(\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}})] \}^2$$
(3)

式中:

$$-ik_1h_1 = -i(1+i)\frac{h_1}{\delta} = (1-i)\frac{2\pi h_1}{\lambda_1}$$
(4)

$$\Rightarrow x = \frac{2\pi h_1}{\lambda_1}, \quad y = \coth^{-1}(\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}})$$
 (5)

利用双曲函数的和(差)公式

$$\operatorname{coth}[(1-i)x + y] = \operatorname{coth}[(x + y) - ix] =$$

$$\frac{\cosh(x+y)\cosh(x)-1}{\coth(x)-\coth(x+y)}$$
(6)

借助双曲函数与三角函数的关系 coth(ix) = -ictgx,不难得到

$$\operatorname{coth}[-ik_1h_1 + y] = \frac{i\operatorname{coth}(x+y)\operatorname{ctg} x + 1}{i\operatorname{ctg} x + \operatorname{coth}(x+y)}$$
(7)

将式(7)和(5)代入式(3),则式(3)变为

$$\rho_{a} = \rho_{1}R_{2}^{2} = \rho_{1} \frac{1 + \coth^{2}(x+y)\operatorname{ctg}^{2}(\frac{2\pi h_{1}}{\lambda_{1}})}{\operatorname{ctg}^{2}(\frac{2\pi h_{1}}{\lambda_{1}}) + \operatorname{coth}^{2}(x+y)}$$
(8)

现在研究函数

$$\frac{\rho_{a}}{\rho_{l}} = \frac{1 + \coth^{2}(x+y)\operatorname{ctg}^{2}(\frac{2\pi h_{l}}{\lambda_{l}})}{\operatorname{ctg}^{2}(\frac{2\pi h_{l}}{\lambda_{l}}) + \operatorname{coth}^{2}(x+y)}$$
(9)

与
$$\frac{\rho_{a}}{\rho_{l}} = 1$$
的水平线交点的坐标,当条件
ctg($\frac{2\pi h_{l}}{\lambda_{l}}$) = 1 (10)

成立,也就是

$$\frac{2\pi h_1}{\lambda_1} = \frac{\pi}{4} (2n+1)$$
(11)

式中: n=0, 1, 2, 3, …。此时可得到 $\rho_a = \rho_1$, 即 ρ_a 视电阻率曲线与水平直线 ρ_1 相交时交点的坐标,相应 地,当 $\lambda_1/h_1 = 8,8/3,8/5,$ …时,就是交点在水平直线 ρ_1 上的横坐标位置。在相邻两交点之间,有规律地出 现一系列振荡峰值。这些交点的横坐标与下伏介质的 电阻率无关(而没有说振荡峰值的纵坐标与地下电阻 率无关),视电阻率以振荡的方式趋近于左支渐近线 ρ_1 。本文研究的小极值是指 ρ_a 视电阻率曲线振荡中 出现频率最低、靠近 ρ_a 急剧上升(下降)带、振荡幅度 最大的那个峰值。不同的是,本文提出振荡峰值的纵

很多人注意到了视电阻率左支振荡地趋近于 ρ₁ 的特性,也注意到了最大振荡值含有的深度信息,但 是对振荡极值大小、方向含有的电阻率信息,以及这 些信息的应用价值重视得不够。其实,视电阻率曲线 上任何偏离水平直线的变化都是地下电性不均匀的反 映,都含有地下电性不均匀的信息。

图 2 所示为改变 D 型二层断面上部层厚度的视电 阻率曲线。



图1 MT 视电阻率曲线的特性

Fig. 1 Characteristics of MT apparent resistivity curve



图 2 D 型断面上部层厚度视电阻率曲线

Fig. 2 Upper layer thickness apparent resistivity curve of D type section

随着基底深度的增加,小极值出现的频率有规律 地向低频方向移动。在双对数坐标上,基底深度按大 体相同的倍数增大,极值频率也按大致相等的距离线 性地向低频方向移动。只要准确测定了小极值发生的 频率,就能够准确判断基底的深度。小极值发生在比 右支渐近线和过渡带高得多的频率,振荡地趋近于左 支渐近线。比如图 2 中 h_1 =1 km 的二层曲线,其小极 值出现在 f≈0.35 Hz 的频率。相应地介质 1 中 f≈0.35 Hz 的电磁波的趋肤深度为 814 m。可以用小于界面深度 的趋肤深度,获得界面深度的信息,测定小极值发生 的频率,并不需要完整地测量从高到低的阻抗频谱, 更不需要测量出右支渐近线,所以在实际工作中可以 在大大节省野外观测时间和成本的条件下获得基底的 深度来指导钻孔等工程进行验证物探结果。

2 二层断面大地电磁小极值数值模 拟

MT 法中视电阻率的表达式为

$$\rho_a = \frac{1}{\omega\mu} |Z|^2 \tag{12}$$

式中: $Z_2 = Z_1 \cdot R_2$, $R_2 = \operatorname{coth}[ik_1h_1 + \operatorname{coth}^{-1}(\frac{\sigma_1}{\sigma_2})^{1/2}];$

ω 是电磁波的圆频率, $ω = 2πf = \frac{2π}{T}$; *μ* 为介质的磁 导率, *μ*=4π×10⁻⁷ H/m; *Z*₁、*Z*₂ 分别为地面 MT 测量 获得的第一层和第二层大地电磁阻抗; *σ*₁ 是地下第一 层介质的电导率; *σ*₂ 是地下第二层介质的电导率; *h*₁ 是第一层介质的厚度; *k*₁² = -*iωμσ*₁是第一层介质中的 波数。由于反双曲余切 coth(*x*)的定义域是|*x*|>1, 当*σ*₁ <*σ*₂ 时, *R*₂ = tanh[*ik*₁*h*₁ + tanh⁻¹($\frac{σ_1}{σ_2}$)^{1/2}],将其代入(12) 式,可得

$$\rho_{\rm a} = \frac{1}{\omega\mu} |Z_1|^2 |R_2|^2 = \rho_1 |R_2|^2 \tag{13}$$

研究发现,关于二层大地的地电参数的信息都包含在双曲函数 *R*₂ 内。

$$\frac{\rho_{\rm a}}{\rho_{\rm l}} = |R_2|^2 \tag{14}$$

赋予二层地电断面的参数 σ_1 、 σ_2 和 h_1 一定的取 值,编写程序计算出 R_2 ,便可得到不同参数取值下二 层地电断面的 MT 电磁测深曲线。

如图 3 所示,保持第一层电阻率和厚度不变,改 变第二层电阻率可获得的 D 型断面 MT 电磁测深视电 阻率曲线。由图 3 可以看出,当地质断面存在电性不 均匀时,即使是最简单的二层断面,MT 法视电阻率 曲线已显著地偏离了水平直线,明确地给出了大地非 均匀的信息。视电阻率曲线特征是:当频率很高,电 磁波透入地下的深度很小,难以到达第一、二层的分 界面时,视电阻率曲线表现为一条 $\rho_a = \rho_i$ 的水平线。 随着电磁波的频率降低,电磁波的透入深度增大,第 一、二层的分界面以及第二层的影响渐渐凸显出来。 首先是出现一个与第二层电性相反的小极值。第二层 为低阻,则小极值为高阻;第二层电阻率低一点,小 极值就高一点;第二层电阻率越低,小极值的高阻也 越高。小极值高阻的幅度与第二层电阻率降低的程度 有明显的相关性。换而言之,小极值的存在及其视电 阻率的高低,已经明确地给出了断面属于 D 型,下部 层电阻率比上部层低的信息。



图 3 MT 中视电阻率数值模拟曲线

Fig. 3 Numerical simulation curves of MT apparent resistivity

由第二层的存在而出现的小极值,在横坐标(对数 频率轴)上占有的频率宽度,大约为一个数量级次,也就是 10 倍。如果观测频率按二进制递增(减),则大约 连续有 3~4 个频点能够观测到小极值。因此从观测频 率来说,不难确认小极值的存在。如果观测频率按 √2 递增(减),则小极值的曲线特征可测得更细一些。小 极值峰值频率对数与基底深度对数的关系如图 4 所示。

G型二层断面的 MT 测深的视电阻率曲线特点与 D型的类似,几乎是 D型曲线的镜像,如图 5 所示 G



图 4 界面深度与小极值频率线性关系

Fig. 4 Frequency linear relationship between interface depth and small extremum

型二层断面 MT 电磁测深视电阻率曲线总的特征是: 当频率很高(周期 T 很短),视电阻率曲线表现为一条 数值 $\rho_a = \rho_l$ 的水平线。随着电磁波的频率降低,电磁 波的透入深度增大,一、二层的分界面以及第二层的 影响渐渐凸显出来。首先是出现一个与第二层电性相 反的小极值。第二层为高阻,则小极值为低阻;第二 层电阻率越高,小极值就越低。小极值低阻的幅度, 与第二层电阻率增高的程度有明显的相关性。换而言 之,小极值的存在及其视电阻率的高低,已经明确地 给出了断面为 G 型二层断面,下部层电阻率比上部层 高的信息。



图 5 G 型断面视电阻率数值模拟曲线

Fig. 5 Simulation resistivity curves of G type section

与 D 型曲线类似,由第二层的存在而出现的小极 值,在横坐标(对数频率轴)上占有的频率宽度,大约 为一个级次,也就是 10 倍。如果观测频率按二进制递 增(减),则大约连续有 3~4 个频点能够观测到小极值。 因此从观测频率来说,不难确认小极值的存在。

由第二层电阻率改变引起的相对视电阻率 ρ_a / ρ_l 小极值的变化幅度,当电阻率对比度大到 $\mu \approx 100$, h_1 = 1 000 时,大约为 20%。这样的变化幅度,也是有把 握测量出来的。

与 D 型曲线的小极值相比, 在同等电性对比度的 条件下, G 型曲线的小极值相对幅度不如 D 型曲线的 大, 这与电法勘探对低阻更灵敏的普遍规律是相符 合的。

如图 6 所示,像 D 型曲线一样,G 型曲线的小极 值对上部层的厚度(下部层的深度)的分辨也相当灵 敏。小极值出现的频率的对数与第二层深度(第一层厚 度)的对数存在显著的正相关。第二层深度越大,小极 值出现的频率越低,如果第二层的深度以同样的倍数 递增,则小极值出现的频率也以同样的对数间距向低 频方向移动。G型曲线小极值出现的频率同样反映了 基底的深度,携带了基底深度的信息。



图 6 G 型断面小极值频率位置与上部层厚度关系图 Fig. 6 Relationship between small extremum frequency position and upper layer thickness of G type section

3 断面参数与小极值的关系

MT 电磁测深中,本文研究的小极值的出现和规 律不是偶然的,它与断面的类型和地电参数存在着内 在的联系。

前面已经约定,本研究所称小极值是指电磁测深 视电阻率曲线左支振荡地趋近于 ρ_1 的一系列峰值中出 现频率最低、幅度最大的峰值(极值)。振荡的视电阻 率曲线与 $\rho_a = \rho_1$ 的横坐标轴有一系列交点,这些交点 的坐标满足

$$\frac{2\pi h_1}{\lambda_1} = \frac{\pi}{4} (2n+1)$$
(15)

式中: 第一层介质中的波长
$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{\rho_1}{f_m 10^{-7}}}$$
, 最右边(频

率最低)的两交点位置分别为 $\frac{\lambda_1}{h_1} = 8$, $\frac{\lambda_1}{h_1} = \frac{8}{3}$ 。小极值

位于这两个交点的中间,位置为 $\frac{\lambda_1}{h_1} \approx 5.3$ 。其中 f_m 是

小极值出现的频率,可由观测获得, ρ_1 是第一层的真电阻率,可由实测的视电阻率左支渐近线求得。得到 $\rho_1 和 h_1 之后,便可以根据小极值的幅度求出第二层电阻率 <math>\rho_2$ 。

由二层视电阻率公式

$$\rho_{\rm a} = \rho_1 R_2^2 = \rho_1 \{ \coth[-ik_1h_1 + \coth^{-1}(\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}})] \}^2$$
(16)

已知 ρ_1 、 h_1 和 f_m ,则由观测到的小极值 $\rho_a^{\max(\min)}$ 解 复数方程(3),第二层电阻率 ρ_2 便不难求出了。

作为实例,这里选择数值模拟的G型和D型曲线 各一条,故意去掉过渡带和尾支渐近线,只取其高频 部分,采用上面的方法对小极值进行解释,再将解释 结果与原设参数加以比较,即可考察本文给出的方法 的正确性。



图 7 MT 视电阻率高频曲线

Fig. 7 Apparent resistivity frequency curve of MT

G 型曲线由首支(左支)渐近线读得上部层电阻率 $\rho_1=1 \Omega$ ·m,从视电阻率曲线上找到小极值位于 $f_m=0.3536$ Hz,根据公式求得 $\lambda_1=5317$ m,再得到 $h_1=$ 1003 m。下部层的电阻率 ρ_2 ,可根据实测的 $|R_2|^2=1.2447$,将已获得的 $\rho_1=1\Omega$ ·m, $f_m=0.3536$ Hz, $h_1=1003$ m代入已知公式,求得 $\rho_2=100\Omega$ ·m。得到的 断面参数($\rho_1=1\Omega$ ·m, $h_1=1003$ m, $\rho_2=100\Omega$ ·m)与原模 型参数($\rho_1=1\Omega$ ·m, $h_1=1000$ m, $\rho_2=100\Omega$ ·m)十分吻合。 说明本文提出的小极值解释方法对于G型二层断面是 有效的。

D 型曲线由首支(左支)渐近线读得上部层电阻率 $\rho_1=1$ Ω ·m,从视电阻率曲线上找到小极值位于 $f_m=0.037$ 16 Hz,根据公式得到 $\lambda_1=16$ 404 m,再得到 $h_1=3$ 095 m。下部层的电阻率 ρ_2 ,可根据实测的 $|R_2|^2=0.8042$,将已获得的 $\rho_1=1$ Ω ·m, $f_m=0.037$ 16 Hz, $h_1=3$ 095 m代入已知公式反算得 $\rho_2\approx0.01$ Ω ·m。 利用小极值特征解释得到的断面参数($\rho_1=1$ Ω ·m, $h_1=3$ 095 m, $\rho_2=0.01$ Ω ·m)与原模型参数($\rho_1=1$ Ω ·m, $h_1=3$ 000 m, $\rho_2=0.01$ Ω ·m)也很吻合。以上分析充分说明,本文提出的小极值解释方法对于D型二层断面也是成 立的。只需利用小极值特征,就能获得二层断面的全

部信息。

对于三层地电断面,利用视电阻率曲线前支和小 极值,也能够提取到相应断面上部层的部分地电参数, 为获取断面下部层的信息提供比较稳健的约束条件, 减少未知参数的个数。当断面结构更加复杂,比如四 层或四层以上时,其小极值也能用来对断面上部层的 性质作定性判断,为断面的地电解释提供约束条件。

4 结论

1) 电磁测深小极值含有地电断面的丰富信息,利用小极值获得的模型参数与原始模型吻合得很好。

 小极值需要观测的频段窄,观测频点减少且位 于较高频率能大大节省野外观测时间,提高效率,降 低成本。

3)小极值的利用能提高电磁法勘查的速度,及时指导勘探工程的布置,获取小极值断面参数的方法易行,只要测准了小极值幅值和频率,在野外实时就能完成提取断面信息。

REFERENCES

- [1] 曹昌祺.水平分层大地的交流视电阻率[J].地球物理学报, 1978, 21(3): 248-261.
 CAO Chang-qi. Horizontal stratified earth AC apparent resistivity[J]. Geophysics, 1978, 21(3): 248-261.
- [2] 黄皓平,朴化荣.水平多层大地上垂直磁偶极频率测深的全 波视电阻率[J].地球物理学报,1992,35(3):389-395.
 HUANG Hao-ping, PIAO Hua-rong. Multi-level vertical magnetic dipole on the land full-wave frequency sounding apparent resistivity[J]. Geophysics, 1992, 35(3): 389-395.
- [3] 苏朱刘,罗延钟,胡文宝.大地电磁测深正演修正法一维反 演[J]. 石油地球物理勘探,2002,37(2):138-144.
 SU Zhu-liu, LUO Yan-zhong, HU Wen-bao. Magnetotelluric sounding forward modified one-dimensional inversion[J]. Oil Geophysics, 2002, 37(2):138-144.
- [4] 赵福元, 严良俊, 何展翔. 线源时间域电测深全期全区视电 阻率求解[J]. 地震地质, 2010, 32(3): 473-481.
 ZHAO FU-yuan, YAN Liang-jun, HE Zhan-xiang. Line source time-domain sounding full of apparent resistivity solving[J].
 Seismology and Geology, 2010, 32(3): 473-481.

 [5] 考夫曼 A A, 凯勒 G V. 大地电磁测深法[M]. 北京: 地质出版 社, 1987.
 KAUFMAN A A. KELLER G V. Magnetotelluric

sounding method[M]. Beijing: Geological Publishing House, 1987.

[6] 何继善. 广域电磁法和伪随机信号电法[M]. 北京: 高等教育 出版社, 2010: 1-18.

HE Ji-shan. Wide field electromagnetic method and pseudo-random signal method[M]. Beijing: Higher Education Press, 2010: 1–18.

[7] 何继善.可控源音频大地电磁法[M].长沙:中南工业大学出版社,1990:1-20.

HE Ji-shan. Audio-frequency of controlled sounding electromagnetic method[M]. Central South University Press, 1990: 1–20.

 [8] 何继善.频率域电法的新进展[J]. 地球物理学进展, 2007, 22(4): 1250-1254.

HE Ji-shan. The new development of frequency domain electromagnetism prospecting[J]. Progress in Geophysics, 2007, 22(4): 1250–1254.

[9] 李金铭. 电法勘探方法发展概况[J]. 物探与化探, 1996, 20(4): 250-258.

LI Jin-ming. Overview of electrical prospecting method[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 1996, 20(4): 250–258.

- [10] ABRAMOVITZ M, STEGUN I. A handbook of mathematical functions[J]. New York: Dover Publ Inc, 1964.
- [11] GOLDSTEIN M A, STRANGWAY D W. Audio-frequency magnetotellurics with a grounded-electric dipole source[J]. Geophysics, 1975, 40(2): 669–683.
- [12] HE Ji-shan, XIONG Bin, BAO Li-zhi, SHEN Ping, FU Guo-hong. A direct induced-polarization decoupling scheme by chop-wave[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2006, 49(6): 1684–1692.
- [13] 何继善,鲍力知. 海底无限长水平线电流源电磁场[J]. 中南 工业大学学报, 2001, 32(6): 551-554.
 HE Ji-shan, BAO Li-zhi. The electromagnetic field of infinite length wire current source on the sea floor[J]. Journal of Central South University of Technology, 2001, 32(6): 551-554.
- [14] HE Ji-shan, BAO Li-zhi. The actuality and development of marine electromagnetic method[J]. Progress in Geophysics, 1999, 14(1): 7–39.
- [15] WARD S H. Electrical, electromagnetic, and magneto telluric methods[J]. Geophysics, 1980, 45(11): 1659–1666.

(编辑 何学锋)